

## 정지된 수역으로 방출되는 2차원 난류지관제트의 수치모의

○백인혁\* · 조원철\*\*

### 1. 서론

본 연구는 부양성이 없는 2차원 난류지관제트의 거동을 모의하기 위해 2차원 레이놀즈방정식을 해석하였다. 기본적으로 Navier-Stokes 방정식을 시간 적분함으로써 얻어진 연속방정식, 레이놀즈방정식, 그리고 이송방정식과 이러한 방정식들에서 나타난 미지수에 의해 열린 상태인 방정식을 폐합시키기 위해서  $k-\epsilon$  난류모형을 이용하였다. 이 수학적 모형은 그 해를 직접 구할 수 없기 때문에 이산화하고, 이산화 기법으로는 운동량 및 질량의 보존법칙을 만족시키기에 용이하도록 적분으로 기초방정식을 이산화하는 유한체적법 (finite volume method)을 사용하여 종속변수들 각각에 대한 수치해를 구하였다. 그 결과를 이용하여 유속, 압력의 분포와 난류강도가 변화하는 양상을 예측하였으며, 편향, 부각, 충돌, 재순환, 그리고 벽제트 소멸 등의 흐름양상 등을 2차원 수치해석을 통해 분석하였다. 또한 제트의 궤적과 혼합작용을 예측하여 그 결과를 Ali와 Salehi-Neyshaboury (1989), Rajaratnam과 Subramanya (1968), Sawyer (1960), Pelfrey와 Liburdy (1986), 그리고 Hoch와 Jiji (1981) 등의 실험결과와 비교하였다.

### 2. 지배방정식

유체의 흐름에 대한 방정식은 질량과 운동량의 보존에 대한 방정식으로 표현된다. 다음 식은 연속방정식과 레이놀즈방정식이다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{xy} \right) \tag{2}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial x} \tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yy} \right)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \tag{3}$$

\* 동부엔지니어링 수자원부

\*\* 연세대학교 사회환경건축공학부 교수

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \frac{\nu_{eff}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P + G_b - \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_{eff}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + (C_{1\varepsilon} P + C_{1\varepsilon} (1 - C_{3\varepsilon}) G_b - C_{2\varepsilon} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} \quad (5)$$

여기서  $P$ 는 전단에 의한 생성항,  $k$ 는 난류운동에너지,  $\varepsilon$ 은 난류에너지 소산률,  $G_b$ 는 부력항이며, 경험상수  $C_{1\varepsilon}$ 은 1.44,  $C_{2\varepsilon}$ 은 1.92, 그리고  $C_{3\varepsilon}$ 은 부력을 고려하지 않았기 때문에 1.0의 값을 사용하였다.

### 3. 수치해석

엇갈린 격자망을 이용해서 연속방정식, 운동량방정식 및 확산방정식을 각 제어체적에 대해서 이산화하면, 이산화 방정식은 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S \quad (6)$$

SIMPLE 알고리즘을 통해 이산화방정식을 계산하고 이러한 이산화 방정식을 풀기 위해서 방정식의 계수가 행렬로 표시되었을 때, 0이 아닌 모든 계수들은 행렬의 3개의 대각선을 따라 배열되는 3중대각행렬법(TDMA)을 이용하였으며, 이송항과 확산항을 차분할 때는 Hybrid 기법을 이용하였는데, 그 이유는 대류항을 중심차분으로 이산화하기 때문에 계산시간을 단축할 수 있어서이다. 그러나 TDMA에 의해서 반복계산을 할 경우 지배방정식은 강한 비선형성을 갖고 있으므로 불안정할 가능성이 많기 때문에 해의 안정성을 위하여 부족완화법을 사용하였다.

### 4. 수치해석 및 결과분석

#### (1) 수치해석 조건

본 연구에서 개발한 모형을 적용하는 데 있어서, 난류지판제트의 방출을 특성화시키는 주요 매개변수는 제트 노즐 레이놀즈수와 Froude수 이고, 각각을 다음 식들과 같이 정의하였다.

$$R_0 = \frac{U_j B_o}{\nu} \quad (7)$$

$$F_0 = \frac{U_j}{\sqrt{g B_o}} \quad (8)$$

그리고 지판비는  $H_o/B_o$ 와 같이 정의되었으며, 여기서  $H_o$ 는 지판의 중심선과 아래쪽 경계면과의 거리,  $B_o$ 는 방출구의 높이, 그리고  $U_j$ 는 제트의  $x$ 방향 초기분출유속이다.

