머스킹검 모형 추적계수 추정에 관한 연구

The Study of Routing Coefficients Estimation of Muskingum model

○김주철*, 윤여진**, 김재한***, 정관수****

1. 서론

대표적인 수문학적 하도추적법의 하나인 머스킹검 모형은 모형의 구조 및 입력 자료의 단순성에 비하여 비교적 우수한 결과를 모의할 수 있는 것으로 알려져 있다. 모형 구조의 선형성에 의거하여 운용 결과의 신뢰도는 정확한 추적 계수 추정 과정에 종속적이라 할 수 있다.

고전적인 머스킹검 모형의 경우, 하도 구간 내 저류량은 대상 구간 양단에서의 유입량과 유출량의 가중합에 비례한다는 것을 기본 가정으로 한다. 이에 따라 두 개의 매개변수로 이루어진 머스킹검 모형은 대상 구간에 대한 연속방정식은 만족하지만 측방유입량에 대한 고려가 전혀 이루어지지 않는다. 하지만 많은 경우 측방유입량의 존재가 경험되었고 모형 자체나 적용 기법에 대한 다양한 수정방법들이 제시되었다. O'Donnel(1985)은 측방유입량을 상류단의 유입량에 비례하는 형태로 고려한 3매개변수 머스킹검 모형을 제안하였다. Khan(1993)은 상류의 다중 지류들이 하류의 단일 하도로 모이는 하천 수계 분석을 위한 다중 유입형 머스킹검 모형을 제안하였는데 매개변수 x의 개수의 증가를 통하여 추적계수의 수를 증가시킴으로서 지류 유량이 독립적인 유입량의 형태가 되도록 모형을 변형하였다.

머스킹검 모형의 매개변수 추정에는 전통적으로 시행착오법에 의한 도해적 방법이 제시되어 왔는데 이는 최적값의 결정에 관한 객관적 기준을 제시하지 못하고 있다. Gill(1978)은 매개변수 추정법으로 최소자승법, 구획 곡선법 등을 제안하였다. Stephenson(1979)은 선형계획법에 의한 추정법을 제안하였는데 기존의 방법과

* 정회원, 충남대학교 토목공학과 박사수료
** 정회원, 건양대학교 토목공학과 전임강사
*** 정회원, 충남대학교 토목공학과 교수
*** 정회원, 충남대학교 토목공학과 조교수

는 달리 추적계수 값을 먼저 직접 추정한 후 매개변수를 산정하는 방법을 사용하였다.

본 연구에서는 Khan(1993)의 다중 유입형 머스킹검 모형을 대청댐 상류의 호탄-옥천 구간에 적용하여 지류 형태의 측방유입의 영향을 고려할 수 있는 추적 모형을 구성하였다. 추적계수의 추정은 Stephenson(1979)의 경우와 같이 매개변수 추정 과정을 거치지 않고 2차 계획법을 이용하여 직접 수행하였다.

2. 다중 유입형 머스킹검 모형

고전적인 머스킹검 모형은 연속방정식과 저류방정식으로 구성된다. 이 경우 고려되는 유입량은 하도 구간 상류단의 유량으로서 단일 유입량이다. 따라서 하도 구간을 통하여 지류 형태의 측방유입량이 존재할 경우 모형의 적용성에 한계가 있다. 이러한 측방유입량의 고려를 위하여 각 유량이 $I^1, I^2 \cdots I^m$인 m개의 지류에 대한 연속방정식 및 저류방정식은 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\frac{dS}{dt} = [I^1, I^2 \cdots I^m] - Q \tag{1}$$

$$S = K[x_1 I^1 + x_2 I^2 + \cdots + x_m I^m + (1-x)Q] \tag{2}$$

여기에서 $x_1, x_2, \cdots, x_m$은 각 지류들이 저류량에 대하여 갖는 가중치를 나타내고 기존의 매개변수 x와는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$x = \frac{x_1 I^1 + x_2 I^2 + \cdots + x_m I^m}{I^1 + I^2 + \cdots + I^m} \tag{3}$$

식(1),(2)를 유한차분화하여 정리하면 다음과 같은 추적식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_{j+1} &= C_1^1 I_j^1 + C_2^1 I_{j+1}^1 + C_1^2 I_j^2 + C_2^2 I_{j+1}^2 + \cdots + C_1^m I_j^m + C_2^m I_{j+1}^m + C_3 Q_j \\ &= C_1^p I_j^p + C_2^p I_{j+1}^p + C_3 Q_j \ ; \ p = 1, \cdots, m \end{aligned} \tag{4}$$

