웨이블렛 변환을 이용한 구조물의 동특성 분석

Identification of Structural Dynamic Characteristics Using Wavelet Transform

박종열* Park, Jong-Yeol

김동규** Kim, Dong-Kyu

박형기*** Park, Hyung-Ghee

ABSTRACT

This paper presents the application method of a wavelet theory for identification of the structural dynamic properties of a bridge, which is based on the ambient vibration signal caused by the traffic loadings. The method utilizes the time-scale decomposition of the ambient vibration signal, i.e. the continuous wavelet transform using the Morlet wavelet is used to decompose the ambient vibration signal into the time-scale domain. The applicability of the proposed approach is verified through the reduced scale bridge and automobile system in the laboratory. The results of verification shows that the use of the Morlet wavelet to identify the structural dynamic properties is reasonable and practicable.

1. 서 론

구조물의 동적응답을 추정하려면 이들의 동적 특성치 즉, 고유진동수 및 진동형상, 감쇠비 등의 정확한 산정이 선행되어야 할 뿐만 아니라, 고유진동수의 정확한 측정은 강성변화에 의한 구조물의 손상여부를 파악하기 위해서도 필수적이다.

일반적으로 구조물의 동특성치 산정을 위한 실험적 방법으로는 가진기를 사용하여 구조물을 가진시키고 그 응답 기록을 분석하여 동특성치를 추정하는 방법과, 충격햄머(impact hammer)등을 이용한 충격시험으로부터 구조물의 과도진동 응답을 분석하여 동특성치를 추정하는 방법이 있다. 그러나, 토목구조물의 경우는 가진하여 시험을 수행하는데 있어 많은 비용과 시간이 소요된다. 또한 교량과 같은 구조물에 있어서는 교통통행의 제한 등 현실적으로 많은 어려움이 있다.

* 인천대학교 토목환경시스템공학과 박사과정

** 인천대학교 토목환경시스템공학과 석사과정

*** 인천대학교 토목환경시스템공학과, 교수

이러한 이유로 본 논문에서는 차량의 상시통행에 의해 발생되는 교량의 상시미진동 계측신호로부터 자유진동신호를 추출한 후 이로부터 자유진동특성을 추정하였다. 차량통행에 의한 상시미진동은 진동수특성과 각종 노이즈성분이 포함되어 있고, 특히 콘크리트교의 경우에는 노이즈에 비하여 자유진동신호가 미약한 특성을 가지는 비정상신호(non-stationary signal)가 된다.

본 논문에서는 고유진동수와 감쇠율을 정확히 예측하기 위해서 비정상 신호의 해석기법에 많이 이용되는 시간-진동수 해석(time-frequency analysis)기법을 이용하고자 한다. 시간-진동수 분석방법에는 단시간푸리에변환(Short-time Fourier Transform), 웨이블렛변환(Wavelet Transform)등이 있다. 단시간푸리에변환은 비정상신호를 짧은 시간동안에 신호를 정상신호로 가정하여 푸리에변환(Fourier Transform)을 취한 것이다. 단시간푸리에변환은 시간영역에서의 창의 크기가 항상 일정하다. 즉 모든 시간영역과 진동수대역에서 같은 분해능을 갖는 특징으로 인해 급격하게 변화하는 신호분석에는 다소 적합하지 않다. 시간 및 진동수 분해능을 증가시키는 방법으로 웨이블렛변환이 이용되고 있다. 특히, 웨이블렛변환은 저진동수에서 진동수 분해능을 증가시키고, 고진동수에서는 시간 분해능을 증가시킴으로써 충격신호와 같은 비정상신호의 시간-진동수해석에 많이 이용되고 있다. 웨이블렛변환을 이용한 구조물의 동특성 분석에 관한 연구로는 국내에서 권혁우[1]와 임현태[2] 등에 의해 연구가 이루어져 있으나, 이들 연구에서는 이산웨이블렛변환(Discrete Wavelet Transform)을 사용하였다. 본 연구에서는 상시미진동을 이용한 교량의 동특성을 파악하기 위해서 Morlet웨이블렛을 사용한 연속웨이블렛변환(Continuous Wavelet Transform)으로 차량하중에 의한 교량의 진동신호를 시간-진동수 영역에서 분해(decomposition)하여, 구조물의 고유진동수와 감쇠비를 추정하는 이론적 근거를 보이고 이로부터 모형시험 결과를 분석하였다.