물의 밀도  $\rho$ 는  $1000 \text{ kg/m}^3$ , 중력가속도  $g$ 는  $9.81 \text{ m/s}^2$ , 점성계수  $\mu$ 는  $0.8 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{sec/m}^2$ 를 사용하였고, 각 적용에 사용한  $F_0$ ,  $R_0$ ,  $B_o$ ,  $H_o/B_o$ , 그리고  $U_j$  값들은 해당 절에 따로 언급하였다. 난류상수의 값들은 Launder와 Spalding (1974)가 제시한 일반적인 값들을 사하였다. 그림 1은 수치모의를 실시한 대상수로의 기본형상이며,  $y$ 는 연직방향,  $x$ 는 수평방향을 의미한다.

지판비 (offset ratio)를 변화시켜가며  $x$ 방향 거리에 따른 유속분포, 부착점 (attachment point)

의 위치 등이 변화하는 양상과 난류지판제트의 거동 양상을 살펴보았으며, Ali와 Salehi-Neyshaboury (1989), Rajaratnam과 Subramanya (1968), Sawyer (1960), Pelfrey와 Liburdy (1986), 그리고 Hoch와 Jiji (1981) 등의 실험결과와 비교하였다.

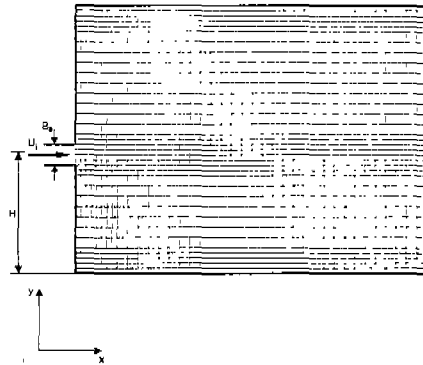


그림 1. 수로의 기본형상

(2) 수치해석 결과

① 유속분포

그림 2는  $H/B_0=20$ ,  $B_0=0.017\text{ m}$ , 그리고  $U_j=3.33\text{ m/s}$ 일 때 난류지판제트의 유속분포를 나타낸 그림이다. 이 그림은 제트의 발달이 완전히 끝나고 안정화된 상태를 보여주는 그림으로, 부착점을 기준으로 상류에 재순환 (reattachment)이 일어남을 알 수 있다. 방출 초기에는 제트가 자유제트의 성격을 보이다가 제트가 상대적으로 아래쪽 경계면에 가깝기 때문에 제트 하부에서 진행되는 물의 양이 적어져서 압력차가 발생하게 되고, 그 결과로 제트가 편향 (deflection)되게 된다. 이러한 편향에 의해 제트는 결국 바닥에 부착되게 되며, 제트로 진행되는 물은 지판 상부의 2차적인 순환현상에 의해 하류로부터 다시 보충되는 모습을 보여주고 있다.

그림 3은  $H/B_0=12$ ,  $B_0=0.017\text{ m}$ , 그리고  $U_j=3.33\text{ m/s}$ 일 때 난류지판제트의 유속분포를 나타낸 그림이다. 그림 2와 비교하여 지판의 위치가 아래쪽 경계면에 가깝기 때문에 부착이 일어나는 위치가 상류쪽에 형성됨을 알 수 있다.

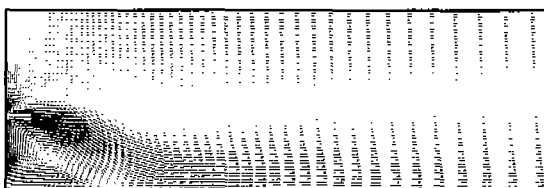


그림 2. 난류지판제트의 유속분포도 ( $H_0/B_0=20$ )

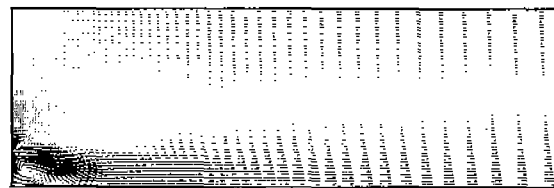


그림 3. 난류지판제트의 유속분포도 ( $H_0/B_0=12$ )

② 제트 최대유속

$H_0/B_0=25$ ,  $B_0=0.014\text{ m}$ , 그리고  $U_j=3.33\text{ m/s}$ 로 설정하고,  $x$ 방향 거리를  $B_0$ 를 이용하여 무차원화시킨 뒤,  $x/B_0$ 의 증가에 따른 각 단면에서의 제트 최대유속점의 변화와  $x/B_0$ 값의 증가에

따른 무차원화된  $x$ 방향 최대유속  $u_m/U_j$ 값의 변화양상을 살펴보았으며, 그 결과를 Ali와 Salehi-Neyshaboury (1989)의 실험결과와 비교하여 그림 4에 나타내었다.