여기에서 C_1^p, C_2^p는 각 지류 유입량들의 C_1, C_2값이다. 추적계수들과 매개변수들 사이의 관계는 다음과 같다.

$$C_1^p = \frac{\Delta t + 2Kx_p}{\Delta t + 2K(1-x)}, \ C_2^p = \frac{\Delta t - 2Kx_p}{\Delta t + 2K(1-x)}, \ C_3 = \frac{-\Delta t + 2K(1-x)}{\Delta t + 2K(1-x)} \tag{5}$$

만약 $x_1 = x_2 = \cdots = x_m = x$라면 식(2)는 고전적인 머스킹검 모형 내 저류방정식과 같게 됨으로 식(4)의 추적식은 다중 유입량들에 대한 고려가 가능해진 좀 더 일반

화된 추적식으로 볼 수 있다.

3. 모형의 구성

3.1 2중 유입형 추적모형

본 연구에서는 단일 주하도에 하나의 지류가 유입하는 2중 유입형 수계에 대하여 추적모형을 구성하였다. 합류점을 전후하여 추적 구간을 분할하여 추적을 수행하는 것이 일반적이지만, 합류점 부근에 관측소의 부재로 인하여 추적계수 추정에 어려움이 있어 하도를 개별적인 두 개의 하도로 분할하여 모형을 구성하였다. 추적식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q_{j+1} &= C_1^1 I_j^1 + C_2^1 I_{j+1}^1 + C_1^2 I_j^2 + C_2^2 I_{j+1}^2 + C_3 Q_j \\ &= C_1^1 I_j^1 + C_2^1 I_{j+1}^1 + C_1^2 I_j^2 + C_2^2 I_{j+1}^2 + C_3 (Q_j^1 + Q_j^2) \\ &= (C_1^1 I_j^1 + C_2^1 I_{j+1}^1 + C_3 Q_j^1) + (C_1^2 I_j^2 + C_2^2 I_{j+1}^2 + C_3 Q_j^2) \end{aligned} \tag{6}$$

식(6)의 추적계수들은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$C_1^1 + C_2^1 + C_3 = 1, \quad C_1^2 + C_2^2 + C_3 = 1 \tag{7}$$

직접 추정된 추적계수들로부터 각 구간의 매개변수의 산정은 식(8)에 의하여 이루어진다.(Stephenson, 1979)

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\Delta t(C_1^1 + C_3)}{(1 - C_3)}, \quad x_1 = \frac{C_1^1 + 0.5C_3 - 0.5}{1 - C_3} \\ K_2 &= \frac{\Delta t(C_1^2 + C_3)}{(1 - C_3)}, \quad x_2 = \frac{C_1^2 + 0.5C_3 - 0.5}{1 - C_3} \end{aligned} \tag{8}$$

위에서 보듯이 매개변수의 산정에 필요한 계수는 실제로 두 개이므로 이들이 물리적인 의미를 갖기 위한 제약조건은 C_1^1, C_1^2, $C_3 > 0$이 된다.

3.2 추적계수 추정

본 연구의 추적모형은 두 개의 유입량을 고려하게 되므로 총 5개의 추적계수를 포함하게 된다. 이들에 대한 추정은 2차 계획법을 이용하여 수행하였다. 또한 개별적 사상들에 대한 분석 및 대표성을 갖는 계수값들의 추정을 위하여 복합 사상들에 대한 계수 추정을 병행하였다. 구성된 목적 함수 및 제약조건은 다음과 같다.

목적함수 : $\min \ \bar{e}^T \bar{e}$

$$\bar{e} = \bar{Q} - A\bar{C}, \quad \bar{C} = [C_1^1, C_2^1, C_1^2, C_2^2, C_3]^T \tag{9}$$

제약조건 : $C_1^1 + C_2^1 + C_3 = 1$

$$C_1^2 + C_2^2 + C_3 = 1$$

$$C_1^1, C_1^2, C_3 \geq 0 \tag{10}$$

4. 적용사례

본 연구의 대상유역은 옥천지점을 출구점으로 하는 대청댐 상류의 금강유역이다. 본류 구간의 시점은 호탄지점이고 지류 구간의 시점은 송천지점이다. 추적 계수의 추정은 1997년 7월, 1998년 8월 및 2000년 8월의 3개 사상을 대상으로 하였다.

4.1 추적계수 추정결과

단일 사상별 추정 결과 및 복합 사상에 대한 추정결과는 표1과 같다. 단일 사상에 대한 추정결과를 대상 사상에 적용하여 추적을 수행한 결과 매우 우수한 적합도를 보였다. 그림1은 1997년 7월 사상에 대한 추적 수행 결과이다.