2. 웨이블렛 변환의 이론

신호의 진동수해석을 위해서 오래동안 사용되어지고 있는 푸리에변환은 신호를 푸리에계수(Fourier Coefficient)에 의해서 주어지는 삼각함수의 선형적인 합성으로 분해한다. 이 방법은 해석시 삼각함수가 시간에 대해서 무한한 성질 때문에 신호의 국부적 정보(local information)를 얻지 못한다. 단지 푸리에변환의 결과로 어떤 진동수 성분이 있는가만을 알 수 있다. 이 문제를 해결하기 위해서 직사각형 형태의 시간-진동수 영역을 차지하는 기본 요소신호를 구성하여 신호에 대한 시간-진동수해석을 하는 것이 단시간푸리에변환이다. 반면에 웨이블렛변환은 기본요소신호를 시간축을 따라서 이동(translation)하고, 진동수축을 따라서는 스케일링(scaling)하면서, 시간에 대한 국부적 정보를 얻을 수 있도록 신호를 시간-진동수 영역에서 분해한다. 본 연구에서는 웨이블렛변환 중 Morlet웨이블렛을 사용한 연속웨이블렛변환을 시간-진동수 분석에 사용한다. 이때 사용되는 기본요소 신호를 모웨이블렛(Mother Wavelet)이라 한다. 웨이블렛변환에서는 어떠한 형태를 모웨이블렛으로 사용하느냐 하는 것이 중요한 문제이다.

Morlet가 1982년에 처음 제안한 Morlet웨이블렛[3]은 다음과 같다.

$$\psi(t) = e^{j w_s t} e^{-\frac{t^2}{2}} \tag{1}$$

함수 $f(t)$의 Morlet웨이블렛을 이용한 웨이블렛변환은 다음과 같이 정의된다.

$$W_\psi f(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, \psi^*_{a,b}(t)\, dt \tag{2}$$

여기서, $\psi^*_{a,b}(t)$는 $\psi_{a,b}(t)$의 공액복소수를 의미하고 $\psi_{a,b}(t)$는 모웨이블렛을 시간축 상에서 b만큼 이동하고, 크기를 a배만큼 증폭시킨 함수로 식(3)과 같다.

$$\psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \tag{3}$$

$f(t)$는 $\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2 dt < \infty$이며, 이는 $\pm\infty$에서 영으로 수렴함을 뜻한다. 진동수 w대신 스케일 a를 사용하기 때문에 웨이블렛변환은 시간-진동수 해석 대신, 시간-스케일링 해석(Time-Scale Analysis)이라고도 불린다.

또한 함수 $f(t)$는 웨이블렛시리즈로 다음과 같이 전개할 수 있다.[4]

$$f(t) = \sum_{a,b=-\infty}^{\infty} W_\psi f(a,b)\psi_{a,b}(t) \tag{4}$$

$$(a,b) = \left(\frac{1}{2^j}, \frac{k}{2^j}\right) \tag{5}$$

여기서, $j, k = \cdots, -1, 0, 1, \cdots$

만약 $W_\psi f(a,b)$가 식(5)를 만족하는 스케일 a, 이동 b에 대해서 구해진다면, 식(4)에 의해 비연계신호의 합으로 계측신호 $f(t)$를 표현할 수 있다.

