

유한요소해석에 의한 2차원 수질모형의 개발 및 검증

○이을래¹, 한건연², 김상호³, 윤세의⁴

1. 서론

최근 들어 산업화와 인구의 증가로 공업용수와 생활용수의 사용량이 급증하고 있으며 이에 따라 각종 도시하수 및 공장폐수의 방류량도 증가하고 있다. 또한, 최근 계속되는 가뭄의 영향은 하천유지용수의 확보에 어려움이 발생하고 있어 하천 수질의 효율적인 관리가 어느 때 보다 절실히 요구되고 있는 실정이다. 한강 및 낙동강 등과 같이 우리 나라 대부분의 하천 연안에는 산업시설의 집중과 인구의 증가로 각종 산업폐수 및 도시하수가 대규모로 하천으로 유입되고 있고, 또한 하천의 하류부에서는 이들 유역으로부터 상수원수를 취수하여 인근지역의 생활 및 공업용수로 사용하고 있다. 이로 인해 인접 취수장 또는 하류부 취수장에서 적정수질을 갖춘 용수확보의 어려움이 심각한 사회 문제로 대두되었다. 특히, 한강 유역 잠실수중보 상류부에서는 지류의 오염부하가 서울, 경기권 지역의 취수장이 위치한 수역으로 유입되고 있어 상수원수에 적합한 수질을 갖춘 수원확보를 위해 체계적인 수질관리의 필요성이 크게 대두되고 있다. 평수시나 갈수시 하천으로 유입되는 대규모의 오염물질로 인한 수질오염의 경우에는 일차원 해석만으로는 지류유입부 주변 및 오염물질 방류구 주위에서 발생하는 확산현상 등의 해석에 어려움이 크다. 따라서, 본 연구에서는 하천수질해석에 대해 수치적으로 정교한 2차원 해석 모형을 개발하였으며, 모형의 수행 및 수치해석 결과의 도시를 위해서 Arc/Info와 ArcView를 이용하여 Windows 환경하에서의 입·출력을 구축하여 효율적인 수질관리를 실시할 수 있도록 구성함으로써 GIS와의 연계를 통하여 수질오염에 대한 관리자의 최적운영지침을 제시하기 위한 이상적인 수질관리시스템을 구축하였다.

2. 기본방정식

하천에서의 수질 변화는 주로 흐름방향에 의해 발생하기 때문에 단면평균치를 이용한 1차원 모형이 현재 일반적으로 사용되고 있다. 그러나 이러한 경우 횡단면에 따른 분석이나 하천합류부에서의 거동양상등을 포함한 국부적인 해석에는 한계가 따르게 되므로 본 연구에서는 2차원 해석을 수행하였다. 오염물이 연직으로 잘 혼합된 것으로 가정하면, 연직으로 평균된 2차원 이송-확산 방정식은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

-
- 1 경북대학교 공과대학 강사, 공학박사
 - 2 경북대학교 공과대학 토목공학과 교수
 - 3 한국건설기술연구원 수자원환경연구부 선임연구원
 - 4 경기대학교 공과대학 토목공학과 교수

$$\begin{aligned} \frac{\partial(hC)}{\partial t} + \frac{\partial(pC)}{\partial x} + \frac{\partial(qC)}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left[h \left(D_{xx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] \\ - \frac{\partial}{\partial y} \left[h \left(D_{yx} \frac{\partial C}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial C}{\partial y} \right) \right] + S = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, C =입의 오염물의 평균농도, $p, q = x, y$ 방향의 유량, h =수심, S =일반화된 생성 및 소멸항, D_{xx}, D_{yy}, D_{yx} 그리고 D_{xy} = 확산계수이다. 식 (1)의 이송-확산방정식의 해를 구하기 위해서 본 연구에서는 2차원 유한요소기법인 Petrov-Galerkin 기법이 적용되었다. 이송-확산 방정식에 대해서 가중함수를 도입한 간략형태는 식 (2)와 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} N_*^T \left\{ \frac{\partial(h\hat{C})}{\partial t} + \frac{\partial(p\hat{C})}{\partial x} + \frac{\partial(q\hat{C})}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial x} \left[h \left(D_{xx} \frac{\partial \hat{C}}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial \hat{C}}{\partial y} \right) \right] \right. \\ \left. - \frac{\partial}{\partial y} \left[h \left(D_{yx} \frac{\partial \hat{C}}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial \hat{C}}{\partial y} \right) \right] + S \right\} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

