

사구하상 흐름에서 난류특성의 수치모의

Numerical Simulation of Turbulent Flows over Dune Bed

최성욱* , 박승주**

1. 서론

난류흐름에 의한 유사이동은 하천, 저수지, 침전지 및 관개수로 등에서 일반적으로 일어나는 현상이다. 대부분의 자연하천은 이동상이기 때문에 유사이동이 발생하는 하상은 파열 (波列)을 가지게 되며, 파형 (波形)은 시간에 의존하여 변하게 된다. 이와 같은 이동상 개수로에서 유수는 하상을 변화시켜 하상형상을 형성하며 이는 다시 흐름저항을 증가시킨다. 또한 하상형상에 의해 증가된 마찰력은 홍수위 및 유사량 산정에 큰 영향을 미치게 되므로 하상형상에 따른 흐름 특성을 규명하는 것은 수공학 분야에 있어 매우 중요한 과제이다.

일반적으로 자연하천에 존재하는 하상의 대부분은 사구형상을 가지기 때문에 모래 사구에서의 난류흐름에 대한 해석은 흐름저항에 대한 하상형상의 효과와 소류사 및 부유사 이동의 메카니즘을 분석하는데 중요하다고 할 수 있다.

사구에서의 일반적인 흐름 특성을 그림 1에 나타내었다. 그림에서와 같은 하상형상에서 주흐름 방향의 교란은 물마루 (crest)에 큰 응력을 발생시켜, 골 (trough)에서의 흐름보다 빠른 진행 양상을 보인다. 이러한 불안정이 충분히 강할 경우 유선이 분리 (分離, separation)되는 현상이 나타난다. 유선분리는 파마루에서 운동량 결손을 일으키게 되는데 이 양상은 원형 실린더에서 후류 (後流, wake)의 현상과 비슷하다. 유선분리 후 다시 재결합이 생기고 이 지점에서의 속도 및 전단응력은 영이 된다. 이 구간에서의 흐름은 주흐름 방향과는 다른 회전류가 형성되는데 이 때의 압력차에 의해서 항력이 발생하게 된다.

본 연구에서는 Yoon과 Patel (1996)에 제시된 수치모형을 이용하여 사구하상 위의 개수로 흐름을 모의하였다. 난류완결식으로는 $k-\omega$ 모형과 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였다. 계산된 난류 특성을 Lyn (1993)의 실험 결과와 비교하였으며, 수치모의된 결과를 이용하여 기존에 제시된 흐름저항 공식의 적용성을 검토하였다.

2. 수치모형

2.1 지배방정식

비압축성 유체에 대한 2차원 시간 평균된 레이놀즈 방정식을 직교좌표계에서 나타내면 다음 식과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial}{\partial x_j} - \overline{u_i' u_j'} \right) \tag{2}$$

여기서 ρ 는 물의 밀도, ν 는 동점성계수, u_i 는 유속의 i 성분, p 는 중력이 고려된 동압력, 그리고 $-\overline{u_i' u_j'}$ 는 레이놀즈 응력을 나타낸다. 레이놀즈 응력은 와점성개념을 도입하면 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

* 연세대학교 공과대학 사회환경·건축공학부 부교수 (e-mail: schoi@yonsei.ac.kr)

** 연세대학교 대학원 토목공학과 박사과정 (e-mail: sjkwak@yonsei.ac.kr)

$$-\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \quad (3)$$

여기서 ν_t 는 와점성계수, δ_{ij} 는 Kronecker delta, 그리고 k 는 난류 운동에너지이다.

본 연구에서는 수치모의를 위해 난류완결식으로 2-방정식 난류모형인 $k-\omega$ 모형과 $k-\varepsilon$ 모형을 사용하였다. 수치모의에 사용된 $k-\varepsilon$ 모형은 일반적인 것을 사용하였으며, 모형상수는 Launder와 Spalding (1974)이 제시한 표준 값을 사용하였다. $k-\omega$ 모형은 $k-\varepsilon$ 모형과 비슷하나, 난류운동에너지 소산률인 ε 대신에 단위에너지 당 난류운동에너지의 소산률로 정의되는 ω ($= \varepsilon/\beta^*k$)를 고려하는 모형이다. $k-\omega$ 모형에서 식(3)의 와점성계수 ν_t 는 다음의 식으로부터 계산된다.

