

연직 2차원 모형을 이용한 하구의 염수침입 예측
A Numerical Prediction of Saltwater Intrusion in Estuary
Using a Laterally Averaged 2-D Model

조용식* / 이종욱**

1. 서 론

해수(saltwater)와 담수(fresh water)가 만나 혼합되는 지점인 하구(河口)는 여러 동식물의 서식처를 제공하고 초기 인간의 문명의 발상지로서 근대에 와서는 자연발생적인 항구로서의 역할을 수행하였고 중공업 발전의 기반으로 역할과 풍부한 해산물의 공급처로서의 역할을 하고 특히 각종 오염물의 자연처리장의 역할까지 하고 있다. 하지만 하구에서부터 유입되는 해수의 염분으로 인한 피해가 심각한 실정이다. 이러한 염수침입은 주로 해수와 담수가 만나 혼합되는 지점인 하구(河口)와 경인운하와 같은 내륙운하에서 많이 발생한다. 특히, 내륙운하의 염수침입은 갑문의 개폐 과정에서 주로 발생한다.

유입된 해수에 포함된 염분으로 인해 하구부근의 수질과 인근 농경지에 막대한 피해가 발생하여 그 피해를 줄이기 위해 하구언과 같은 인공구조물을 설치하였으나 급격한 자연환경의 변화로 인해 예측하기 어려운 피해가 속출하고 있는 실정이다. 그러므로 이러한 염수침입에 대한 하구내의 수리학적 거동과 염도의 변화에 관심을 가지고 수질 개선의 측면에서 보다 많은 관심과 연구가 있어야 한다.

본 연구에서는 하상에서 수면까지 무차원 변수 σ 를 도입하여 해수와 담수의 혼합으로 밀도류가 형성되며 난류양상을 띠는 흐름을 해석할 수 있는 연직 2차원 동수역학 수치모형과 염도의 분포양상을 모의할 수 있는 염도의 이송-확산 수치모형을 하구둑 건설전의 금강 하구에 적용하였다. 운동량방정식의 이송항을 해석하기 위해 Roe 평균치를 이용하였다. 여기서 사용된 Roe기법은 개략 Riemann해(approximate Riemann solver)의 하나로서 비선형항의 해석에 비교적 간편하고 안정적으로 이용할 수 있다.

2. 지배방정식

연직 2차원 수치모형의 지배방정식은 3차원 Navier-Stokes방정식과 이송-확산방정식을 하쪽으로 적분하여 구할 수 있으며 운동량방정식의 압력항은 염도의 상태방정식을 이용하여 수면과 염도의 변위항으로 표현하였다.

* 정회원, 한양대학교 토목공학과 조교수

** 정회원, 한양대학교 토목공학과 인턴연구원

하폭방향의 속도 및 가속도가 무시할 수 있을 정도로 작다는 가정과 정수압 분포가정 및 Boussinesq 가정을 도입하면 연직 2차원의 지배방정식을 얻을 수 있다(강주환, 1991). 그러나 식 1(a)의 연속방정식만으로는 수면변위를 계산할 수 없으므로 연속방정식을 수심으로 적분한 자유수면방정식으로부터 이를 구한다. 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)을 이용하여 수심적분한 자유수면방정식은 식 1과 같다.

$$b(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_{-h}^{\eta} (bu) dz \right\} = 0 \quad (1)$$

연직 2차원의 경우, 지배방정식을 수치적으로 해석할 때 하상과 자유수면의 변화로 인하여 수치해석과 경계조건의 부여 등이 어렵다. 이 문제를 해결하기 위해 본 연구에서는 식 (2)와 같은 무차원변수 $\sigma(x, z, t)$ 를 도입하여 식 (3)과 같이 좌표를 변환하였다.

$$\sigma = \frac{z + h(x)}{\eta(x, t) + h(x)} = \frac{z + h(x)}{H(x, t)} \quad (2)$$

식 (2)에 의해서 z 좌표는 바닥에서 $\sigma = 0$, 자유수면에서 $\sigma = 1$ 로 치환되며 이렇게 함으로써 하상과 자유수면의 격자망이 매끄럽게 연결되어 폐경계에서 발생할 수 있는 문제를 최소화할 수 있다. 그러나 좌표변환에 의해 생성되는 항을 추가로 해석해야 하므로 수치해석이 어려워지며 계산시간이 다소 증가하는 단점이 있다(Hoffmann과 Chiang, 1993).

