

웨이블릿 기반 영상 잡음제거를 위한 천이 불변 uHMT 추정

윤근수, 정원용

경남대학교 정보통신공학부

Shift-Invariant uHMT Estimation for Wavelet-based Image Denoising

Keunsu Yoon, Wonyong Chong

Div. of Information and Communication Eng, Kyungnam University

e-mail : innoyoon@hanmail.net, wychong@kyungnam.ac.kr

요 약

본 논문은 웨이블릿 기반 영상 잡음제거를 위한 천이 불변 uHMT(universal hidden Markov tree) 추정을 제안한다. 제안된 추정은 영상의 크기와 스케일의 수에 독립적이고 어떤 학습도 필요하지 않는 단지 9개의 고정된 파라미터를 가지며 DWT(Discrete Wavelet Transform)의 천이 불변성 결핍에 의해 발생하는 가시적인 artifacts를 제거한다. 실험 결과, 제안된 추정은 기존의 웨이블릿 기반 잡음제거 방법들 보다 PSNR로 0.5-1dB 개선되었으며 수행 속도 측면에서 $O(n \log n)$ 를 제공한다.

Abstract

In this paper we propose a shift-invariant uHMT estimation for wavelet-based image denoising. The proposed estimation have just nine meta-parameter (independent of the size of the image and the number of wavelet scales) and requires no kinds of training. Also it solve visual artifacts resulted in the lack of shift-invariance in the DWT. The experimental results show that the proposed estimation is more effective than the other wavelet-based denoising by 0.5-1dB (PSNR) and allows an $O(n \log n)$ in terms of performance speed.

1. 서 론

영상 잡음제거는 영상 획득, 처리시 주변환경과 처리 장치 등에서 오염된 영상으로부터 원래의 고유 영상신호를 정확히 복원함으로써 이후 영상처리 과정에서 사용되어질 고유 영상특징 추출을 효과적으로 함을 목적으로 한다. 전형적으로 이것은 Wiener 필터링과 같은 선형처리에 의해 성취되어졌고 최근 몇 년 동안 방대한 문헌에서 부가적인 백색 가우시안 잡음의 설정 위에서 비선형 기술을 이용한 웨이블릿 기반 영상 잡음제거 방

법이 개발되었으며 현재 활발히 연구되고 있다.

Donoho와 Johnstone은 웨이블릿 계수를 thresholding 혹은 수축(shrinkage) 작업을 수행하여 웨이블릿 계수를 독립이거나 결합 가우시안과 같이 모델하여 영상 잡음제거를 시도하였다. 그러나, 이 모델은 웨이블릿 계수 간의 의존성을 가지고 있기 때문에 많은 응용 분야에서 비현실적이다[1-3]. 이 같은 이유로 Crouse는 실제 영상에서 통계적 의존성과 nonGaussian 통계를 세밀하게 모델하는 웨이블릿 영역 HMT 모델을 개발하였다[4]. 그러나, 전체 HMT 파라미터의 수를 최대 40개로 줄였지만 어떤 응용분야에서는 아직도 큰수이며 EM(Expectation Maximization)과 같은 학습 알고리즘은 수렴속도가 느리고 특히 계산량이 많아지는 단점을 가진다.

Romberg는 Crouse의 문제점을 보완하기 위해 실제 영상의 고유 자기 유사성에 근거한 HMT 모델을 영상의 크기와 웨이블릿 스케일의 수에 독립적이며 어떠한 학습도 필요하지 않고 단지 9개의 고정된 파라미터를 가지는 uHMT로 제안하였다[5]. 그러나, DWT 기반 영상 잡음제거는 DWT의 천이 불변성의 결핍으로 인해 대개 윤곽선(edge) 주위에 ringing 현상과 같은 가시적인 artifacts가 자주 발생하는 문제점을 가지고 있다.

본 논문은 천이 불변 uHMT 추정을 제안하고 PSNR의 개선과 DWT의 천이 불변성의 결핍에 의한 문제점을 해결하는데 목적을 둔다.

II. 웨이블릿 영역 HMT 모델

Crouse에 의해 소개된 웨이블릿 영역 구조는 실제 영상의 웨이블릿 계수의 nonGaussianity와 persistency를 이용하였으며[4], 이를 아래에 간단히 서술한다.