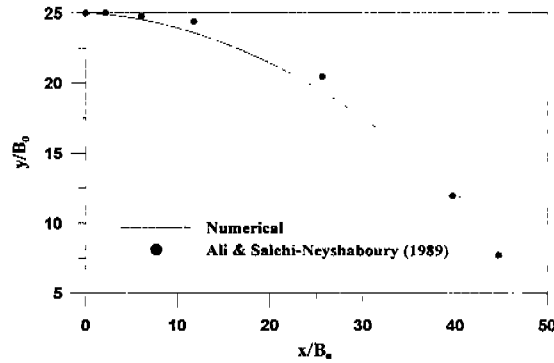


그림 4. 제트 최대유속점의 궤적

그림 5는 그림 4와 유사하게  $H_o/B_o=25$ ,  $B_o=0.014$  m, 그리고  $U_j=3.33$  m/s로 설정하고,  $x$ 의 증가에 따른 제트 최대유속의 변화양상을 나타낸 그림이며, 역시 그 결과를 Ali와 Salehi-Neyshaboury (1989)의 실험결과와 비교하였다.  $H_o/B_o=25$ 인 조건에서는 제트의 방출구와 아래쪽 경계면 사이의 거리가 충분히 떨어져 있기 때문에 제트와 경계면의 충돌에 의한 속도회복 현상이 나타나지 않았다.

그림 6은  $H_o/B_o=3.98$ ,  $B_o=0.0254$  m, 그리고  $U_j=2.5$  m/s로 설정하고,  $x$ 의 증가에 따라 제트 최대유속이 변화하는 양상을 보여주는 그림이며, 수치해석을 통해 얻은 결과와 Rajaratnam과 Subramanya (1968)의 실험결과를 비교하여 나타내었다. 그림 5에서와는 달리 그림 6에서는  $H_o/B_o$ 의 값이 작은 경우 부착에 의한 충격에 의해 속도가 다시 상승했다가 감소하는 것을 알 수 있다. 그러나 수치해석에 의한 결과가 실험값과 비교하여 유속이 최소로 되는 점과 최고로 회복되는 점을 잘 계산하지 못하였는데, 이는  $k-\epsilon$  난류모형을 이용한 모의값이 개략적인 값으로 계산되기 때문으로 판단된다. 유속의 회복은 지관비에 의존하는데, 지관비가 아주 작거나 클 경우에 눈에 띄는 부착현상과 충돌현상이 일어나지 않았다.

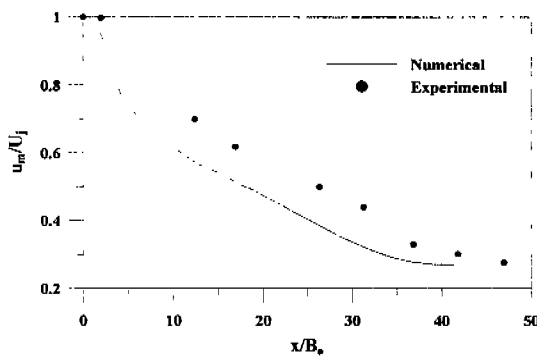


그림 5. 부착이 일어나지 않을 경우

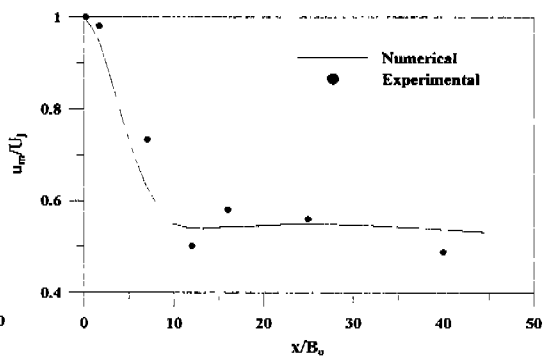


그림 6. 부착이 일어날 경우

### ③ 부착점의 위치

수치모의를 통하여 지관비의 변화에 따른 부착점 위치의 변화양상을 살펴본 후, Sawyer (1960), Rajaratnam과 Subramanya (1968), Hoch와 Jiji (1981), Pelfrey와 Liburdy (1986) 등의 실험 결과와 비교하였다. 그림 7에 나타난 수치해석을 통해 얻은 부착점의 위치는 지관비를 증가시키기에 따라 선형적으로 변하는 양상을 보여주고 있으며, 실험값들과도 유사한 결과를 나타냈다.