이 식에서의 가중함수(N_*)는 다음과 같다.

$$N_* = N + \frac{|p|\Delta x + |q|\Delta y}{Q\sqrt{15}} \left(p \frac{\partial N}{\partial x} + q \frac{\partial N}{\partial y} \right) \quad (3)$$

여기서,

$$Q = \sqrt{p^2 + q^2} \quad (4)$$

$$\Delta x = 2 \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5)$$

$$\Delta y = 2 \left[\left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

식 (2)에서 확산항의 미분차수를 줄이기 위해 부분적분이 적용된다. 근사화의 정도(order)의 요소들간의 일관성을 유지하기 위해서 방정식의 2차 미분항을 Green 정리를 이용함으로써 1차 미분항으로 감소시킬 수 있으며, 식 (2)에 대해서 부분적분을 수행하면 식 (7)과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \int_A N_*^T \left[\alpha(h\hat{C}) - \beta + \frac{\partial(p\hat{C})}{\partial x} + \frac{\partial(q\hat{C})}{\partial y} + S \right] dA \\ + \int_A N^T h \left(D_{xx} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial \hat{C}}{\partial x} + D_{xy} \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial \hat{C}}{\partial y} + D_{yx} \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial \hat{C}}{\partial x} + D_{yy} \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial \hat{C}}{\partial y} \right) dA = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

결국, 모든 경계에 대한 적분은 식 (7)에서 생략되었는데, 이는 계산 영역의 경계에서 확산흐름(diffusive flow)이 이송흐름(convective flow)에 비해 무시할만한 것으로 가정하였기 때문이다. 이러한 가정은 이론적으로 그리고 실제적으로 타당한 것이며, 수식화에서는 의미있는 단순화의 형태로 나타났다.

3. 대상유역에 대한 자료구축

본 연구에 사용된 기초자료는 1/5,000 지형도와 하천정비기본계획상 횡단도이며, 대상유역에 필요한 도엽을 이용하여 하천, 등고선, 표고자료 등에 의해 수행하였으며 각각의 대상 coverage를 구축하였다. 그리고, 대상 유역의 유한요소해석을 위하여 2차원 요소망을 구성한 다음 주어진 coverage와 함께 합성하여 ArcView상에 도시하였다. 그림 1은 적용구간에 대해서 ArcView에 의한 합성 coverage에서의 유한요소망을 나타낸 그림이다.