$$\frac{\partial(bu)}{\partial x} + \sigma_x \frac{\partial(bu)}{\partial \sigma} + \sigma_z \frac{\partial(bu)}{\partial \sigma} = 0 \quad (3a)$$

$$b(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ H \int_0^1 (bu) d\sigma \right\} = 0 \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(Hbu)}{\partial t} + \frac{\partial(Hbu^2)}{\partial x} + H \frac{\partial(bu\psi)}{\partial \sigma} \\ & + gHb \frac{\partial \eta}{\partial x} + gb \frac{\alpha H^2 (1-\sigma)}{(1+\alpha S)} \left(\frac{\partial S}{\partial x} + \sigma_x \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (3c)$$

$$= - \frac{gn^2}{H^{1/3}} |u| \frac{\partial b}{\partial \sigma} + H \frac{\partial}{\partial x} \left(b \epsilon_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(b \epsilon_z \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(HbS)}{\partial t} + \frac{\partial(HbuS)}{\partial x} + H \frac{\partial(b\psi S)}{\partial \sigma} \\ & = H \frac{\partial}{\partial x} \left(bK_x \frac{\partial S}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(bK_z \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right) \end{aligned} \quad (3d)$$

여기서 σ_x 와 σ_z 는 $\partial \sigma / \partial x$ 와 $\partial \sigma / \partial z$ 를 의미하며, ψ 는 좌표변환에 의해 생성된 항으로 식 (4)와 같다.

$$\psi = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma}{\partial x} + w \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad (4)$$

3. 유한차분기법

운동량방정식과 오염물 이송-확산방정식의 이송항은 풍상차분법(upwind scheme), 확산항은 중앙차분법을 이용하여 차분하였으며 수심방향으로는 음해법, 흐름방향으로는 양해법으로 차분하여 흐름방향의 격자증분 (Δx)에 비해 수심방향의 격자증분 (Δz)이 매우 작아 발생하는 시간증분의 제약으로부터 벗어나도록 하였다. 연속방정식과 자유수면방정식은 중앙차분법이 사용되었으며 자유수면방정식의 비선형항은 반복계산에 의한 선형화기법을 이용하여 해석하였다.

3.1 운동량방정식

운동량방정식의 유한차분방정식은 중앙차분법과 풍상차분법을 사용하여 다음과 같이 전개하였다.

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\Delta t} \{ (Hb)_{i,k}^n u_{i,k}^{n+1} - (Hbu)_{i,k}^n \} + \frac{1}{\Delta x} \{ H_R^n b_R^n (u^2)_R^n - H_L^n b_L^n (u^2)_L^n \} \\
 & + \frac{H_i^n}{\Delta \sigma} \{ b_T^n u_T^{n+1} \Psi_T^n - b_B^n u_B^{n+1} \Psi_B^n \} + \frac{g(Hb)_{i,k}^n}{\Delta x} (\eta_{i+1/2}^{n+1/2} - \eta_{i-1/2}^{n+1/2}) \\
 & + gb_{i,k}^n \frac{\alpha(H_i^n)^2(1-\sigma_k)}{(1+\alpha S_{i,k})} \left\{ \frac{(S_{i,k+1}^n - S_{i,k-1}^n)}{2\Delta x} + \sigma_x \frac{(S_{i+1,k}^n - S_{i-1,k}^n)}{2\Delta \sigma} \right\} \\
 = & - \frac{gn_i^2}{(H_i^n)^{1/3}} u_{i,k}^n |u_{i,k}^{n+1}| \frac{(b_{i,k+1}^n - b_{i,k-1}^n)}{2\Delta \sigma} \\
 & + \frac{H_i^n}{\Delta x^2} \{ (b\varepsilon_x)_{i+1/2,k}^n (u_{i+1,k}^n - u_{i,k}^n) - (b\varepsilon_x)_{i-1/2,k}^n (u_{i,k}^n - u_{i-1,k}^n) \} \\
 & + \frac{1}{H_i^n \Delta \sigma^2} \{ (b\varepsilon_z)_{i,k+1/2}^n (u_{i,k+1}^{n+1} - u_{i,k}^{n+1}) - (b\varepsilon_z)_{i,k-1/2}^n (u_{i,k}^{n+1} - u_{i,k-1}^{n+1}) \}
 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 윗첨자 n 은 시간단계를 나타내며, 아래첨자 i 와 k 는 각각 x 와 z 방향의 공간증분을 의미한다. 이송항의 유한차분에 사용된 아래첨자 R, L 과 T, B 는 u 와 Ψ 에 의해 결정되는 항으로 식 (6)과 같다.