$$\nu_t = \gamma^* \frac{k}{\omega} \quad (4)$$

여기서 $\gamma^* = 1$ 이다. 위의 식은 $k-\varepsilon$ 모형의 Prandtl-Kolmogorov 식에 해당되며, k 와 ω 를 산정하기 위해 아래와 같은 각각의 수송방정식을 해석한다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu + \sigma^* \nu_t \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P - \beta^* \omega k \quad (5)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\nu + \sigma \nu_t \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) + \frac{\gamma \omega}{k} P - \beta \omega^2 \quad (6)$$

여기서 $\sigma = \sigma^* = 0.5$, $\beta = 3/40$, $\beta^* = 0.09$, $\gamma = 5/9$ 이며, P 는 생성항으로 다음 식으로 표현된다.

$$P = -\overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

본 연구에서는 위의 방정식을 수치해석하기 위해 Yoon과 Patel (1996)이 제시한 모형을 사용하였다. 하상형상을 고려하기 위해 Poisson 방정식을 해석하여 얻어진 곡선경계 고정좌표계 (curvilinear coordinate)를 구성하였으며, 지배방정식을 이산화하기 위해 Chen과 Patel (1988)에 의한 유한해석법 (Finite Analytic Method)을 사용하였다.

2.2 경계조건

바닥에서는 非滑動 조건을 만족해야 하기 때문에 바닥에서의 속도 (u, v) 및 난류에너지 (k)는 영이 된다. 단위에너지 당 난류운동에너지의 소산률 (ω)은 하상의 거칠기 효과를 고려하여 다음 식과 같이 표현된다 (Wilcox, 1988).

$$\omega = u_*^2 S_R / \nu \quad (8)$$

여기서 u_* 는 전단속도, S_R 은 Saffman (1970)에 의해 $k_s^+ (= k_s u_* / \nu)$ 의 함수로 다음 식과 같이 정의되는 값이다.

$$S_R = \left(\frac{50}{k_s^+} \right)^2 \quad k_s^+ < 25 \quad (9)$$

$$S_R = \frac{100}{k_s^+} \quad 25 < k_s^+ < 400 \quad (10)$$

여기서 k_s 는 특성조도높이를 나타낸다. 모의하는 흐름이 잘 발달되었으며 수면에 파가 형성되지 않는다고 가정하면, 자유수면에서 다음과 같은 대칭조건을 사용할 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

연속방정식에 의하면 자유수면 근처에서 x 에 따른 u 의 변화율이 존재하기 때문에 $\partial u / \partial y$ 는 영이 되지 않는다. 따라서 수직방향 속도 v 에 대해서 연속방정식을 만족하도록 경계조건을 부여할 수

있다. 또한, 반복되는 사구하상의 영향을 고려하기 위하여 입구와 출구에 대한 주기적 경계조건을 사용하였다.

$k-\varepsilon$ 모형의 경우 바닥경계조건으로 일반적인 벽법칙을 사용하는 대신 Chen과 Patel (1988)에 제시된 방법을 적용하였다. 즉, 바닥 근처에서는 k 방정식을 해석하고, 그 결과와 특성길이를 이용하여 ε 과 ν_t 를 산정하였다. 자유수면과 좌우측단에서의 경계조건은 $k-\omega$ 모형과 동일하게 사용하였다.

3. 수치모의 결과 및 분석

본 연구에서는 수치모의 결과를 Lyn (1993)의 실험자료와 비교하였다. Lyn (1993)은 실험에서 길이가 13 m이고 폭은 0.2667 m인 수로를 사용하였고, 파장 (L)이 0.15 m이고 파고 (h)가 0.012 m인 사구를 하상에 구현하여 수리특성을 관측하였다. 하상에는 균일한 모래입자 ($D_{50} = 0.25$ mm)를 포설하여 고정시켰다. 실험 조건으로는 수심 $H = 0.061$ m, 수로경사 $S = 0.00145$, 그리고 평균속도 $U_0 = 0.269$ m/s이다. 수치모형에 사용되는 특성조도높이 (k_s)는 다음 식으로부터 산정할 수 있다 (Garcia, 1999).

$$k_s = \alpha_s D_x \quad (12)$$

일반적으로 α_s 는 1-7 사이에 존재한다. 계산에서 $\alpha_s = 1$ 과 $D_x = D_{50}$ 을 사용하였는데, α_s 의 값에 계산 결과가 크게 민감하지 않은 것으로 나타났다.