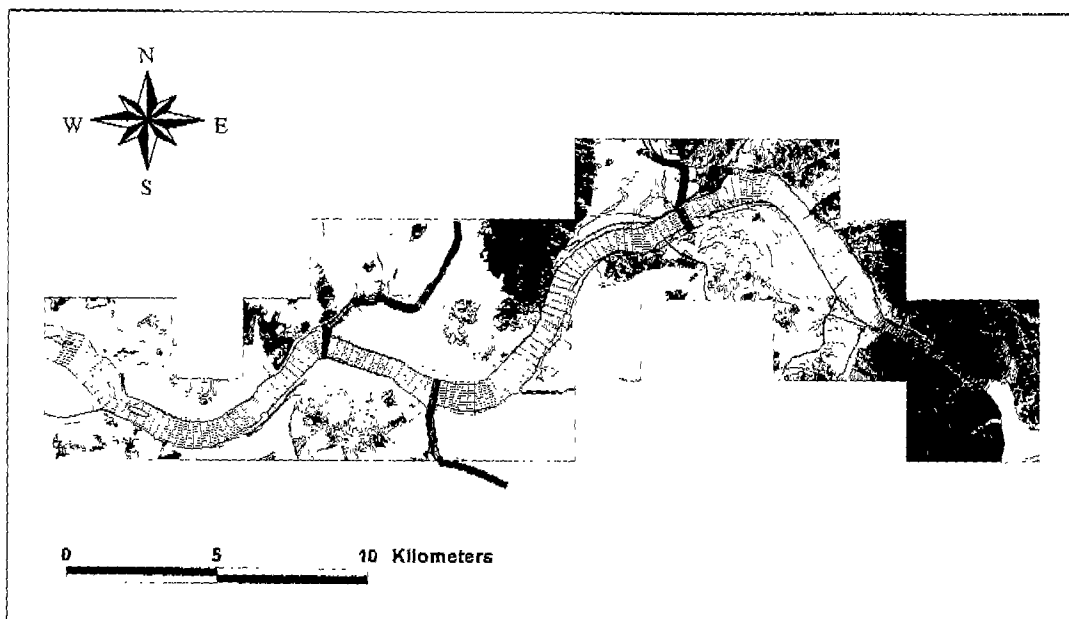


그림 1. ArcView를 이용한 합성 coverage에서의 유한요소망

4. 모형의 적용

적용대상 구간의 오염물질 확산모형에 대한 수행을 위해 실제측량자료를 경계조건으로 하여 본 모형을 수행하였다. 흐름해석모형에서 얻은 유속분포 및 수위자료를 이용하여 2차원 오염물질 확산해석을 실시하였다. 본 모형을 이용한 한강유역의 오염도를 계산하기 위해 환경부(1999)자료를 이용하였고, 측정시기는 갈수기인 4월의 자료를 사용하였으며, 각각의 지천에 대한 경계조건값은 이 시기의 실제 측정값을 이용하여 한강의 주요지류인 하도흐름의 우안에 위치한 왕숙천과 중랑천, 좌안에 위치한 탄천의 오염유입을 선정하여 모의하였다. 각각의 오염도는 표 1의 값들을 사용하였으며, 적용구간의 종확산계수는 $50 \text{ m}^2/\text{s}$ 를 사용하였고, 횡확산계수는 $0.50 \text{ m}^2/\text{s}$ 를 사용하였다. 오염물질의 확산형태는 유량과 각 방향으로의 확산계수에 의해 많은 영향을 받게 된다. 본 모형의 수행결과 48 시간이 경과 후 농도의 변화가 시간에 따라 변화가 발생하지 않는 정상상태에 도달하였다.

표 1. 분류 및 주요지천의 오염원

	수온	DO	BOD	Org.N	NH ₃ -N	NO ₂ -N	NO ₃ -N	Org. P	PO ₄ -P	T-N	T-P
팔당댐 팔당대교	9 °C	12.5	2.4	1.209	0.263	0.000	1.254	0.023	0.013	2.726	0.036
왕숙천 한강합류천	13 °C	9.6	11.7	17.809	4.302	0.000	3.005	0.362	0.213	25.116	0.575
중랑천 중랑천교	15 °C	8.4	8.1	2.318	3.900	0.000	2.960	0.265	0.156	9.178	0.421
탄천 대곡교	15 °C	6.2	9.8	1.786	12.561	0.000	1.766	0.479	0.282	16.113	0.761

(주) 단위: mg/l

그림 2~3은 NH₃-N, Org. P의 오염원이 시간이 경과하면서 하천에 분포하는 농도양상을 도시화한 것이다. 그림에서 나타난 바와 같이 운동량의 영향을 받아서 각 지천에서의 오염원의 유입과 하도의 흐름방향에 의해 하도의 경계면을 따라서 농도의 분포가 형성이 된 후, 시간이 경과하면서 하류부에서는 많은 유역에 오염원의 분포가 진행되었다. 그림에서와 같이 주어진 동수역학적 분석이 수행된 후에 하천의 흐름에 따른 오염물질의 선택적인 방류가 주하도에 미치는 영향은 상당히 크다는 것을 알 수 있다.