3. 고유진동모드의 추정

계측신호는 일반적으로 자유진동신호 뿐만 아니라 다양한 원인에 의한 노이즈신호를 포함한다. 이 계측된 신호를 대역필터를 통과시킨 후 고속푸리에변환(Fast Fourier Transform)을 이용한 스펙트럼계산 결과로부터 얻은 첨두진동수가 고유진동신호 또는 노이즈에 대한 진동수인지를 구별할 수 있는 판별기준을 먼저 정립한다. 푸리에스펙트럼에 의해 얻어진 첨두진동수에 적당한 Morlet웨이블렛의 w_g를 사용해서 연속웨이블렛변환을 한다. 그리고, 관심대상의 진동수 f_i에 상응하는 스케일 a_i에 대한 웨이블렛계수의 크기(magnitude)와 위상각(phase angle)을 찾는다. 동일 위상각 사이의 시간차를 Δt_i라 놓으면, 다음과 같은 자유진동 판정기준을 세울 수 있다.

$$\left|\Delta t_i - \frac{1}{2f_i}\right| \le \Delta t_a \tag{6}$$

이때 진동수 f_i에 해당되는 주기에 $\pm 5\%$를 허용시간차로 택하면 식(6)의 Δt_a는 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta t_a = \frac{1}{40 f_i} \tag{7}$$

4. 계측신호를 이용한 감쇠율 추정

대역필터를 통과시킨 계측신호를 Morlet웨이블렛을 사용해서 연속웨이블렛변환을 하여 자유진동 스케일 a_i에 해당되는 웨이블렛계수 $W_\phi f(a_i, b)$의 크기와 위상각을 얻은 후, 크기에 자연대수를 취하여 시간의 함수로 나타내면 그림 1과 같다.

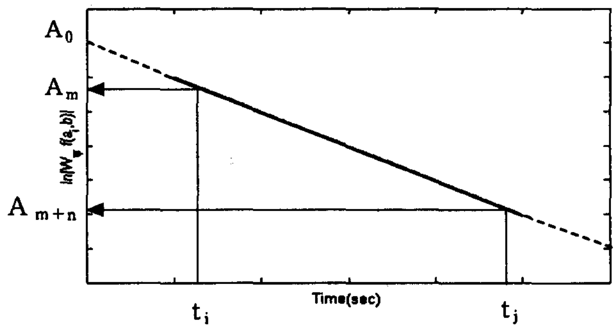


그림 1 웨이블렛계수의 크기에 대해 자연대수를 취한 시간에 따른 변화 개형

웨이블렛계수의 크기에 대해 자연대수를 취한 시간에 따른 변화 개형으로부터 다음 식이 유도 될 수 있다.

$$A(t) = -\xi w_n t + A_0 \tag{8}$$

식 (8)은 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\xi = \frac{A_0 - A(t)}{w_n t} = \frac{A_0 - A(t)}{2\pi f_n t} \tag{9}$$

낮은 감쇠율 $\xi < 0.2$에서는 $w_n \simeq w_D$이므로, 그림 1에서 식(9)를 이용한 기울기를 구하면, 다음식(10)과 같다.

$$\xi = \frac{A_m - A_{m+n}}{w_n t_{ij}} = \frac{A_m - A_{m+n}}{2\pi f_n t_{ij}} \tag{10}$$

여기서, $A_m = W_\phi f(m)$

$A_{m+n} = W_\phi f(m+n)$

$t_{ij} = t_j - t_i$

5. 모형시험과 결과 분석

시험모델은 단순지지된 1경간 모형교량이며 2개의 강형과 콘크리트 바닥판으로 구성된 모형합성형교이고 지간은 6m이다. 교통하중을 모사하기 위해 무게가 30Kg인 모형차량을 사용하였고, 수직가속도를 계측하기 위하여 강형 하부플랜지에 가속도계를 부착하였다.[5] 모형차량은 와이어를 통해 모터에 연결되어 구동됨으로써 교량구간을 주행할 수 있고, 중량, 주행속도 및 차량간격을 변화시키고, 바닥판 노면에 지간의 1/2위치와 3/8위치에 턱을 설치함으로써 다양한 교통하중조건