2.1 NonGaussianity 획득

실제 영상은 저주파 신호가 고주파 신호보다 많은 양을 차지하기 때문에 웨이블릿 변환을 하면 저주파 웨이블릿 계수값 자체는 작지만 그 개수는 일반적으로 많다. 그리고, 고주파 웨이블릿 계수 값은 큰 반면 그 개수는 적다는 사실에 근거한 웨이블릿 계수 ω_i 의 주변 분포를 가우시안 혼합 모델로 대략화할 수 있다. 가우시안 혼합 모델은 발견 되지않는 hidden 상태 변수 $S_i \in \{S, L\}$ 와 각 웨이블릿 계수 ω_i 의 연관성에 의해 모델된다. 만약 가우시안 확률밀도 함수를 식(1)과 같이 표시하면

$$g(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad (1)$$

상태 S 는 식(2)와 같이 zero-mean, low-variance 가우시안이고

$$f(\omega_i | S_i = S) = g(\omega_i; 0, \sigma_{S,i}^2), \quad (2)$$

상태 L 은 식(3)과 같이 zero-mean, high-variance 가우시안과 일치한다

$$f(\omega_i | S_i = L) = g(\omega_i; 0, \sigma_{L,i}^2). \quad (3)$$

주변 확률밀도함수 $f(\omega_i)$ 는 조건부 밀도의 $p_i^S = 1 - p_i^L$ 과 convex 결합에 의해 식(4)와 같이 얻어진다

$$f(\omega_i) = p_i^S g(\omega_i; 0, \sigma_{S,i}^2) + p_i^L g(\omega_i; 0, \sigma_{L,i}^2). \quad (4)$$

p_i^S 와 p_i^L 은 웨이블릿 계수 ω_i 가 각각 작거나 클 상태 확률이다.

2.2 Persistency 획득

웨이블릿 계수의 진폭 특성을 나타낸 persistency는 계수에 대한 부모 진폭과 밀접하게 연관된다. 이 의미는 웨이블릿 계수값이 크거나 작을 확률이 오직 부모 웨이블릿 계수값의 크기에 영향받고 그 상태(state) 사이는 Markovian 관계를 갖는다. HMT는 1차 Markov 특성과 같이 웨이블릿 계수사이의 의존성을 모델한다.

각 부모→자식 사이의 상태 연결은 $p_i^{S \rightarrow L} = 1 - p_i^{S \rightarrow S}$, $p_i^{L \rightarrow S} = 1 - p_i^{L \rightarrow L}$ 과 함께 식(3)과 같이 상태 천이 매트릭스(state transition matrix)를 가진다

$$A_i = \begin{bmatrix} p_i^{S \rightarrow S} & p_i^{S \rightarrow L} \\ p_i^{L \rightarrow S} & p_i^{L \rightarrow L} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

III HMT의 축소된 파라미터 영상 모델

Romberg는 실제 영상의 고유 자기 유사성에 근거한 추가적인 영상 특성을 소개하였다. 이 특성은 웨이블릿 계수가 스케일을 가로질러 지수적으로 감쇠하고 보다 미세 스케일로 갈수록 강력한 persistency를 가진다.

3.1 웨이블릿 계수 감쇠 모델링

웨이블릿 계수의 지수적 감쇠는 웨이블릿 HMT 모델의 혼합 분산을 통하여 쉽게 모델되어진다. HMT 혼합 분산은 웨이블릿 계수의 진폭에 의해서 특성화되기 때문에 식(6), (7)같이 나타낼 수 있다

$$\sigma_{S,i}^2 = C_{\alpha_S} 2^{-j\alpha_S}, \quad (6)$$

$$\sigma_{L,i}^2 = C_{\alpha_L} 2^{-j\alpha_L}. \quad (7)$$

웨이블릿 계수는 윤곽선 표현이 완만한 지역 표현보다 영상 감쇠가 느리기 때문에 $\sigma_{S,i}^2 < \sigma_{L,i}^2$ 가 모든 스케일을 통하여 필요하므로 $\alpha_S \geq \alpha_L$ 를 요구한다. 이것은 일반화된 $1/f$ 파워 스펙트럼과 영상을 통한 HMT의 결과이다[5].