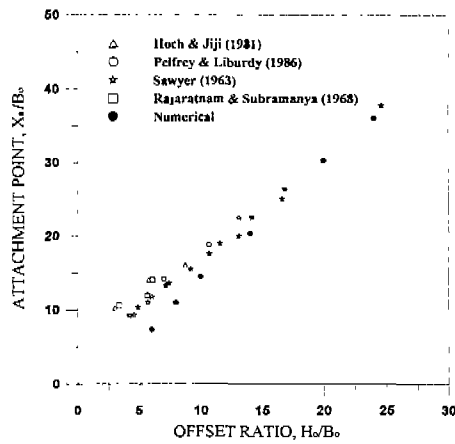


그림 7. 지관비의 변화에 따른 부착점 위치의 변화

④ 와점성 계수

그림 8은  $H_0/B_0=7$ ,  $B_0=0.017\text{ m}$ , 그리고  $U_j=2.5\text{ m/s}$ 일 때의 와점성 계수 (Eddy viscosity) 를 도시한 그림이다. 와점성 계수의 분포는 벽면을 따라 폐합하는 경향을 보이고 있는데 이것은 벽면의 경계조건의 의해 난류에너지소산률이 증가되어 와점성 계수가 감소하기 때문이다. 와점성 계수의 그림과 함께 같은 조건에서의 난류운동에너지와 유속 벡터를 각각 그림 9, 그림 10에 나타내었다.

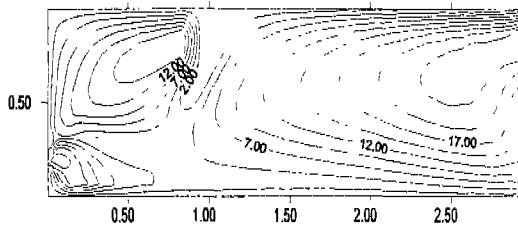


그림 8. 와점성 계수

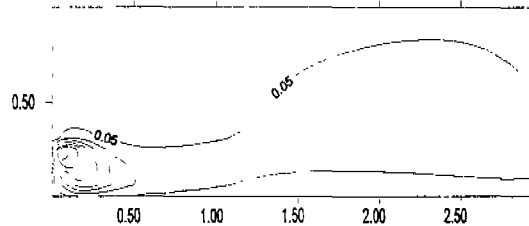


그림 9. 난류운동에너지

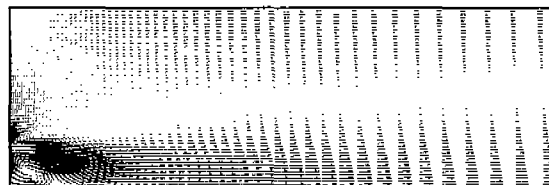


그림 10. 유속 벡터도

## 5. 결론

레이놀즈 방정식과  $k-\epsilon$  난류모형을 이용하여 경계면에 수평으로 방출되는 난류지판제트의 2차원 흐름을 해석하기 위한 수치모의 연구를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

제트와 경계면의 충돌에 의한 유속회복의 크기는 지판비에 의존하여 변화하였다. 지판비가 아주 작거나 큰 경우에는 유속회복현상이 눈에 띄게 일어나지 않았다. 지판비가 커서 지판의 위치가 경계면에서 멀리 떨어져 있을 경우에는 부착이 일어나지 않았으며, 부착이 일어날 경우 지판비와 부착점의 거리는 선형적인 관계를 보였다. 부착이 일어날 경우, 부착점을 기준으로 상류부에는 음의 유속이 발생하여 재순환 현상이 일어났다. 그리고 하류로부터 상부 경계면을 따라 제트로 연행되는 물을 보충해 주는, 제트의 재순환 현상에 비해 상대적으로 규모가 큰, 2차적 순환현상이 발생함을 확인하였다.

본 연구의 결과를 이용하여 유체의 밀도차를 고려한 제트의 거동을 분석하여 오염원 배출구의 설계에 대한 지침을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

## 6.참고문헌

- Ali, K. H. M. and Salehi-Neyshaboury, A. A. (1989). "Application of the strip integral method to turbulent offset jets." *XXIII Congress of IAHR, National Resources Council Canada, Ottawa*, pp. A339-A346.
- Hoch, J. and Jiji, L. M. (1981). "Two-dimensional turbulent offset boundary interaction." *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*, 103, pp. 154-161.
- Lauder, B. E. and Spalding, D. B. (1974). "The numerical computation of turbulent flow." *Computational Methods Applied Mechanics*, England, 3, p. 269
- Pelfrey, J. R. R. and Liburdy, J. A. (1986). "Mean flow characteristics of a turbulent offset jet." *Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering*. 108, pp. 82-88.
- Rajaratnam, N. and Subramanya, N. (1968). "Plane turbulent reattached wall jets." *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, 94(1), pp. 95-112.
- Sawyer, R. A. (1960). "The flow due to a two-dimensional jet issuing parallel to a flat plate." *Journal of Fluid Mechanics*, 9, pp. 543-560.