3.1 속도 및 난류에너지 분포

난류모형에 의해서 계산된 주흐름방향과 연직방향 유속분포를 Lyn (1988)의 실험결과와 비교하여 각각 그림 2와 3에 나타내었다. 그림에서 가로축은 평균전단속도에 의한 무차원 유속을 나타내며, 세로축은 입구수심 (H_0)에 의한 무차원 연직방향 거리를 나타낸다. 그림에서 모의된 두 방향의 유속분포가 관측결과와 비교적 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 또한, $k-\omega$ 모형과 $k-\varepsilon$ 모형의 결과가 매우 유사하나, 바닥부근에서는 $k-\omega$ 모형의 결과가 관측된 분포와 더 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 그러나 자유수면으로 갈수록 모의된 결과와 실험 관측값과는 차이를 보이며, 이는 수치모의에서 자유수면에 의한 영향이 정확히 반영되지 못했기 때문으로 보인다. 한편, $x=0.25L$ 인 지점에서 바닥부근의 유속성분 u 와 v 가 모두 음의 값을 보여, 두 번째 관측지점이 분리영역 (separation zone)안에 위치하고 있음을 파악할 수 있다. 또한, 세 번째 관측 지점에서 바닥부근의 두 유속성분이 모두 양의 값으로 회복하는 것으로 미루어 $x=0.25L$ 과 $x=0.5L$ 의 사이에서 흐름의 재결합이 일어나는 것을 예측할 수 있다.

그림 4에는 관측지점별로 레이놀즈 응력의 연직방향 분포를 나타내었다. $k-\omega$ 모형에 의해 모의된 응력 분포가 실험결과를 더 잘 예측하는 것을 확인할 수 있다. 즉, $x=0.25L$ 지점에서 $k-\varepsilon$ 모형은 레이놀즈 응력을 심각하게 과대 산정하는 것을 볼 수 있다. 이것은 $k-\varepsilon$ 모형의 경우 바닥 부근에서 k 방정식만을 계산하고 ε 에 대해서는 일정 높이까지 경험공식에 의존하기 때문으로 판단된다.

3.2 전단속도

그림 5에는 수치모의에 의해서 계산된 거리에 따른 전단속도의 분포를 나타내었다. 그림 5의 가로축은 사구의 파장 L 에 의한 무차원 흐름방향 거리를 나타낸다. 2차원 흐름의 경우, 재결합 지점은 평균 전단응력이 영이 되는 지점이며, 전단응력이 음의 범위에 있는 구간을 분리영역으로 정의할 수 있다. 따라서 그림 5에서 $k-\varepsilon$ 모형과 $k-\omega$ 모형에 의한 결과는 $x=0.32L$ 부근에서 재결합이 발생하며, $k-\varepsilon$ 모형이 $k-\omega$ 모형에 비해 재결합이 약간 빨리 발생하는 것을 알

수 있다. 또한 재결합 지점의 하류부근에서 전단응력이 증가하는 것을 알 수 있으며 전단응력의 최대값은 물마루 근방에서 발생하는 것을 확인할 수 있다.

3.3 저항계수

저항계수는 표면마찰계수 (C_{fs})와 형상항력계수 (C_{jf})의 합으로 표현될 수 있으며, 각각은 다음 식과 같이 계산될 수 있다.

$$C_{fs} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (13)$$

$$C_{jf} = \frac{p - p_{ref}}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (14)$$

여기서 τ_w 는 바닥에서의 전단응력, 그리고 p_{ref} 는 하류경계에서의 압력을 나타낸다. 각 지점에서의 표면마찰계수 (C_{fs}) 및 형상항력계수 (C_{jf})를 사구의 파장에 대해서 적분하여 평균저항계수를 계산할 수 있다. 또한 전체 저항계수 (C_F)는 적분된 평균 표면마찰계수 (C_{FS})와 평균 형상항력계수 (C_{FF})의 합으로 표현할 수 있다.

