

Kriging 기법을 이용한 면적 평균강우량 산정

○최용준*, 김재한**, 조효섭***, 서경철****

1. 서론

강우로 인하여 얻어진 수자원은 치수적 측면에서는 홍수유출로 나타나게 되며. 이수적 측면에서는 토양침투나 증발산의 과정을 통하여 손실후 이용된다. 따라서 우리가 궁극적으로 수문량을 분석하기 위해서는 지면에 내린 강우의 유출량이나 토양침투량, 증발산량 등을 정확히 산정해야 하지만 무엇보다도 대상유역에서의 총 강우량에 대한 정확한 평가가 이루어져야 하며 이를 위해서는 신뢰성 있는 우량관측과 그에 대한 타당성 있는 연구가 필요하다.

그러나 우량계에 의하여 측정된 우량은 지점우량(Point Rainfall)이기 때문에 전 유역에 대한 면적우량값을 얻기 위해서는 강우량의 지역적 변화를 반영 할 수 있는 적절한 우량관측망의 설치운영이 필요하며, 그로부터 면적우량산정기법에 의하여 면적우량으로 환산이 필요하게 된다. 따라서 본 연구에서는 기존의 산술평균법, Thiessen 기법 및 등우선법과 공간 상관성을 고려한 Kriging기법을 적용하여 검토하였다.

2. Kriging 기법의 기본이론

2.1 Kriging 기법의 기본조건

본 연구에서는 실제 면적 평균 강우량(Mean Areal Precipitation, M.A.P.) P 에 대해 추정값 \hat{P} 를 최적 선형 불편성 추정(Best linear unbiased estimate)하기 위해서 Kriging기법을 적용하였다. 이를 위한 기본 조건들은 다음과 같다.

* 충남대학교 토목공학과 대학원 박사과정 (yjchoi@hydro.cnu.ac.kr)

**. 충남대학교 토목공학과 정교수

*** 유니세코 기술 연구소, 공학박사

**** 충남대학교 토목공학과 대학원 박사과정

임의 지점의 면적 평균 강우량(모집단 참값)을 다음 식(1)과 같이 정의한다.

$$P = \frac{1}{A} \int_A Z(u) du \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

(1) 선형성(Linearity)

추정치 \hat{P} 는 관측치 $Z(u_i)$ 의 선형결합으로 이루어진다.

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(u_i) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$\lambda_i, i=1,2,3,\dots,n$: 계산된 최적 가중치

(2) 불편성(Unbiasedness)

\hat{P} 의 기대값과 실제 면적 평균 강우량 P 의 기대값이 같다.

$$E[\hat{P}] = E[P] \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

(3) 최적 평가(Best criterion)

최적의 추정을 위해서 평가의 분산은 최소이다.

$$\sigma_p^2 = E[(P - \hat{P})^2] = Var[P - \hat{P}] \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

2.2 범용공분산 Kriging 기법 (Kriging with generalized covariance)

위의 세가지 기본조건에 의해 범용공분산 Kriging 기법의 시스템은 다음과 같다.

① 함수 추정모형

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(u_i) \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

② 가중계수 추정모형

$$O.F. \quad \min \sigma_p^2 \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$S.T. \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f'(u) - \frac{1}{A} \int_A f'(u) du = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$\begin{aligned} F = & \frac{1}{A^2} \int_A \int_A K(u_1 - u_2) du_1 du_2 - \frac{2}{A} \int_A \sum_{i=1}^n \lambda_i K(u_i - u) du + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j K(u_i - u_j) + 2\theta_0 (\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1) \\ & + 2 \sum_{i=1}^n \theta_i (\sum_{j=1}^n \lambda_j f'(u_j) - \frac{1}{A} \int_A f'(u) du) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

θ : Lagrange 승수

③ Kriging system

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i K(u_i - u) - \theta_0 - \sum_{i=1}^n \theta_i f'(u_i) = \frac{1}{A} \int_A K(u_i - u) du \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f^i(u_i) = \frac{1}{A} \int_A f^i(u) du \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

$$l=1, 2, 3, \dots, \nu, \quad i=1, 2, 3, \dots, n$$

위의 식에서 $Z_i(u_i)$ 를 고유함수(Intrinsic random function)라 하고 $K(u_\alpha - u_\beta)$ 를 범용공분산(Generalized covariance)이라 한다.