$$b_R = \begin{cases} b_{i,k} & \text{for } u_R > 0 \\ b_{i+1,k} & \text{for } u_R < 0 \end{cases}, \quad b_L = \begin{cases} b_{i-1,k} & \text{for } u_L > 0 \\ b_{i,k} & \text{for } u_L < 0 \end{cases} \tag{6a}$$

$$b_T = \begin{cases} b_{i,k} & \text{for } \Psi_T > 0 \\ b_{i,k+1} & \text{for } \Psi_T < 0 \end{cases}, \quad b_B = \begin{cases} b_{i,k-1} & \text{for } \Psi_B > 0 \\ b_{i,k} & \text{for } \Psi_B < 0 \end{cases} \tag{6b}$$

식 (6)에서 u_R, u_L, Ψ_T, Ψ_B 는 식 (7)을 이용하여 계산할 수 있으며 이는 개략 Riemann해 중의 하나인 Roe기법에서 사용된 평균치(Roe, 1981; Jha 등, 1994; 윤태훈과 이종욱, 1999)이다.

$$u_R = \frac{\sqrt{b_{i,k}} u_{i,k} + \sqrt{b_{i+1,k}} u_{i+1,k}}{\sqrt{b_{i,k}} + \sqrt{b_{i+1,k}}}, \quad u_L = \frac{\sqrt{b_{i,k}} u_{i,k} + \sqrt{b_{i-1,k}} u_{i-1,k}}{\sqrt{b_{i,k}} + \sqrt{b_{i-1,k}}} \tag{7a}$$

$$\Psi_T = \frac{\sqrt{b_{i,k}} \Psi_{i,k} + \sqrt{b_{i,k+1}} \Psi_{i,k+1}}{\sqrt{b_{i,k}} + \sqrt{b_{i,k+1}}}, \quad \Psi_B = \frac{\sqrt{b_{i,k}} \Psi_{i,k} + \sqrt{b_{i,k-1}} \Psi_{i,k-1}}{\sqrt{b_{i,k}} + \sqrt{b_{i,k-1}}} \tag{7b}$$

3.2 연속방정식

운동량방정식에서 흐름방향 유속 u 를 계산한 후, 이를 식 (8)에 대입하여 수심방향 유속 w 를 계산할 수 있다.

$$\frac{(bu)_{i+1,k} - (bu)_{i-1,k}}{2\Delta x} + \sigma_x \frac{(bu)_{i,k+1} - (bu)_{i,k-1}}{2\Delta \sigma} + \sigma_z \frac{(bw)_{i,k+1} - (bw)_{i,k-1}}{2\Delta \sigma} = 0 \tag{8}$$

3.3 자유수면방정식

계산된 유속분포를 이용하여 $\Delta t/2$ 시간 후에 자유수면방정식에서 수면변위 η 를 구한다.

$$\eta_{i+1/2}^{n+3/2} = \eta_{i+1/2}^{n+1/2} - \frac{1}{b_{i,kmax}^n} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Q_{i+1}^{n+1} - Q_i^{n+1}) \tag{9}$$

식 (9)에서 $b_{i,kmax}^n$ 는 자유수면상에서의 하폭 $b(\eta)$ 를 나타내며, Q 는 사다리꼴 면적공식(Boerckce와

Hogan, 1977; 강주환, 1991)을 이용한 식 (10)에서 구할 수 있다.

$$Q_i^{n+1} = \left[\frac{1}{2} \{ (bu)_{i,1}^{n+1} + (bu)_{i,imax}^{n+1} \} + \sum_{k=2}^{imax-1} (bu)_{i,k}^{n+1} \right] \cdot (\eta + h)_i^{n+1} \quad (10)$$