3.2 계수 persistency 모델링

영상의 윤곽선 구조는 웨이블릿 계수사이의 의존성과 같이 식(5)의 상태천이 매트릭스는 HMT 모델안에서 표현된다. 이 절은 웨이블릿 계수들의 의존성 또한 스케일로부터 스케일까지의 자기 유사 구조를 가진다. 이 이득은 상태 천이 매트릭스의 지수적 형태 할당에 의해 식(8)과 같이 HMT 모델을 간단히 할 수 있다.

$$A_j = \begin{bmatrix} 1 - C_{SS} 2^{-\gamma_S j} & C_{SS} 2^{-\gamma_S j} \\ \frac{1}{2} - C_{LL} 2^{-\gamma_L j} & \frac{1}{2} + C_{LL} 2^{-\gamma_L j} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

3.3 HMT 메타-파라미터

앞 절들의 이론적 기반은 식(9)와 같이 HMT 파라미터를 9 메타-파라미터로 명시할 수 있다

$$\Theta_m = \{\alpha_S, C_{\alpha_S}, \alpha_L, C_{\alpha_L}, \gamma_S, C_{SS}, \gamma_L, C_{LL}, p_b^L\}. \quad (9)$$

영상의 고유 자기 유사성은 HMT 모델 파라미터를 반영한다. 미세 스케일 장소에서 영상의 통계는 함수적

형태에 의해 유도될 수 있으며 모델 파라미터는 coarse 스케일 장소의 통계로부터 예측할 수 있다. HMT 메타-파라미터의 삽입은 모델의 복잡성을 줄일 뿐만 아니라 실제 영상의 중요 특성을 함축하고 있다[6].

3.4 uHMT 그레이스케일 영상 모델

앞 절에서 메타-파라미터 Θ_m 은 단지 9개의 적은 셋(set)에 의해 영상 모델을 나타냈고 이들을 명시하기 위한 방법은 두가지가 있다. 첫 번째 방법은 주어진 관측 데이터에 대한 Θ_m 의 pseudo-MLE(maximum likelihood estimation) 추정을 주기 위해 제약된 EM 알고리즘으로부터 유도된다. 이 알고리즘을 위한 첫 번째 유도 단계는 어렵고 학습에 있어서 제약되지 않는 경우보다 빠르다는 것을 보증할 수 없다. 두 번째는 직접적으로 메타-파라미터를 고정하는 것이다. 이것은 집합 안에서 각 멤버를 통계적 등가로 다루고 영상의 집합에 대한 HMT 모델을 산출한다. Romberg는 테스트 데이터에 대한 학습을 통해 유니버설 파라미터를 얻었고 다음과 같은 4개의 영상에 대한 학습시킨 파라미터 값을 가지고 이용할 수 있다($\alpha_S=3.1$, $\alpha_L=2.25$, $C_{\sigma_S}=2^{11}$, $C_{\sigma_L}=2^{11}$, $\gamma_S=1$, $\gamma_L=0.4$, $C_{SS}=2^{2,3}$, $C_{LL}=2^{0,5}$, $p_{\gamma}^L=1/2$).

IV. 천이 불변 uHMT 추정

DWT 기반 영상 추정은 대개 윤곽선 주위에 ringing 현상과 같은 가시적 artifacts가 자주 발생한다. 이 artifacts는 DWT의 천이 불변성의 결핍으로 인한 결과이다. 본 논문의 목적은 천이 불변 uHMT 추정을 통해 위에서 언급한 문제점 해결하는 것이다.

많은 문헌에서 RDWT(redundant wavelet transform)는 DWT의 천이 불변성 결핍을 해결하기 위하여 이용되지만 더 이상 트리 구조가 아니기때문에 중요한 의존성을 모두 잡아내기 위해선 Bayesian 추정이 어렵거나 복잡한 그래프를 요구한다.

트리 구조를 가지는 제안된 추정을 만들기 위해서 Coifman과 Donoho가 제안한 "cycle-spinning" 알고리즘을 이용한다[6]. 잡음에 오염된 영상은 이 알고리즘을 이용하여 모든 천이에 적용하고 이 결과를 평균하였다. 잡음에 의해 오염된 $N \times N$ 영상 $\mathbf{v} = \mathbf{x} + \mathbf{n}$ 에서 \mathbf{x} 의 추정은 식(10)으로부터 얻을 수 있다

$$\hat{\mathbf{x}} = \frac{1}{N^2} \sum_{k,m} \hat{\mathbf{x}}_{k,m}. \quad (10)$$

$\hat{\mathbf{x}}_{k,m}$ 은 식(10)에서 \mathbf{v} 의 천이를 이용하여 \mathbf{x} 를 추정

한다. $\hat{\mathbf{x}}_{k,m}$ 은 천이 인덱스 (k, m) 에 의해 발견된 \mathbf{v} 를 천이(shift)한 다음 추정자(estimator)를 적용하고 이 결과를 역 천이(unshift)시켜 계산한다. 이 과정은 식(11)과 같이 나타낸다

$$\hat{\mathbf{x}}_{k,m} = \mathbf{S}_{-k,-m}(\mathbf{D}(\mathbf{S}_{k,m}(\mathbf{v}))). \quad (11)$$