표 1. 추적계수

	C_1^1	C_2^1	C_1^2	C_2^2	C_3
97년7월	0.8745	-0.1806	0.5096	0.1843	0.3061
98년8월	1.1169	-0.2934	0.5658	0.2577	0.1764
00년8월	0.9566	-0.1793	0.6248	0.1525	0.2777
복합사상	0.3481	0.3238	0.6448	0.0271	0.3281

4.2 예측 추적 수행결과

복합사상에 대한 결과를 계수 추정에 고려하지 않은 3개의 사상(1997년 8월, 1999년 9월, 2000년 9월)에 적용하여 예측 추적을 수행하여 보았다. 그 결과 첨두 발생 시간은 잘 일치하지만 첨두량에서 상당한 차이를 나타내고 있음을 볼 수 있었다. 이것은 합류에 의한 유동 패턴의 변화를 합류점 이후 구간에 대하여 적절히 고려하지 못한 것으로 사료된다. 그림 2.는 1997년 8월 사상에 대한 예측 추적 수행결과이다.

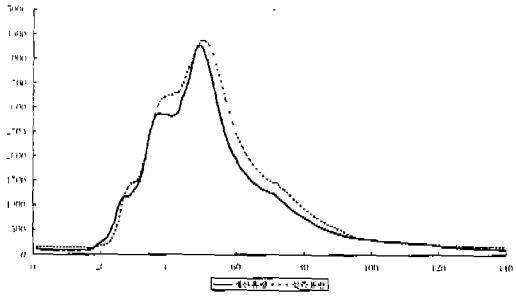

그림 1. 1997년 7월 추적 수행

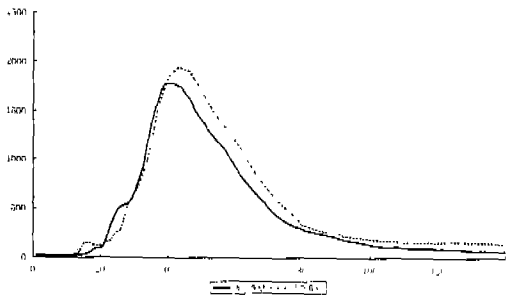

그림 2. 1997년 8월 예측 추적 수행

5. 결론

2중 유입형 머스킹검 하도 추적 모형을 구성하여 대청댐 상류 금강 수계의 호탄-옥천 구간에 적용하였다. 이상의 과정에 의한 결과 및 발견된 문제점은 다음과 같다.

1) 고전적인 머스킹검 모형에서는 이루어지지 않은 지류에 의한 측방유입의 영향을 추적계수의 개수 증가를 통하여 독립적인 유입량으로 취급하여 고려할 수 있었다.
2) 매개변수의 추정을 통하여 추적계수를 산정하는 기존의 방법에 의하지 않고 추적계수의 직접 추정을 수행하였고 최적 추정에 대한 객관성을 위하여 2차 계획법을 이용하였다.
3) 단일 사상에 대한 분석 및 복합 사상에 대한 분석을 병행하여 하도의 대표성을 갖는 계수의 추정을 시도하였다.
4) 추적수행 결과 첨두 발생 시간은 잘 일치하지만 첨두량에 차이를 보이고 있는데 이것은 합류점 이후 구간 내의 합류에 의한 유동 패턴의 변화를 적절히 고려하지 못한 결과로 사료된다.
5) 따라서 동일 구간에 대한 수리학적 추적 모형 수행 결과와의 비교 분석을 통하여 이러한 단점을 보완 할 수 있도록 모형에 대한 수정이 연구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

강인주, 윤용남(1990) 측방유입수를 고려한 자연 하도의 머스킹검 홍수 추적, 수공학논총, 제32권, 29-39

김주철, 윤여진, 김재한, 정관수(2000) 확장형 머스킹검 모형을 이용한 미계측 수문곡선의 유도, 학술발표회 논문집(Ⅲ), 대한토목학회, 33-36

Gill, M. A(1978) Flood routing by the Muskingum method, J. Hydology., 36, 353-363

Stephenson. D(1979) Direct optimization of Muskingum routing coefficients. J. Hydology.,41, 161-165

O'Donnel, T.(1985) A direct three-parameter Muskingum procedure incorporating lateral inflow, Hydrol. Sci. J., 30, 479-496

M. Hassanuzzaman Khan(1993) Muskingum flood routing model for multiple tributaries, WRR, Vol.29, No.4, 1057-1062

Jaewan Yoon, G. Padmanabhan(1993) Parameter estimation of linear and nonlinear Muskingum model, J. Water Resources Planning and Management, Vol.119, 600-610