식 (10)의 η_i^{n+1} 이 미지이므로 η_i^{n+1} 대신에 $\eta_i^{n+1/2}$ 를 대입해 Q_i^{n+1} 를 구한 후 식 (9)로부터 $\eta_i^{n+3/2}$ 를 계산한다. 그러나 η_i^{n+1} 와 $\eta_i^{n+1/2}$ 가 같지 않기 때문에 $\eta_i^{n-3/2}$ 와 $\eta_i^{n+1/2}$ 를 다시 식 (10)에 대입하여 식 (10)에 대입하는 값과 식 (9)에서 계산된 값의 차이가 충분히 작아질 때까지 반복하여 계산하였다.

3.4 염도의 이송-확산방정식

이송-확산방정식의 유한차분은 운동량방정식의 경우와 같이 이송항에 대해서는 Roe 평균치를 이용한 풍상차분법을 사용하였는데 이 기법은 이송항의 물리적 특성을 잘 표현한다는 것과 Peclet 수가 큰 경우에도 안정성이 있다는 장점이 있다(Hoffmann과 Chiang, 1993). 또한 확산항은 중앙차분법을 이용하고 흐름방향은 양해법, 수심방향은 음해법으로 전개하여 시간증분을 크게 할 수 있도록 하였다.

4. 수치모형의 적용

본 모형의 적용성 및 정확성을 검증하기 위하여 하구둑 건설 이전의 금강 하류부를 적용대상으로 선정하였다. 검증기간은 염분의 관측치가 존재하는 1982년 6월로 선택하였다. 모형의 적용구간은 금강의 하에서부터 상류 59km지역에 위치한 규암관측소까지로서 좌표축은 하구의 상류방향을 x 축, 연직방향을 z 축으로 선택하였으며, 평균해수면보다 1.5m 높은 가상선을 z 축의 원점으로 사용하였다. $\Delta x=1000m$, $\Delta \sigma=0.1$ 로 유한차분망을 구성하였으며 시간증분 Δt 는 평균수심이 약 10m이므로 Courant 조건에 따라 $1000/(9.8 \times 10)^{1/2} \approx 100sec$ 이어야 하나 계산의 편의상 60sec로 선택하였다. 그림 1은 단면 5와 단면 10에서 관측된 염도와 계산치를 비교한 것으로 아래첨자 s 는 수면에서의 염도를, b 는 바닥에서의 염도를 나타내며 선으로 표시한 것은 계산치, 기호(symbol)로 표시한 것은 관측치를 의미한다. 그림 2는 조석의 1주기를 간조와 만조, 창조와 낙조로 나누어 염도의 분포와 유속의 흐름벡터도를 도시한 것으로 조석의 변화에 따라 염도와 유속이 적절히 분포됨을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 해수와 담수의 혼합으로 난류흐름이 발생하는 하구에 적용 가능한 $x-z$ 동수역학모형과 염도의 분포양상을 해석하기 위한 이송-확산모형을 개발하였다. 풍상차분기법을 이용하여 이송현상의 비교적 정확한 모의가 가능하였으며, Roe의 평균치 개념을 도입하여 큰 Peclet수에서도 안정적인 계산이 가능하도록 하였다. 또한 x 방향은 양해적으로, z 방향은 음해적으로 해석하여 z 방향 격자증분이 매우 작아서 발생할 수 있는 시간증분의 제약에서 벗어나도록 하였다.

본 모형의 적용성을 검증하기 위하여 금강하구에서 관측된 염도와 본 연구에서 개발한 수치모형에 의한 계산결과를 비교하였다. 수치모형에 의한 계산 결과는 관측자료와 비교적 잘 일치하고 있다. 따라서 본 모형의 적용성과 타당성이 간접적으로 입증되었다고 할 수 있으며, 이 연구결과를 이용하면 상류에서 염분이 미치는 영향을 고려할 수 있을 것으로 판단된다. 그러나 금강하구와 같이 아주 약한 성층을 보이는 경우에도 효과적인 수치모형을 구성하기 위해서는 수평2차원 모형이나 3차원 모형의 보완이 요구된다.

감사의 글

본 연구는 해양수산부 2000년 해양한국발전프로그램 연구개발사업(사업명: 서해연안의 방재시스템 구축에 관한 기초연구)으로부터 재정적 지원을 받았기에 이에 사의를 표합니다.