을 모사할 수 있도록 되어있다. 모형차량의 주행속도는 1-3 m/sec. 사이에서 조절이 가능하고, 20초간 1kHz의 속도로 데이터를 취득하였다. 그림 2에 보인 바와 같이 수직 가속도를 계측하기 위하여 강형 하부플랜지에 모형교량의 종방향으로 지간의 8등분마다 수직방향의 가속도계를 설치하고 4등분점에는 속도측정용 gap센서를 설치하였다.

채널1~채널10 : 가속도계
GS1~GS4 : 차량속도측정을 위한 gap 센서

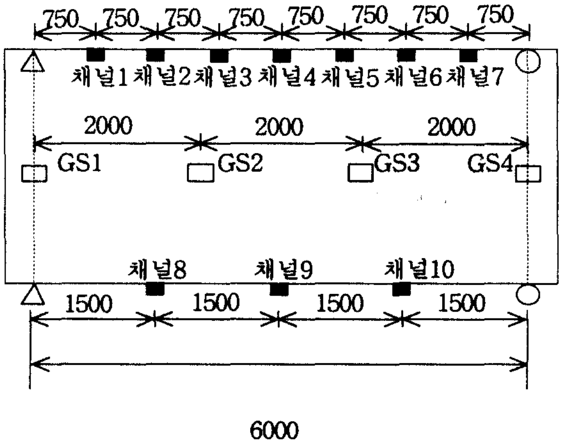


그림 2 동적시험 측정 위치 (단위 : mm)

계측된 신호를 다음 그림3와 같은 과정을 통하여 동적 특성을 구하였다.

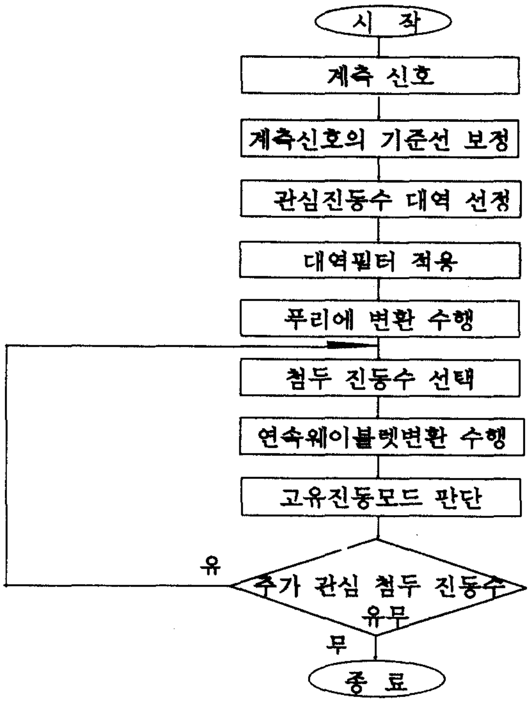


그림 3 신호처리의 순서도

계측데이터 중에서 채널4(CH.4)에서 계측된 가속도시간이력 중에서 본 연구에서는 전체 20초의 데이터 중에서 0.001초 간격으로 처음부터 4096개의 가속도시간이력을 사용하였다.

실측한 가속도시간이력은 기준선을 기준으로 왜곡되어 있으므로, 이를 보정하기 위하여 기준선 보정을 하였다. 왜곡된 시간이력을 살펴보면 종결시간에서 가속도가 기준선에서 벗어나 있다. 이러한 편형을 보정하기 위하여 최소자승법을 사용하였다. 왜곡된 가속도시간이력에 최소자승법을 적용하여 얻어진 수정곡선을 기준으로 가속도시간이력을 재배열하면 가속도의 편향현상이 제거될 수 있다. 보정된 가속도시간이력을 보이면 그림 4와 같다.