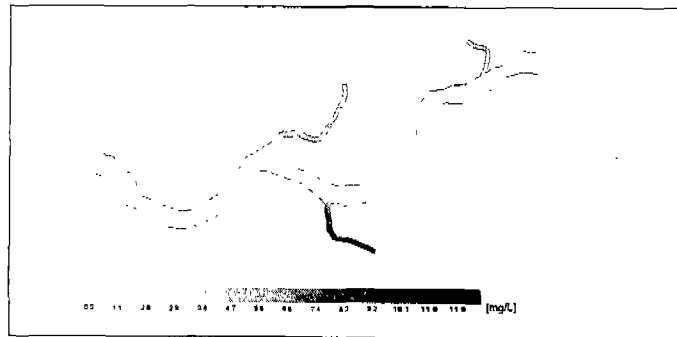


그림 2. 지류유입에 따른 NH₃-N 모의 수행결과

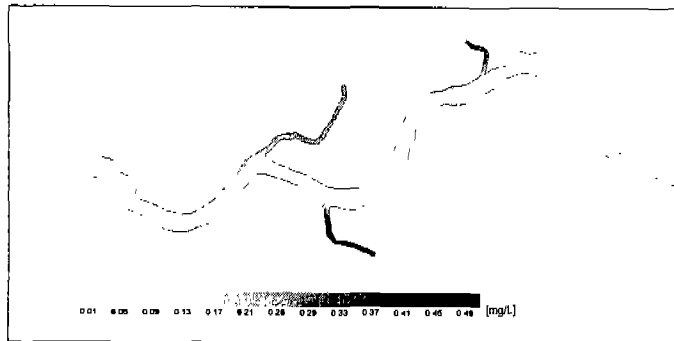


그림 3. 지류유입에 따른 Org-P 모의 수행결과

특히 본 유역은 왕숙천의 오염도가 상당히 크며 하도의 흐름이 만곡부를 따라 하도의 우측으로 편향되기 때문에 강북지역의 오염원에 대한 영향이 심각하며 적정수질확보를 위한 합리적이고 적절한 조치가 수반되어야 할 것으로 판단되었다. 그림 4는 지형 Grid상에서 BOD의 오염도를 합성한 그림이다. 실제로 강북지역의 경계면을 따라 오염도가 전파되고 있는 것을 알 수가 있었으며 GIS와 연계한 도시는 운영자에게 좀 더 합리적이고 과학적인 판단이 가능하도록 구현하였다.

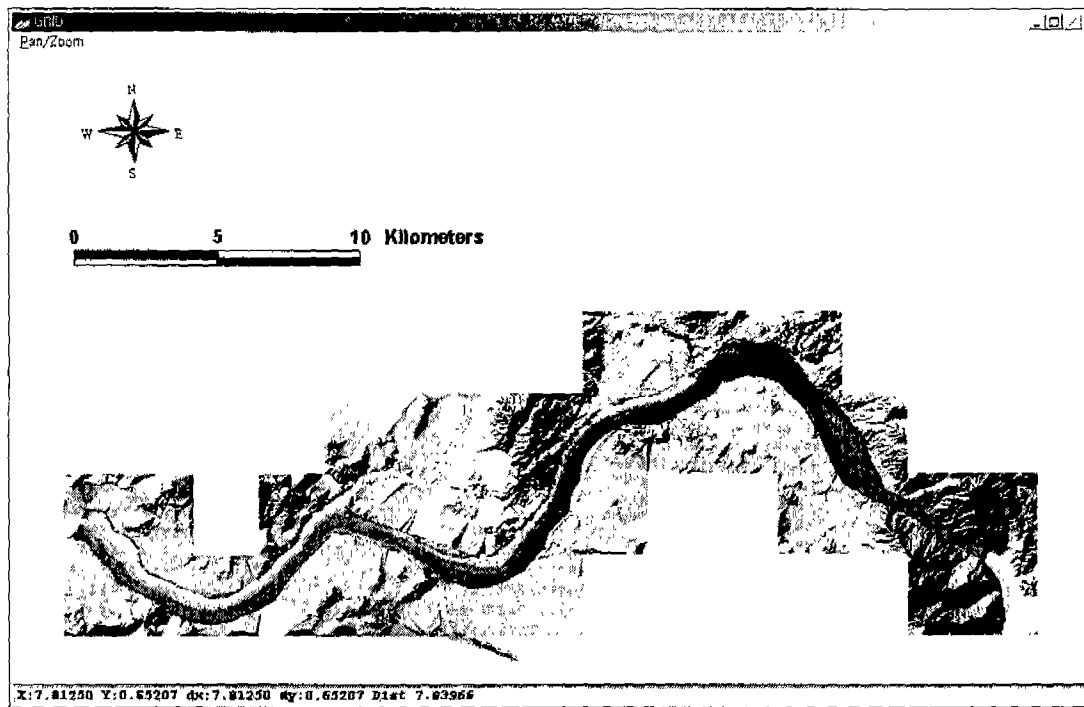
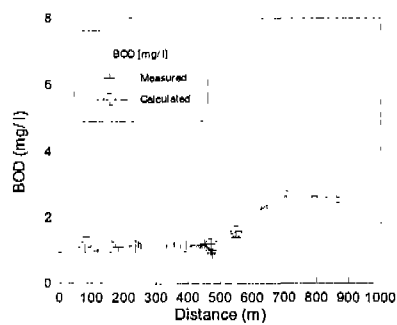