$\mathbf{S}_{k,m}(\mathbf{v}) = \mathbf{v}(s-k, t-m)$ 는 Bayesian 구조와 밀접한 2차원 천이 연산자이며 \mathbf{D} 는 추정자이다. 이 추정은 데이터의 천이 (k, m) 에 의존하기 때문에 알 수 없는(unknown) 랜덤 변수와 같이 보여질 수 있다. $0 \leq k, m \leq N-1$ 를 제외한 (k, m) 에 관한 우선 정보는 가지고 있지않기때문에 각 가능한 천이의 의미를 가지는 $p(k, m) = \frac{1}{N^2}$ 를 이용한다. Bayes 최적 추정자는 식(12)와 같이 모든 천이 위에 가중치된 평균이 된다

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{k,m} p(k, m | y) \mathbf{S}_{-k,-m}(\mathbf{D}(\mathbf{S}_{k,m}(\mathbf{v}))). \quad (12)$$

만약 직접 수행한다면 식(10) 알고리즘은 $O(n^2)$ 과 같이 많은 계산량을 요구한다. 그러나 같은 HMT 모델에 모든 천이를 적용한다면 계산량은 충분히 줄여지게 된다. 영상의 각 천이에 대한 DWT 트리는 유일하기 때문에 웨이블릿 계수는 트리사이에 공유되며 n 픽셀 영상의 n DWT 트리사이에 유일한 웨이블릿 계수는 $n \log n$ 이다.

IV 실험 결과 및 고찰

본 논문은 제안한 추정을 이용하여 2차원 영상에 대한 잡음제거 효과 및 세밀한 성분 보존 능력을 분석하고 기존의 비선형 필터, Empirical Bayesian HMT, uHMT Bayesian 추정 방법과 비교한다. 객관적인 수행률은 PSNR을 통해 평가하였고 웨이블릿 변환은 영상에 존재하는 윤곽선과 평탄한 영역의 성분을 잘 분해하는 Daubechies 8-tap 웨이블릿을 이용한다[7].

실험 영상은 512×512 크기의 0과 1사이로 정규화된 다양한 영상을 이용하였으며 여기에 $\sigma_n = 0.05, 0.1, 0.2$ 인 3가지의 백색 가우시안 잡음을 부가하였다. 영상 정보의 보존능력과 잡음제거 효과는 잡음화 영상에 이 상적인 DWT기반 soft-threshold[3], RDWT기반 hard-threshold[8], Empirical Bayesian HMT 추정[4], uHMT Bayesian 추정[5]와 제안된 추정을 적용하여 비교 분석한다. 표기의 간소화를 위해 각각 DWT-Thresh, RDWT-Thresh, Emp-HMT, uHMT, SI-uHMT로 표시할 것이다.

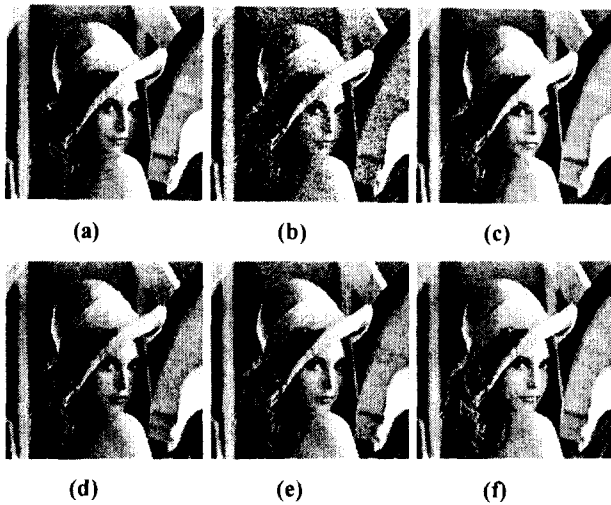


Figure 1. (a) Original image (b) Noisy image, $\sigma_n=0.1$, PSNR=20dB (c) RDWT-Threshold, PSNR=29.4dB (d)Emp-HMT, PSNR=29dB (e) uHMT, PSNR=28.9dB (f) SI-uHMT, PSNR=30.2dB