여기서 고유함수의 차수 결정에 있어서 Delfiner(1976)는 $k = 0, 1, 2$ 를 교대로 가정함으로서 몇 개의 기지의 지점들을 추정하기 위하여 $K(v) = -|v|$ 의 관계를 사용할 것을 제안하였다. 그러나 여기서 세 가지 차수에 대해서는 동일한 주변 관측점들을 사용하게 된다. 이 중 Kriging 오차의 평균이 가장 작은 차수가 최적 고유함수 차수로 결정된다.

Matheron(1973)과 Delfiner(1976)는 결정된 차수 k 를 위해 \mathbb{R}^n 에서의 범용공분산을 다음 식(13)과 같이 정의했다.

$$K(v) = \sum_{p=0}^k (-1)^{p+1} \frac{\alpha_p}{(2p+1)!} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)p!}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{2p+n+1}{2}\right)} (v)^{2p+1} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$$\text{단, } \sum_{p=0}^k \alpha_p x^{k-p} \geq 0 \quad \forall x \geq 0$$

식(13)에서 범용공분산의 계수는 다음 식(14)를 최소로 해주는 값들을 구한다.

$$Q(C, \alpha) = \sum_{i=0}^k w_i^2 \left[Z(\lambda^i)^2 - CT_i^0 - \sum_{p=0}^k \alpha_p T_i^{kp+1} \right]^2 \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$w_i^2 = (T_i^1)^{-2} \quad \text{또는} \quad w_i^2 = (T_i^k)^{-2}, \quad k > 0$$

위의 식(14)에서 구한 여러 개의 범용공분산 계수의 형태 중에서 최적의 형태를 선정하기 위해서는 편의(Bias)를 최소로 하는 계수의 형태를 선정해야 한다.

이를 위해서 평가한 분산의 이론치와 Kriging 오차의 제곱합의 비로 나타내면 다음과 같다.

$$r = \frac{\sum_{j \in J} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\alpha} \lambda_{\beta} K[u_{\alpha} - u_{\beta}]}{\sum_{j \in J} \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}^2} = \frac{\sum_{j \in J} G_j(Z)^2}{\sum_{j \in J} \sigma_j^2} \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

$$r_1 = \frac{\sum_{j \in J_1} G_j(Z)^2}{\sum_{j \in J_1} \sigma_j^2}, \quad r_2 = \frac{\sum_{j \in J_2} G_j(Z)^2}{\sum_{j \in J_2} \sigma_j^2} \quad \dots \dots \dots \quad (16)$$

여기서 편의가 최소화되는 계수 값은 다음 식(17) 같은 Jackknife 평가치 J 가 1에 가장 가까운 값이 된다.

$$J = 2r - \frac{n_1 r_1 + n_2 r_2}{n_1 + n_2} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

여기서, n_1 은 J_1 에서의 점의 수, n_2 는 J_2 에서 점의 수이다.

3. 적용결과 및 분석

3.1 유역 현황 및 적용

본 연구의 적용유역은 수통수위표 지점을 유출구 지점으로 하는 금강 본류의 상류 유역으로 한다.

유역의 강우관측소 현황은 다음 표 1 및 그림 1과 같으며 호우사상은 1997년 7월 4일 21시에서 1997년 7월 6일 18시까지로 하였다. 강우자료는 시우량 자료를 이용하는 것을 원칙으로 하였다. 한국수자원공사 관할 관측소는 T/M자료를 금강홍수통제소 관할 관측소는 자기기록지를 독취하는 방법으로 자료를 취득하였다.

표 1. 대상유역 우량관측소 현황

관할관서명	관측소	관측종별	경도 (° ' '')	위도 (° ' '')	해발고 (El.m)	위치
한국 수자원공사	진안	TM	127-25-58	35-54-34	480	전북.진안.정천.수암.159-1
	장수	TM	127-32-25	35-43-03	520	전북.장수.천천.삼고.산 6-3
	무풍	TM	127-51-08	35-56-48	920	전북.무주.무풍.증산.산 36-3
	무주	TM	127-39-57	35-53-11	450	전북.무주.적상.삼가.산329-1
	제북	TM	127-38-03	35-47-05	640	전북.장수.제북.여전.산30-1
금강 홍수통제소	장수	자기	127-31-28	35-38-39	430	전북.장수(읍).장수 장수초교
	대불	자기	127-22-02	35-57-34	380	전북.진안.주천.대불.대불초교
	진안	자기	127-25-31	35-47-17	290	전북.진안(읍).농촌지도소
	용담	자기	127-32-10	35-56-39	250	전북.진안.용담.옥거.용담초교

