α-레벨집합 분해에 의한 퍼지제어 추론계산법과 하드웨어에 관한 연구

홍순일, 이요섭, 장용민 (부경대학교)

A Calculation Method for fuzzy Control by α-cut Decomposition and Its Hardware Implementation

Soon-ill Hong, Yo-seb Lee, Yong-min Jang (Pukyong National University)

ABSTRACT- In this paper, we propose a calculation method for fuzzy control based on quantized α-cut decomposition of fuzzy sets. This method is easy to be implemented in analog hardware. The effect of quantization levels on defuzzified fuzzy inference result is investigated. A few quantization levels are sufficient for fuzzy control. The hardware implementation of this calculation method and the defuzzificaion by gravity center method by PWM are also presented..

I. 서 론

퍼지제어는 현재 여러 분야에 널리 이용되고 있다 [1]. 이것의 제어는 PID제어 또는 디지털 제어로 행하고 있다 [2]. 퍼지제어에 있어서는 퍼지추론 연산을 컴퓨터로써 소프트웨어적으로 행하는 경우가 많다. 그러나 소프트웨어적으로 처리하는 경우는 연산시간이 소요되므로 서보계 등 응답속도가 빠른 것을 대상으로 한 시스템에는 적절하지 않다. 따라서 퍼지제어기를 하드웨어적으로 실현할 필요가 있다 [3, 4].

최근 퍼지이론을 고속 하드웨어로 취급하기 위한 연구가 진행되고 있다 [4].

퍼지집합은 분해원리에 따라 소속함수는 임의의 값 α로 컷하면 요소의 집합으로 되는 α레벨 집합으로 표현 할 수 있다. 일반적으로 실수의 볼록(凸) 퍼지집합에서 α-컷은 구간이 되고 상한과 하한의 두 값으로 표현할 수 있다. 이 표현을 사용하면 상한과 하한을 아날로그 값으로 취급하면 대집합을 연속적으로 처리할 수 있다.

본 논문은 소속함수를 양자화하고 퍼지집합을 α-컷집합으로 분해하여 추론하는 추론 계산식을 유도한다. 이 식에 기초하여 α컷 양자화의 수에 대하여 평가하고 추론에서 비퍼지화까지 일체화로 직접 조작량 PWM신호를 얻는 하드웨어회로를 구성하였다.

II. α-컷 분해에 의한 퍼지제어 계산

2.1 min・min ・max ・중심법

min・max 法에 의한 퍼지추론 계산은 식(1)으로 표현된다.

$$\begin{aligned}\mu_c'(u) &= \bigvee_{i=1}^{n}[\,\mu_{Ai}(e) \wedge \mu_{Bi}(\Delta e)] \wedge \mu_{Ci}(u) \\ &= \bigvee_{i=1}^{n}\mu_{Ci}'(u)\end{aligned} \quad (1)$$

여기서, μ_F : 퍼지집합 F의 소속함수

C_i' : 각 제어규칙의 추론결과 퍼지집합

C' : 최종 추론결과의 퍼지집합

퍼지집합 F의 α-레벨 집합 F_α는 다음 식으로 정의되고 α-컷이라 부른다.

$$F_\alpha = \{x \mid \mu_F(x) \geq \alpha\} \quad , \alpha \in [0, 1] \quad (2)$$

여기서 $0 < \alpha < 1$ 로 되는 모든 α의 F_α를 사용한 퍼지집합 F는 정의한 식(2)을 이용하여 분해원리로 나타낼 수 있다. 식(1)은 식(2)의 α-레벨 집합을 이용하여 식(3)이 된다.

$$\begin{aligned}C'\alpha &= \{\, u \mid \mu_{C'}(u) \geq \alpha \,\} \\ &= \bigcup_{i=1}^{n}\{\, u \mid \mu_{Ci'}(u) \geq \alpha\}\end{aligned} \quad (3)$$

e, Δe가 주어지면 각 규칙의 α-컷 추론결과 $C_i\alpha'$는 제어규칙 수를 m, α-컷 양자화수를 n(i = 1,2,....,m, α = 1, 2,...n)라 하면 식(4)와 같다.

