

# QFT(Quantitative Feedback Theory)를 이용한 2 자유도 평행 링크 로봇의 위치 제어에 관한 연구

강민구\*, 변기식, 최연욱, 황용연  
부경대학교 제어계측공학과

## Study for Position Control of Two-degree Parallel Link Robot Using QFT(Quantitative Feedback Theory)

Kang Min-Goo\*, Byun Gi-Sik, Chol Yeon-Wook, Hwang, Yong-Yeon  
Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Pukyong National University

### 요약

본 논문은 2자유도 평행링크 로봇의 고속궤적 추적시 링크간의 간섭을 최소화하고 시스템의 불확실성에도 불구하고 설계사양을 만족하는 제어기 설계방법을 소개한다. 이를 위해 ICD기법으로 평행링크 로봇의 채널을 분리하고 QFT를 이용해서 각 채널의 제어기를 설계한다. 마지막으로 시뮬레이션과 실험을 통해 QFT 제어기의 강인성과 우수성을 확인한다.

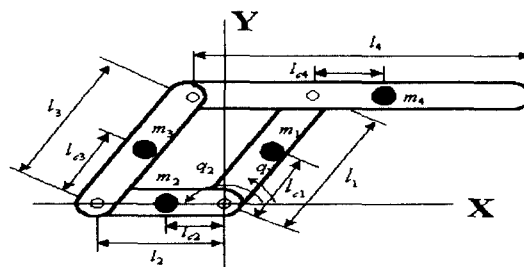
**Abstract** : This paper introduces that it minimizes interference between links at high speed trajectory tracking of 2-degree parallel link robot. And in spite of system uncertainty, it introduces controller design method which is satisfied with performance specification. To do these, we separate two channels from parallel link robot through ICD(Individual Channel Design) and design controller of each channel using QFT(Quantitative Feedback Theory). Finally, we make sure of robustness and excellence of QFT controller through simulation and experiment.

법인 QFT(Quantitative Feedback Theory)를 도입한다. QFT는 고전제어를 기초로 한 주파수 영역 설계 방법으로서 니콜스 선도 상에서 크기와 위상을 동시에 고려하여 설계하므로 좀 더 정확하고 과도설계(Over-design)를 줄일 수 있으며 각각의 주파수에서 절충(Trade-off)된 설계는 제어기 설계에 있어 투명성을 보장하기 때문에 불확실성이 큰 항공, 로봇 분야등에 사용되고 있다.[3][4][5][6] 본 연구에서는 고전제어 방법인 QFT를 다변수 시스템에 적용하기 위해서 ICD기법 [7][8]으로 2개의 채널로 분리한 뒤 각 채널에 MISO QFT를 적용하여 제어기를 설계하고 시뮬레이션과 실험을 통해 제어기의 우수성과 유용성을 확인한다.

### I. 서론

로봇의 활용 분야가 우주, 해양등에 사용됨에 따라 고속, 고성능, 다기능을 겸비한 로봇 연구개발의 필요성이 요구된다. 하지만 이러한 요구조건을 만족하기 위해서 로봇의 구조가 복잡해지고 이로 인해 코리올리력이나 링크간의 간섭등의 비선형 특성과 불확실성등이 현저하게 나타나게 되는 문제점이 있다. 따라서 새로운 형태의 로봇과 구조적인 불확실성 및 외란등에 강한 새로운 제어기법이 요구된다. 본 연구는 그림 1.에서의 2 자유도 평행링크 로봇을 대상으로 한다. 이것은 2개의 모터가 각각 하단부에 위치되어 있기 때문에 전체적인 질량이 가볍게 되어 링크 파라미터의 설정에 의한 코리올리력이나 간섭등의 비선형성을 없앨 수 있어 제어성을 높일 수 있다.[1][2] 하지만 고속궤적 추적시에는 링크간의 간섭과 파라미터의 변동등도 무시할 수 없다. 따라서 이런 불확실성 및 외란등에 강한 새로운 제어기