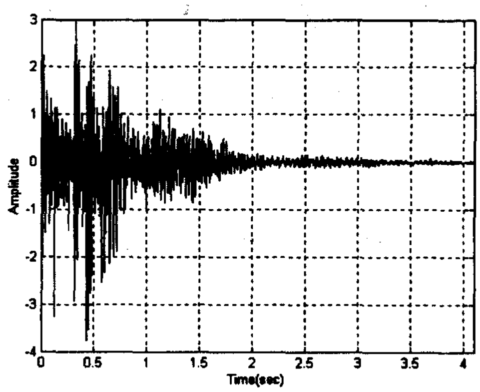


그림 4 가속도시간이력(CH.4)의 기준선 보정

다양한 진동수 성분과 노이즈가 포함된 계측데이터로부터 관심진동수대역만을 고려하기 위해서 대역필터기법을 이용하였다. 이때 진동수대역은 먼저 수행한 충격하중실험의 결과로부터 추정된 고유진동수를 근거로 관심대역은 2-12Hz로 설정하였다. 그림 5는 대역필터를 통과시킨 후의 가속도시간이력이다.

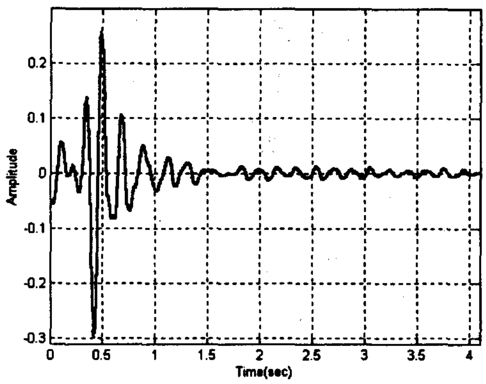


그림 5 대역필터를 통과시킨 후의 가속도시간이력

그림 5에 나타난 가속도시간이력의 푸리에스펙트럼은 그림 6과 같고, 위에서 구한 푸리에스펙트럼의 첨두진동수를 정리하면 다음 표 1과 같다.

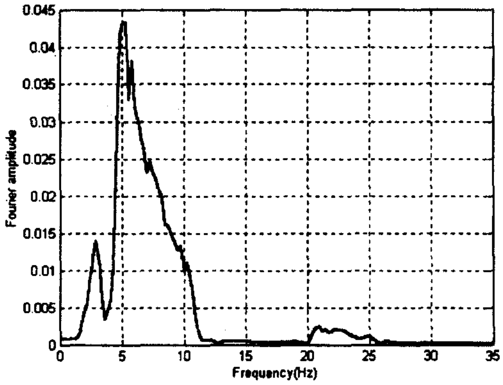
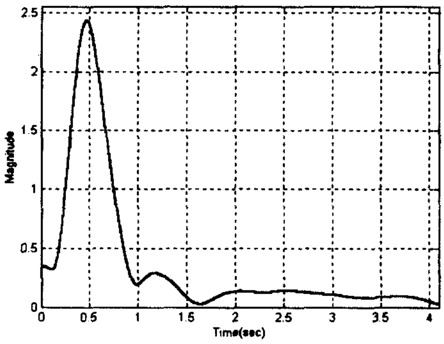


그림 6 푸리에스펙트럼

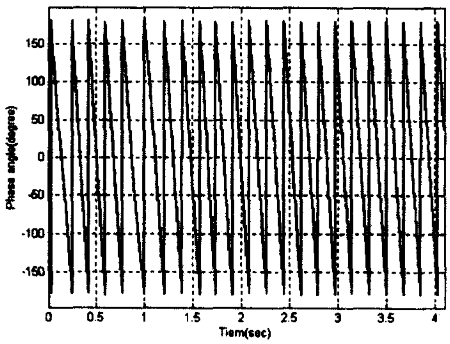
표 1 첨두 진동수

일련 번호	진동수(Hz)	비 고
1	2.93	노이즈
2	5.13	노이즈
3	5.37	노이즈
4	5.86	첫번째 고유진동수 (햄머테스트 : 5.5Hz)
5	7.32	노이즈
6	9.77	노이즈
7	10.25	노이즈