$$C_i\alpha' = \{u \mid (\mu_{Ai}(e) \wedge \mu_{Bi}(\Delta e)) \wedge \mu_{Ci}(u) \ge \alpha\}$$
$$= \begin{cases} C_i\alpha' & \mu_{Ai}(e) \wedge \mu_{Bi}(\Delta e) \ge \alpha \\ \emptyset & otherwise \end{cases} \tag{4}$$

여기서 퍼지집합 A, B, C, C'는 凸(볼록) 조건을 취한다. 凸 퍼지집합 F의 α-레벨 집합 F_α는 폐구간 $[l_{F\alpha},\ r_{F\alpha}]$로 되므로 위의 조작은 구간 단점의 연산으로 치환할 수 있다.

중심법에 의한 출력 퍼지집합 C'의 중심값은 식(5)과 같이 된다.

$$u = \frac{\int \mu_C'(u)udu}{\int_{\mu_C}'(u)du} \tag{5}$$

여기서 u의 적분은 u의 대집합 U 전체를 적분 범위로 하는 정적분을 나타낸다 (이하 동일하다.) 이 중심의 계산은 적분범위를 2차원적으로 생각하여 적분순서를 교환하고 α-컷집합을 이용하여 나타내면 식(6)이 된다.

$$u = \frac{\int_M u\,d\alpha\,du}{\int_M 1\,d\alpha\,du} = \frac{\int_0^1\left[\int_{C_\alpha'} u\,du\right]d\alpha}{\int_\alpha^1\left[\int_{C_\alpha'} 1\,du\right]d\alpha}$$
$$[\ M = \{(\alpha,\ u) \mid u \in C_\alpha'\}\ ] \tag{6}$$

식 (3)에서 C'를 凸 퍼지집합으로 취하면

$$C_\alpha' = [\,l_\alpha,\ r_\alpha\,] \tag{7}$$

로 되고 식(6)에서 중심을 구간의 단점으로 나타내면 식(8)이 된다.

$$u = \frac{\int_0^1 \frac{1}{2}(r_\alpha^2 - l_\alpha^2)\,d\alpha}{\int_0^1 (r_\alpha - l_\alpha)\,d\alpha} \tag{8}$$

l_α, r_α는 후건부 퍼지집합의 좌단과 우단이다.

2.2 min · min · 가산 · 중심법

min · 가산법은 각 제어규칙 후건부를 계산할 때까지는 min · **min** · max 法과 동일하다. 이 방법에 의한 추론계산은 식(9)으로 표시된다.

$$\mu_c'(u) = \sum_{i=1}^{n}[\mu_{Ai}(e) \wedge \mu_{Bi}(\Delta e)] \wedge \mu_{Ci}(u)$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\mu_{Ci}'(u) \tag{9}$$

퍼지집합이 α-레벨 집합으로 표현한 경우 소속함수값의 가산을 행하기는 어렵지만 비퍼지화를 중심법으로 행하는 경우에는 소속함수를 직접 구할 필요가 없으므로 쉽게 최종결과에서 중심값을 구할 수 있다.

식(9)를 중심계산식 (5)에 대입하면 중심값 u는 식(10)이 된다.

$$u = \frac{\int \mu_C'(u)udu}{\int \mu_C'(u)du} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\int \mu_C'(u)udu}{\sum_{i=1}^{n}\int \mu_C'(u)du} \tag{10}$$

식 (10)을 α-컷 집합의 구간의 단점을 이용하여 나타내면 식(11)이 된다.

$$u = \frac{\int_0^1 \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(r_i\alpha^2 - l_i\alpha^2)\,d\alpha}{\int_0^1 \sum_{i=1}^{n}(r_i\alpha - l_i\alpha)\,d\alpha} \tag{11}$$

식(11)에서 중심 u의 계산은 min · max연산을 이용하지 않고 산술 연산만으로 계산할 수 있음을 알 수 있고 C'가 凸이 되는 조건을 취할 필요가 없다.