참고문헌

- 강주환 (1991). 유한차분모형에 의한 하구의 염도확산 분석. 박사학위논문, 서울대학교.
- 윤태훈, 이종욱 (1999). "불연속 흐름의 2차원 수치해석." 대한토목학회논문집, 대한토목학회, 제19권, 제II-4호, pp. 445~454.
- 정종률 (1983). 금강 염하구의 해수순환역학, I. 해수의 순환특성. 서울대학교 자연과학대학 해양학과.
- Blumberg, A.F. (1977). "Numerical model of estuarine circulation." *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 103, pp. 295-310.
- Boerlicke, R.R. and Hogan, J.M. (1977). "An x-z hydraulic/thermal model for estuaries." *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 103, pp. 19-37.
- Hoffmann, K.A. and Chiang, S.T. (1993). *Computational Fluid Dynamics for Engineers, Volume I*. Engineering Education System.
- Jha, A.K., Akiyama, J., and Ura, M. (1994). "Modeling unsteady open-channel flows-modification to Beam and Warming scheme." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 120, pp. 461-476.
- Perrels, P.A.J. and Karelse, M. (1981). "A two-dimensional, laterally averaged model for salt intrusion in estuaries." *Transport Models for Inland and Coastal Waters: Proceeding of a Symposium on Predictive Ability*, pp. 483-535.
- Roe, P.L. (1981). "Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes." *Journal of Computational Physics*, Vol. 43, pp. 357-372.
- Toro, E.F. (1999). *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Springer, pp. 341-372.

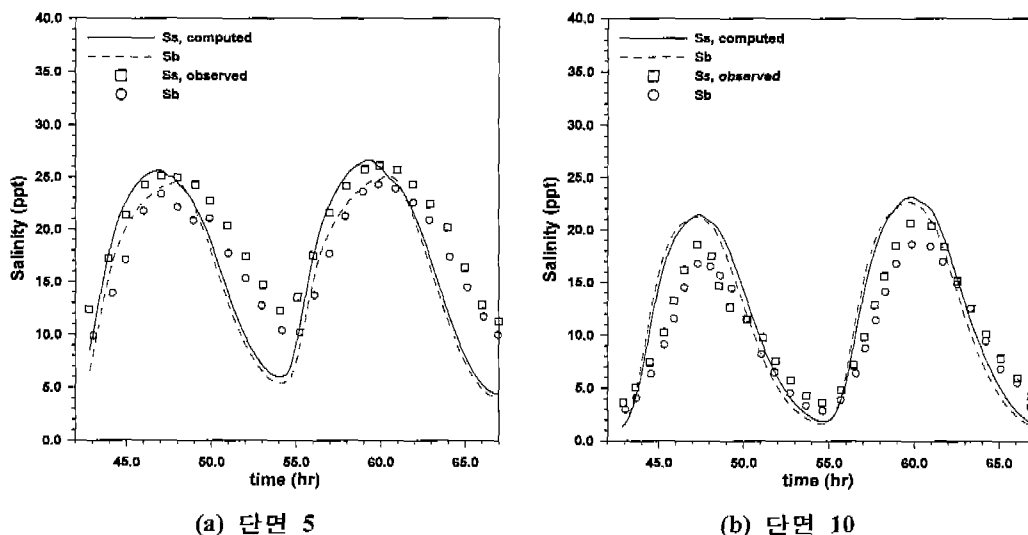
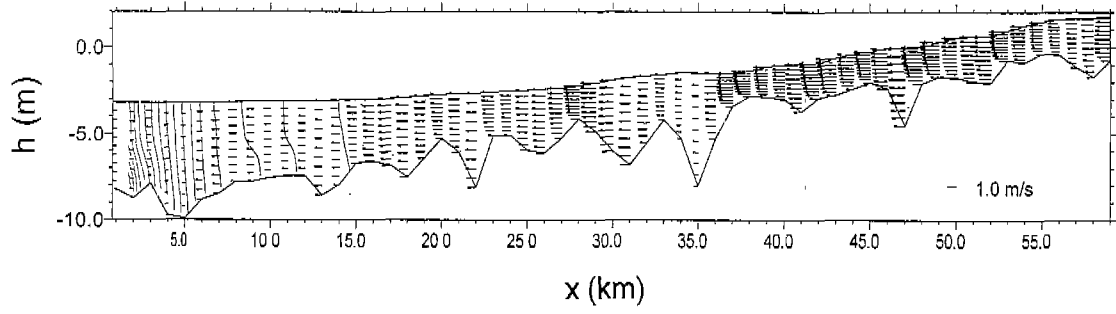
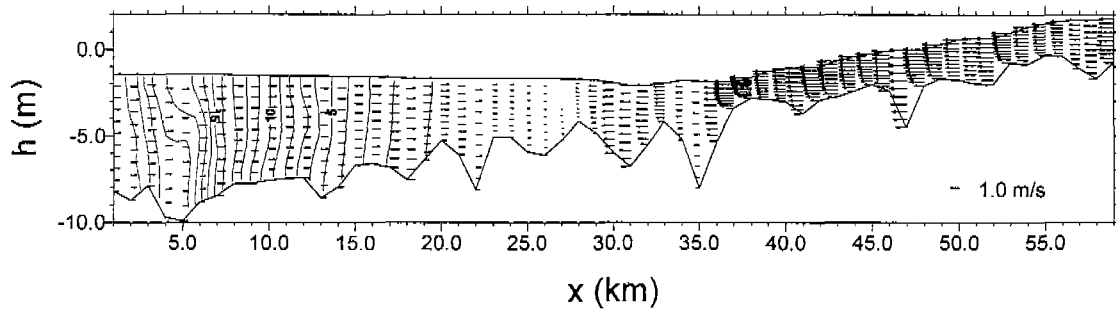