그림 1은 "Lena"영상에 대하여 잡음을 $\sigma_n = 0.1$ 로 하였을때의 실험결과를 보여준다. 그림 1에서 보듯이 (c), (d), (e)는 윤곽선 성분의 왜곡에 의해 smooth 지역 성분에 ringing 현상이 발견되었고 (c)는 잡음 제거 효과는 제안한 방법과 비교되지만 영상의 중요한 요소인 윤곽선 성분의 보존이 미흡하여 영상의 퍼짐(blurring) 현상을 볼 수 있다. 반면에 제안된 (f)는 잡음제거와 영상 정보 보존 측면에서 우수함을 확인할 수 있다. 그림 2는 각 잡음 제거 기술의 성능을 평가하기 위하여 복원 영상에 따른 PSNR 결과 값과 비교하였다. PSNR 값에서도 본 논문에서 제안된 SI-uHMT 추정이 기존의 방법보다 0.5-1dB 개선되었고 잡음에 많이 오염될수록 더욱 강력함을 확인할 수 있었다. 수행 속도 측면에서는 비교하면 uHMT는 $O(n)$ 이고 제안된 방법은 $O(n \log n)$ 이기 때문에 보다 손해를 보지만 Emp-HMT는 영상의 크기에 따라 수 분~시간이 될 수 있고 RDWT-Threshold는 $O(n^2)$ 이기 때문에 제안된 방법보다 느리다.

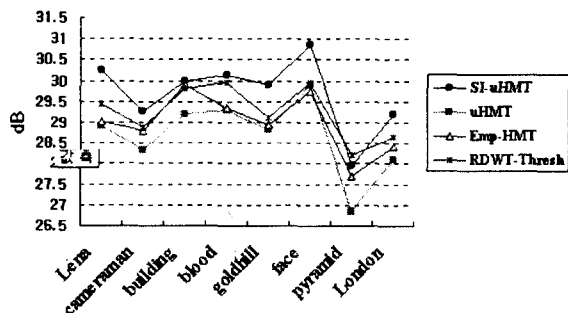


Figure 2. Comparison of experimental results

V. 결론

본 논문은 현재 많은 문헌에서 연구중인 백색 가우시안 잡음에 오염된 영상에 대한 웨이블릿 기반 영상 잡음제거 방법중 강력한 도구인 HMT 모델의 수행속도, PSNR과 DWT의 천이 불변성 결핍에 의한 가시적 artifacts를 해결하기 위해서 천이 불변 uHMT 추정을 제안하였다. 제안된 추정은 천이 불변과 HMT 모델을 연결하고 수행 속도 개선을 위해 "cycle-spinning" 알고리즘을 이용하였다.

본 논문에서 제안된 방법을 통해 영상 잡음제거를 수행한 결과 기존의 방법보다 0.5-1dB 개선되었고 잡음에 많이 오염될수록 더욱 강력함을 확인하였으며 가시적 artifacts인 ringing 현상을 제거하여 영상의 질적 향상을 높일 수 있었다. 수행 속도측면에서 제안된 방법은 $O(n \log n)$ 을 제공한다.

참고 문헌

- [1] D. L. Donoho, "De-noising by soft-thresholding," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, pp. 613-627, May 1995.
- [2] D. L. Donoho, I. Johnstone, G. Kerkyacharian, and D. Picard, "Wavelet shrinkage: Asymptopia?," J. Royal Stat. Soc., B, vol. 57, pp. 301-369, Feb. 1995.
- [3] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage," Journal of the American Statistical Assoc., vol. 90, no. 432, pp. 1200-1224, December 1995.
- [4] M. S. Crouse, R. D. Nowak, and R. G. Baraniuk, "Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models," IEEE Trans. Signal Proc., vol. 46, pp. 886-902, Apr. 1998.
- [5] J. K. Romberg, H. Choi, and R. G. Baraniuk, "Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models," in Proc. 44th SPIE conf., vol. 3816, (Denver, CO), pp. 31-44, July 1999.
- [6] R. Coifman and D. Donoho, "Translation-invariant de-noising," in Wavelets and Statistics (Antoniadis/Oppenheim, ed.), vol. 103 of Lecture Note in Statistics, Springer-Verlag, 1995.
- [7] I. Daubechies, Ten Lectures on Wavelet. New York : SIAM, 1992.
- [8] M. Lang, H. Guo, J. E. Odegard, C. S. Burrus, and R. O. W. Jr, "Noise reduction using an undecimated discrete wavelet transform," IEEE Sig. Proc. Letters, vol. 3, pp. 10-12, Jan. 1996.