2.3 중심 계산식의 고찰

중심을 나타내는 식(8)을 아래와 같이 바꾸어 표현할 수 있다.

$$u = \frac{\int_0^1 (r_\alpha - l_\alpha)(\frac{r_\alpha + l_\alpha}{2})d\alpha}{\int_0^1 (r_\alpha - l_\alpha)d\alpha} = \frac{\int_0^1 (w_\alpha \cdot g_\alpha)d\alpha}{\int_0^1 w_\alpha d\alpha} \tag{12}$$

여기서 $w_\alpha = r_\alpha - l_\alpha$, $g_\alpha = (r_\alpha + l_\alpha)/2$ 이다. 식 (12)에서 중심값 u는 α-컷 집합의 추론결과 g_α와 폭 ω_α에 의한 무게의 평균이 됨을 알 수 있다.

III. α-레벨 양자화 영향에 대한 평가

α-컷 분해에 의한 퍼지추론은 양자화 수를 많이 하면 연속에 근사하게 되지만 하드웨어화 할 때 회로규모가 크게 되기 때문에 적절한 선정이 필요하다. 따라서 양자화 레벨수를 변화시킬 때 영향을 평가한다. 표1은 시뮬레이션에 이용한 제어규칙이고 소속함수는 삼각형법으로 전건부 5명제 후건부 7명제이다. Fig. 1은 시뮬레이션한 입력 e,Δe와 출력u의 관계를 그림(a)은 양자화 단계를 50으로 한 경우이고 그림(b)은 4단계로 한 경우를 나타낸다.

입출력 특성에서 양자화 50단이 4단계 보다 파형이 평탄함을 알 수 있고 이것은 양자화 단계가 많을수록 선형에 가까움을 알 수 있다.

Table 1. Control rules

		Δe				
		NB	NS	ZE	PS	PB
e	PB	PB				
	PS	NM	ZR	PS	PM	PB
	ZR	NB	NS	ZR	PS	PB
	NS	NB	NM	NS	ZR	PM
	NB	NB				

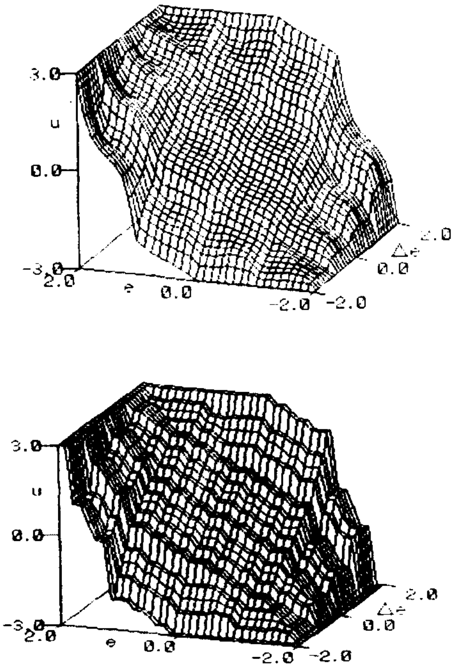

Fig.1 Input-output characteristics (upper $\alpha = 50$ step, under $\alpha = 4$ step)

Fig. 2는 양자화수가 제어계에 미치는 영향을 조사하기 위하여 α-컷 단계를 50, 10, 5, 3으로 하여 직류 서어보계의 계단응답을 시뮬레이션한 결과를 나타낸다. 적은 수의 양자화에서는 정상편차가 나타나고 오버슛이 발생하였다. 그 이유는 소속 함수의 레벨의 양자화 폭과 소속함수의 모양에 따라 결정되는 오차의 검출 한계에 따른 것이라 생각된다.

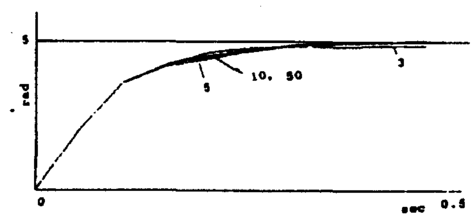

Fig.2 Result of control simulation

이상 평가에서 α-컷 단계를 많이 하면 오차가 적고 선형에 가까운 섬세한 제어를 할 수 있지만 하드웨어를 할 때는 회로규모가 커지고 비경제적이므로 α-컷 단계는 4가 적절하다고 생각된다.