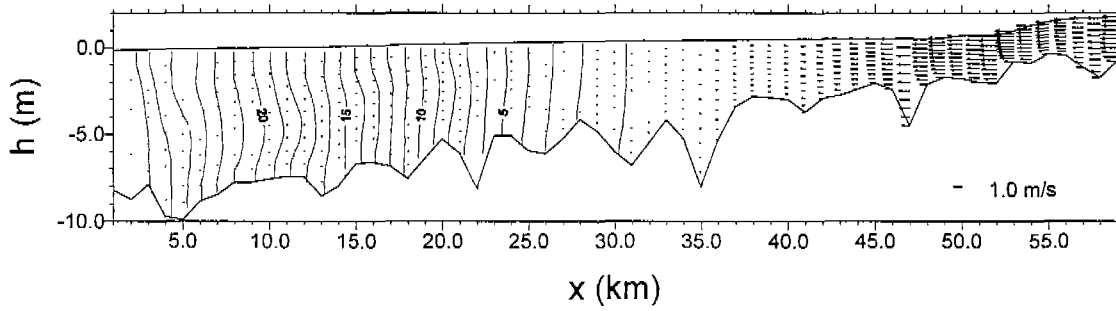
그림 1. 계산염도와 관측염도 비교



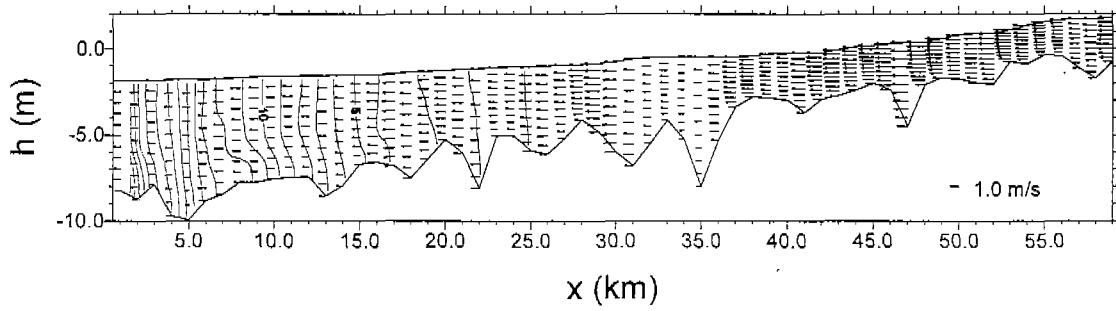
(a) 간조시



(b) 창조시



(c) 만조시



(d) 낙조시

그림 2. 흐름 벡터도와 염도 분포도