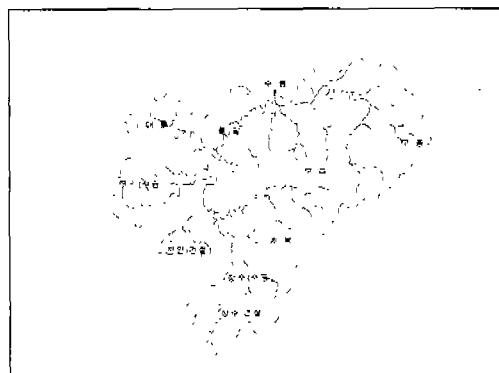


그림 1. 대상유역 현황도

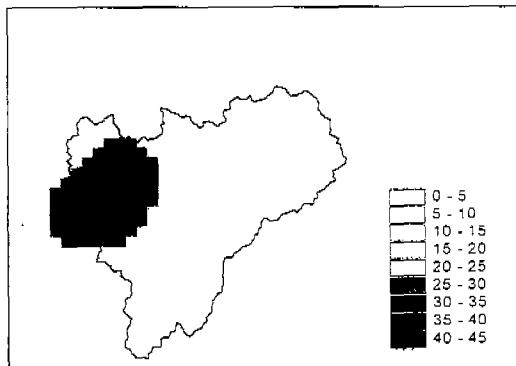


그림 2. 출력자료의 Grid 변환

Kriging 기법의 적용은 MIT(Massachusetts institute of technology)에서 개발된 Kriging 기법 프로그램인 AKRIP을 각 유역에 대해 2 km의 정사각형 형태의 격자로

나누어 운영해서 생성된 Ascii file을 Arc-Info의 Grid file로 변환시켜 하천 유역 경계도와 Intersect 시켜서 하천 유역 경계도 내의 추정된 강우량 값을만 합산하여 각 시간별 면적평균 강우량 분포를 산정하였다. 격자 분할 시 기준원점은 유역을 모두 포함할 수 있는 지점을 도상에서 결정하였다. 따라서 기준원점은 동경 $127^{\circ} 15'$ 북위 $35^{\circ} 35'$ 로 결정되었다.

대상 호우사상의 총 46시간 면적 평균 강우량 산정시 임의 지점에서의 평균(Drift)의 차수 k 는 0차가 24시간, 1차 13시간 그리고 2차가 9시간으로 나타났다. 따라서 총 46개 중 정상 상태는 24개이고 비정상 상태는 22개로 나타났다. 또한 Jackknife 평가치는 $0.962 \sim 1.337$ 로 편의(Bias)가 양호한 것으로 나타났다.

그림 2는 2 km의 정사각형 형태의 격자의 면적우량 값을 Grid file로 변환시킨 것이고 그림 3은 면적 평균강우량의 곡면을 3차원으로 나타낸 것이다. 그림에서 보여지듯 1997년 7월 5일 10시의 경우에는 전안 지역에 강우가 집중적으로 내린 것을 알 수 있다.

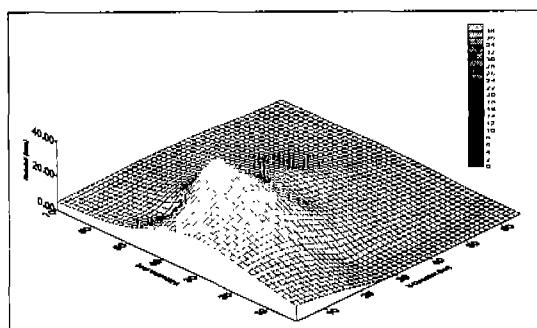


그림 3. 추정 강우의 공간 분포도

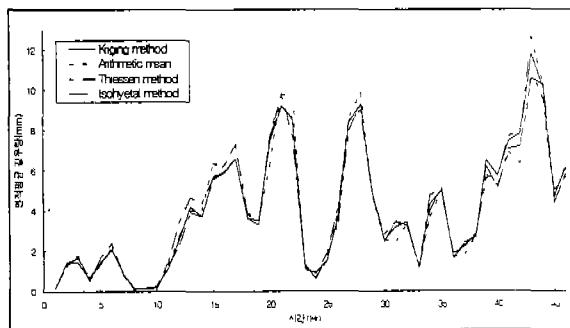


그림 4. 기법별 시간에 따른 M.A.P의 분포

3.2 결과 및 분석

산정된 각 기법별 시간에 따른 면적 평균강우량의 분포는 위의 그림 4와 같다.