표 1에 $k-\omega$ 모형에 의한 평균저항계수와 경험공식에 의해서 계산된 저항계수의 값을 나타내었다. 또한 형상항력이 총 전단력에 미치는 크기를 파악하기 위해 형상항력계수와 저항계수와의 비 ($= C_{FF}/C_F$)를 같이 나타내었다. 사구 하상에서의 흐름저항산정공식은 Einstein-Barbarossa 공식 (1952)과 Engelund-Hansen 공식 (1967)을 사용하였다. 표에서 수치모의를 통해 산정된 표면마찰 계수는 경험공식에 비해 매우 작으며 형상항력계수는 Einstein-Barbarossa 공식과는 비슷하지만 Engelund-Hansen 공식보다는 크게 산정되었다. 결과적으로 전체 저항계수는 Einstein-Barbarossa 공식과 Engelund-Hansen 공식에 의한 저항계수 사이에 놓이는 것을 확인하였다. 또한, 전체저항에서 형상항력이 기여하는 비는 수치모의의 경우가 0.9, Einstein-Barbarossa 공식과 Engelund-Hansen 공식이 각각 0.8과 0.6으로 나타나, 전체 흐름저항에서 형상항력이 차지하는 비율이 크게 나타났다. 이것은 Yoon과 Patel (1996)의 수치모의 결과와 일치하는 내용이다. 그러나, 수치모의에 의한 결과는 입자의 운동에 의한 흐름저항의 손실을 고려하지 못하며 순수한 2차원 흐름의 가정에 기초하였으므로 경험공식에 의한 결과와 차이를 보이는 것으로 판단된다.

4. 결론

본 연구에서는 난류모형을 이용하여 사구하상 위의 개수로 흐름을 2차원적으로 수치모의 하였다. 난류완결식으로 $k-\omega$ 모형과 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였으며, 곡선경계 고정격자를 이용해 주기적으로 반복되는 하상의 사구를 구현하였다. Lyn (1993)의 실험결과와 비교하여 유속성분 및 레이놀즈 응력 분포와 비교하였고, 모의된 결과를 이용하여 흐름저항계수를 산정하였으며 이를 경험공식과 비교하였다. 이상의 연구 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- ① 두 가지 난류완결식 중에서 바닥에서 조도의 영향을 직접적으로 반영할 수 있는 $k-\omega$ 모형이 사구하상 위의 개수로 흐름을 더 잘 모의하는 것으로 나타났다.
- ② 수치모의에 의해 산정된 흐름저항계수는 기존의 경험공식과 비교하여 적절한 값을 예측하는 것으로 나타났으며, 수치모의 결과와 경험공식 모두 전체 흐름저항에서 형상항력이 차지하는 비가 표면마찰보다 큰 것으로 나타났다.

5. 참고문헌

Chen, H.C. and Patel V.C. (1988). "Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation." *AIAA Journal*, 21(4), 509-515.

- Einstein, H.A. and Barbarossa, N.L. (1952). "River Channel Roughness." *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 117, 1121-1146.
- Engelund, F. and Hansen, E. (1967). *A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams*, Teknisk Forlag, Copenhagen, Denmark.
- Garcia, M. (1999). *Sedimentation and Erosion Hydraulics. Chapter 6 in Hydraulic Design Handbook*, McGraw Hill, New York, NY.
- Launder, B.E. and Spading. D.B. (1974). *The Numerical Computation of Turbulent Flow*, Comp. Meth. in Applied Mechanics, England.
- Lyn D.A. (1993). "Turbulence Measurement in Open-Channel Flows over Artificial Bed Forms." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 119(3), 306-326.
- Saffman, P.G. (1970). "A Model for Inhomogeneous Turbulent Flow." *Progress in Aerospace Science*, 2, 417-433, Oxford, UK.
- Wilcox, D.C. (1988) "Reassessment of the Scale Determining Equation for Advanced Turbulence Models." *AIAA Journal*, 26(11), 1299-1310.
- Yoon, J.Y. and Patel, V.C. (1996). "Numerical Model of Turbulent Flow over Sand Dune." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, 122(1), 10-18.