그림 4. Grid 상에서의 BOD 분포도

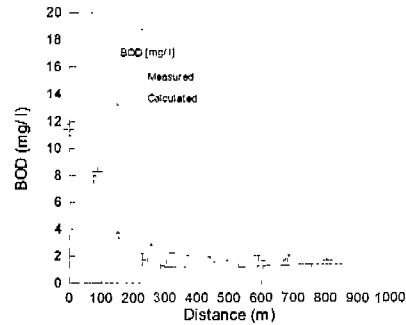
5. 모형의 검증

산정된 각각의 매개변수를 대상구간에서 1998년 11월 3일의 실측자료를 이용하여 비교 및 검토를 수행하였다. 1998년 11월의 팔당댐의 방류량은 $134 \sim 264 \text{ m}^3/\text{s}$ 로서 비교적 갈수량에 가까운 조건이었으며, 수질측정당시의 유량은 $163 \text{ m}^3/\text{s}$ 로 관측이 되었으며 동수역학적 흐름해석수행에 필요한 유입유량조건으로 사용하였다(한국수문조사연보, 1998).

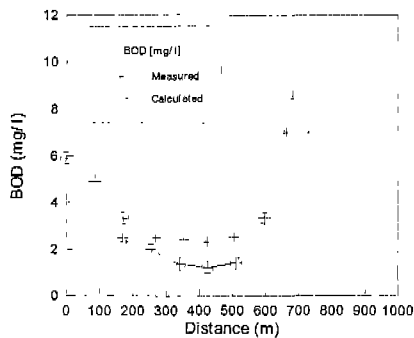
본 연구의 대상유역인 한강 하류부에서의 오염도를 측정하기 위하여 잠실 수중보를 중심으로 하류 3개 단면, 상류 1개 단면을 선정하였다. 선정된 단면은 왕숙천 합류 직하류 단면, 탄천 합류 직하류 단면, 중랑천 합류 직하류 단면, 반포대교 상류 단면이다. 그림 5는 실제관측지점에서 모형의 수질해석 계산값과 관측값과의 횡단별 비교를 나타내고 있다. 그림에서와 같이 계산값과 관측값은 정성적 및 정량적인 특성에 있어서 일치하고 있었으며 실질적인 검증에 의한 결과에 의하여 적용성을 입증하였다.



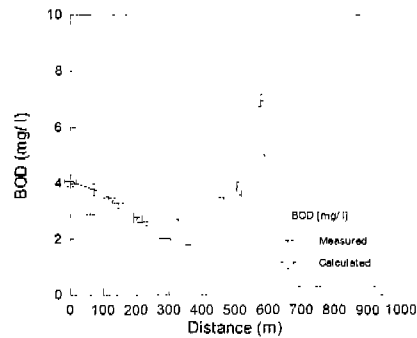
(a) 왕숙천합류부



(b) 탄천합류부



(c) 중랑천합류부



(d) 반포대교상류부

그림 5. 대상구간의 BOD농도의 실측치와의 비교

6. 결론

본 연구에서는 하천의 2차원 이송-확산해석에 의한 해석을 위해 Petrov-Galerkin 기법에 기초한 유한요소모형을 개발하였으며 GIS 와 연계하여 입·출력과정을 일관성있게 처리할 수 있는 수질관리시스템을 구축하였다. 한강하류부의 해석결과 오염된 지류유입에 따라 본류에서 오염물질의 농도분포가 각각 하도의 좌측 및 우측으로 편향되는 것으로 나타났으며, 이에 따른 수질대책이 수반되어야 할 것이며, 실측치와 비교한 결과 잘 일치하고 있었다. 또한 GIS와 연계를 실시함으로써 모형의 입력, 수행 및 출력과정을 일관성 있게 구축함으로써 합리적인 판단을 제시할 수 있는 수질관리시스템을 구축하였다.

7. 참고문헌.

- 건설교통부 (1998, 1999). 한국수문조사연보.
- 경기도 (1984). 왕숙천 하천정비기본계획.
- 경기도 (1987). 탄천 하천정비기본계획.
- 서울특별시 (1987). 한강수로조사용역보고서.
- 의정부시 (1996). 중랑천수계 하천정비기본계획.
- 환경부 (1999). 수질측정망 운영계획.