제시한 절차 적용의 한 예로서 첨두진동수 중에서 5.86Hz를 Morlet웨이블렛의 $w_g = 5$를 이용하여 얻어진 웨이블렛계수의 크기와 위상각을 그림 7에 나타내었다.



(a) 크기



(b) 위상각

그림 7 진동수가 5.86Hz에 상응하는 스케일 136에 대한 웨이블렛계수의 크기와 위상각

동일 위상각의 시간차는 식(6)의 조건을 만족시키므로 5.86Hz를 고유진동수로 추정한다. 그리고 감쇠율 추정을 위해 웨이블렛계수의 크기에 자연대수를 취하면 그림 8과 같다.

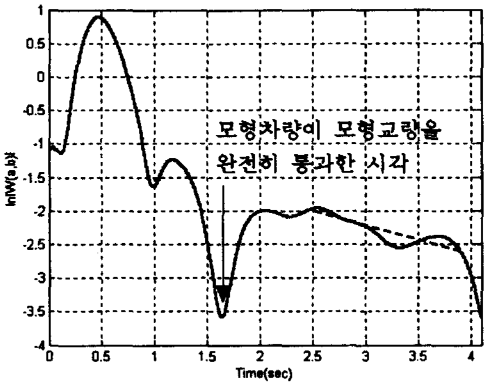


그림 8 스케일 136에 대한 웨이블렛계수의 크기에 대해 자연대수를 취한 값

자유진동구간에서 최소자승법(Least-Square Method)을 이용한 직선회귀분석을 한 후 식(10)을 이용하여 구조물의 감쇠율을 구하면 0.013을 얻을 수 있다. 이 값은 공학적으로 합리적인 범위의 값으로 판단된다.

5. 결론

상시미진동을 이용한 구조물의 동특성분석에서 계측된 신호에는 여러 가지 모드가 연계된 상태로 나타난다. 이 진동신호를 Morlet웨이블렛을 사용하여 비연계신호의 합으로 나타내어 고유진동모드를 선별하고 그에 상응하는 모드감쇠율을 구하는 방법을 제시하였다. 실험실에서 모형교량시스템에 모형차량을 통과시키면서 측정한 신호에 대해 검증하여 제시한 방법은 합리적이며 실용적으로 적용할 수 있음을 보였다.

참고문헌

1. 권혁우(2000), "구조물의 동특성 분석에 웨이블렛 변환의 이용에 관한 연구," 석사학위논문, 인천대학교.
2. 임현태(1999), "Wavelet 변환을 이용한 구조물의 동적 특성 인식," 석사학위논문, 서울대학교
3. 김윤영, 김응훈(1999), "웨이블렛과 위그너빌을 이용한 구조진단기법," 한국소음진동공학회 춘계학술발표회 논문집, pp.436-441.
4. Ch.K.Chui(1992), "An Introduction to Wavelets, Wavelet Analysis and its Applications ," Academic Press.
5. 이종원, 김웅석(2000), "교통하중에 의한 상시미진동을 이용한 교량의 건전도 감시기법," 한국지진공학회 춘계학술발표회 논문집, 제4권 1호, pp.218-225.
6. W.J.Staszewski(1997), "Identification of Damping in MDOF System Using Time-Scale Decomposition," Journal of Sound and Vibration., Vol203, No.2, pp.283-305.
7. 이상권(1999), "웨이브렛 변환 이용한 감쇠율 예측과 승용차 하쉬니스 평가에의 응용," 한국소음진동공학회, 제9권 3호, pp.577-586.