표 1. 난류모형과 경험공식에 의한 저항계수

방 법	C_{FS}	C_{FF}	C_F	C_{FF}/C_F
본 연구 ($k-\omega$)	0.0036	0.0317	0.0353	0.90
Einstein과 Barbarossa (1952)	0.0079	0.0337	0.0416	0.81
Engelund와 Hansen (1967)	0.0098	0.0154	0.0252	0.61

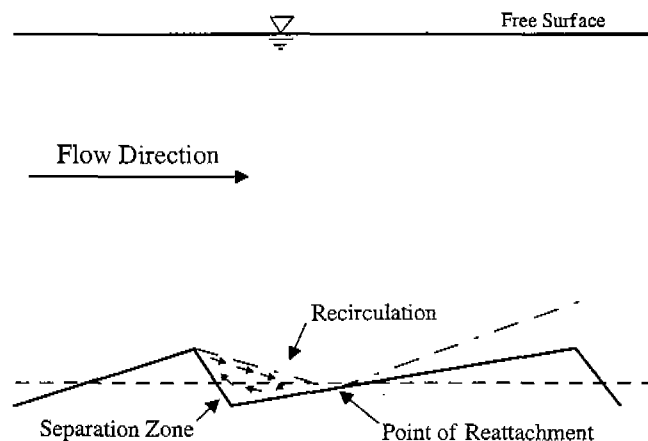


그림 1. 사구에서의 흐름 특성

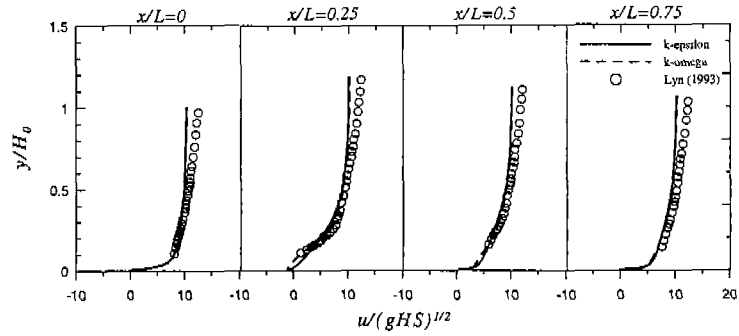


그림 2. 주흐름방향 유속 분포

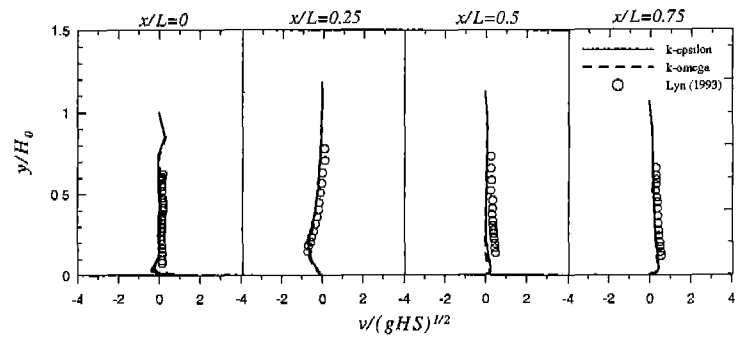


그림 3. 연직방향 유속 분포

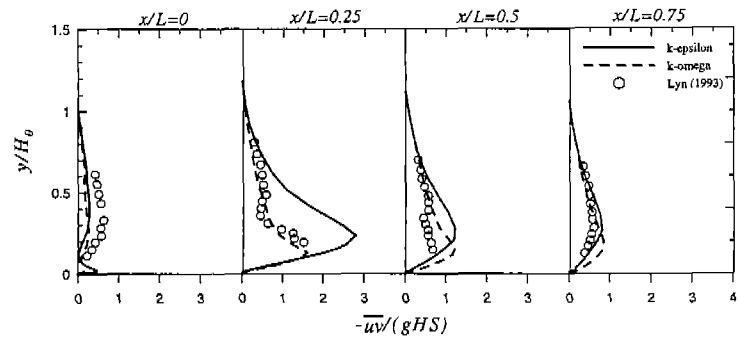


그림 4. 레이놀즈응력 분포

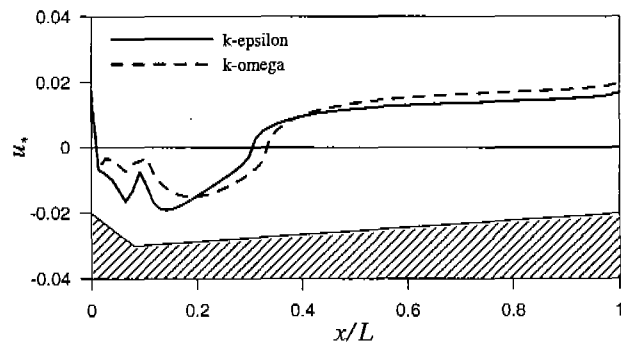


그림 5. 전단속도 분포