Ⅳ. α-레벨 퍼지제어기의 하드웨어 검토

4.1 퍼지추론

(a) 입력부는 α-컷 집합을 나타낸 구간의 단점과 비교하여 입력이 그 범위에 있는지 여부를 판단하고 광역 비교기로 실현할 수 있다. (b) 소속함수는 각 α-레벨 퍼지집합에서 각 구간의 단점을 전압으로 나타내고 이것은 전압분압 회로로 하여 각 점의 전압을 얻는다.

(c) 추론부는 각 규칙에 대응하여 입력부에서 2값신호를 논리곱으로 조합하여 각 규칙의 결과가 공집합인가 아닌가를 결정한다.

max합성은 합집합을 구하는 것이기 때문에 하한 l_i에는 min연산, 상한 r_i에는 max 연산을 실현한다. 이 경우 복수개의 동일 집합에 대한 max 합성은 한 개의 경우로 변화되지 않기 때문에 동일한 후건부를 갖는 제어규칙의 추론은 디지털적 논리합으로 미리 통합할 수 있다.

여기서는 프라이오리티 엔코드에서 구한 라벨을 코드화하여 아날로그 멀티 플렉서에서 대응하는 후건부 라벨의 단점 전압을 선택한다.

각 제어규칙에 의해서는 추론결과가 모두 α-레벨에서 공집합으로 되는 경우가 있다. 이 경우 결과는 부정으로 된다. 이 경우도 제어기에서는 어떤 값을 출력할 필요가 있다. 시작 장치는 이 부정제어 때문에 각 레벨의 프라이오리티 엔코드에서 공집합을 검출하고 모든 레벨에서 공집합이 되면 샘플링홀드 회로에서 직전의 값을 유지하도록 한다.

4.2 비퍼지화

식(12)에서 나눗셈이 필요하지만 본 연구에서는 직접 나눗셈을 행하지 않고 PWM 조작신호를 얻는 방법을 제안한다. 그림3에 나타낸 것과 같이 분모 D에 비례하는 진폭을 갖는 삼각파를 생성하고 이것과 분자 N을 비교기로 비교하여 그 결과 N/D에 비례한 평균 출력을 얻을 수 가 있다. 삼각파 발생은 적분기와 히스테리시스 비교기를 사용한다. 기울기가 분모D에 비례하는 삼각파를 발생시키므로 스위칭 주파수는 일정하게 유지된다. 일반적으로 출력은 양극성을 갖기 때문에 분자 N의 부호를 고려해야 한다.

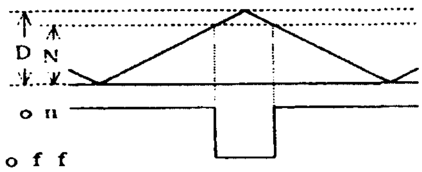

Fig.3 PWM generation

Ⅴ. 결 론

퍼지제어에서 일반적으로 사용되고 있는 퍼지추론 계산을 α컷 집합을 이용한 계산식을 도출하고 아날로그회로에서 실현하는 방법을 제한하였다. 필요한 소속함수의 분할수를 시뮬레이션을 통하여 검토한 결과 비교적 적은 분할수 4에서 적절한 제어결과가 얻어짐을 알 수 있었다. 이 연산법을 비퍼지화회로에 이용하여 PWM회로와 일체화한 아날로그회로로 실현할 수 있음을 알 수 있다. 퍼지제어기를 아날로그회로로 실현하면 거의 대부분의 제어규칙 내에서 직접응용 가능하게 된다.

參考文獻

[1] 菅野道夫, 山崎東, "ファジイ制御 システムど 制御," Vol. 28, No. 7, pp. 442-446, (1984).

[2] 이상재, 홍순일, 배규환 " 직류서보제어용 퍼지추론 TOOL의 개발," 한국 박용기관학회, '94 추계학술강연회, Vol. 1, pp. 71-78, (1994).

[3] Sugeno.M, "An Introductory Surrey On Fuzzy Control," Information Sciences, Vol. 36, pp. 59-83, (1985).

[4] 李, 米澤, "DCモタサ-ボ系のファジイ制御," 日本ファジイ學會誌, Vol. 2,No. 4, pp. 598-603, (1991).

[5] Spyros Tzafestas et al., "Incremental Fuzzy Expert PID Control," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 37, No. 5, pp. 365-371, (1990).