그림 4에서 보듯이 산술평균법은 대부분의 시간에서 타 기법에 비해서 과소 또는 과대하게 추정됨을 알 수 있다. 이는 산술평균법이 대상유역의 지형학적특성 및 호우의 이동성 같은 물리적 특성이 전혀 반영되지 않은 상태에서 면적우량을 산정하기 때문이다. Thiessen 기법은 13시, 21시 및 40시 이후에서 타 기법에 비해 과대 산정 되었다. 이는 타 관측소에 비해 지배면적이 큰 용담, 무주관측소에 강우가 많이 내렸기 때문이다. 따라서 Thiessen 기법은 타 기법에 비해 관측소의 지배면적에 민감하게 반응함을 알 수 있다. 또한 등우선법은 유역경계선상에서 등우선이 통과 할 경우 경계치 처리가 임의적일 수밖에 없다. 따라서 등우선 방법의 적용시에는

경계치 처리에 세심한 방법이 제시되어야 한다. 본 연구에서는 유역경계선상을 통과하는 등우선은 거리에 따라 10등분하여 면적 평균강우량을 산정하였다.

Kriging 기법은 대부분의 시간에서 등우선법과 거의 같은 경향을 보였다. 그러나 Kriging 기법은 관측소간의 공간상관성을 고려하여 산정함으로서 등우선법에서 나타나는 임의성을 줄였기 때문에 그 의미는 매우 다르다 할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 관측된 강우량 사이의 공간적인 상관성을 고려하여 면적 평균강우량을 산정하기 위해 Kriging 기법을 도입하였다.

그 결과로서 다음과 같은 사항을 획득할 수 있었다.

- 1) 산술평균법은 대상유역 및 호우의 물리적 특성을 전혀 반영되지 않은 상태에서 면적우량을 산정하기 때문에 타 기법에 비해 과소 또는 과대 추정되는 경향을 보였다.
- 2) Thiessen 기법은 타 기법에 비해 관측소의 지배면적에 민감하게 반응함을 알 수 있었다.
- 3) 등우선법은 일반적으로 유역경계선상에서 등우선이 걸치는 경우 경계치 처리가 임의적일 수밖에 없다.
- 4) 따라서, 유역의 면적 평균강우량 산정 시 지형학적 특성을 고려할 수 있는 Kriging 기법을 적용하는 것이 단순 수학적 방법에 의해 면적 평균강우량을 산정하는 것보다 물리적으로 타당할 것으로 사료된다.

5. 참고문헌

- 1) 박영기(1989), “산지성 호우의 환상 스펙트럼 추정”, 전북대학교 대학원, 박사학위논문
- 2) 한국건설기술연구원(1991), 면적우량과 강우의 공간변화 해석:면적우량 환산계수를 중심으로
- 3) 한국수자원공사(1996), Kriging 기법을 이용한 강우 공간 분포에 관한 연구
- 4) Gambolati, G., and Volpi, G.(1979), "A Conceptual Deterministic Analysis of the Kriging Technique in Hydrology", Water Resources Research, Vol. 15, No.3, pp. 625-9
- 5) Hughes, J. P., and D. P. Lettenmaier(1981), "Data Requirements for Kriging Estimation and Network Design", Water Resources Research, Vol. 17, No. 6, pp. 1641-50
- 6) John Kafritsas, and Rafael L. Bras(1981), The Practice of Kriging, Ralph M. Parsons Laboratory Department of Civil Engineering Massachusetts Institute of Technology, Report No. 263
- 7) McCuen, R. H., and Snyder, W. M.(1986), Hydrologic Modeling : Statistical Methods and Applications
- 8) Rafael L. Bras, and Ignacio Rodriguez-Iturbe(1985), Random Functions and Hydrology, Addison-Wesley publishing company