### II. 로봇 시스템의 수학적 배경



- $m_i$  : 링크의 질량
- $l_i$  : 링크의 길이
- $l_{ci}$  : 링크의 질량까지 거리

그림 1. 평행링크 로봇의 구조

$$M(q) \ddot{q} + h(q, \dot{q}) \dot{q} + F \dot{q} + g(q) = \tau \quad (1)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \cos(q_2 - q_1) \\ M_{21} \cos(q_2 - q_1) & M_{22} \end{bmatrix}$$

$$h(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -M_{12} \dot{q}_2 \sin(q_2 - q_1) \\ M_{12} \dot{q}_1 \sin(q_2 - q_1) & 0 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 & 0 \\ 0 & F_2 \end{bmatrix}, \quad g(q) = \begin{bmatrix} V_1 \cos q_1 \\ V_2 \cos q_2 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$M_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3$$

$$M_{12} = M_{21} = m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4}$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_3^2 + m_4 l_4^2 + I_2 + I_4$$

$$V_1 = (m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1)g$$

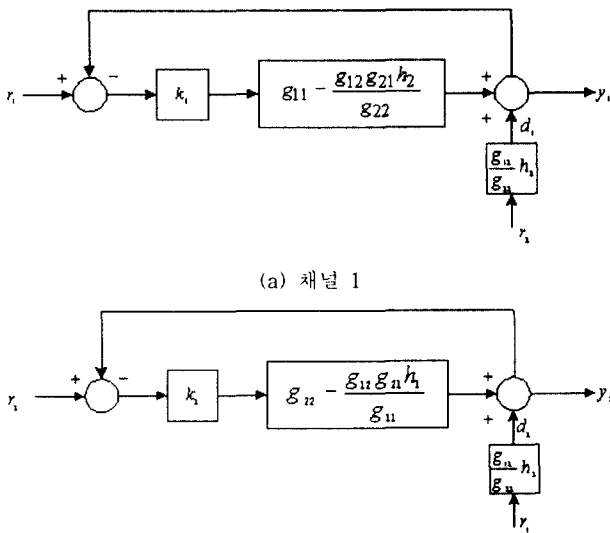
$$V_2 = (m_2 l_{c2} + m_3 l_2 + m_4 l_{c4})g$$

$q$ 는 링크 각도벡터,  $\tau$ 는 입력 토크벡터,  $M(q)$ 는 관성행렬,  $h(q, \dot{q})$ 는 코리올리력 및 원심력항,  $F$ 는 점성마찰항,  $g(q)$ 는 중력항을 나타낸다. 식(1)에서 보면 간섭항이 여러 개 있고 중력항이나 파라메타 변화등의 불확실성이 존재한다. 그러나  $m_3 l_2 l_{c3} - m_4 l_1 l_{c4} = 0$ 로 설계하면 간섭항을 없앨 수 있다.

### III. ICD 기법 및 QFT 제어 이론

#### 3.1 ICD(Individual Channel Design)기법

ICD는 다변수 시스템에 고전적 제어이론을 사용하기 위해 입출력 수와 같은 수로 채널을 분리하는 방법이다. 다변수 시스템의 제어기 설계는 그림 2.와 같이 각 채널의 제어기가 서로 영향을 미치고 있어 제어기 설계가 SISO시스템과는 다른 것을 알 수 있다.



(a) 채널 1  
(b) 채널 2  
그림 2. ICD기법을 이용한 채널분리

채널  $C_1$ 은 개루프 전달관계를 가지고  $\gamma(s)$ 는 상호간섭 정도를 나타낸다.  $h_2(s)$ 는 채널1에서의 서브시스템을

나타내었으며  $d_1(s)$ 는 채널  $C_1$ 에서  $r_2$ 를 통해 들어오는 신호를 외란으로 처리했다.

$$C_1(s) = k_1 g_{11}(1 - \gamma h_2) \tag{3}$$

$$\gamma(s) = \frac{g_{11} g_{21}}{g_{11} g_{22}}$$

$$h_2(s) = \frac{k_2 g_{22}}{1 + k_2 g_{22}}, \quad d_1(s) = \frac{g_{12}}{g_{22}} h_2 \gamma_2$$

채널  $C_2$ 도 채널  $C_1$  과 동일한 관계를 나타낸다.

$$C_2(s) = k_2 g_{22}(1 - \gamma h_1) \tag{4}$$

$$h_1(s) = \frac{k_1 g_{11}}{1 + k_1 g_{11}}$$

$$d_2(s) = \frac{g_{21}}{g_{11}} h_1 \gamma_1$$

제어기 설계할 때는 서브시스템을 1로 두고 설계한다.

#### 3.2 QFT 제어 이론

QFT 1960년대 I.M Horowitz에 의해서 제안된 주파수 영역 설계기법인 고전제어이론으로서 정확하게 플랜트의 불확실성 및 외란 그리고 요구되는 사양에 대해 제어기를 결정하는 의미에서의 정량적인(quantitative) 것이다. 또한 다양한 조건을 절충시키는 안목과 주파수상에서 측정되어진 플랜트 응답에 적용할 수 있기 때문에 상태공간(State space) 형태나 그밖에 다른 형태의 모델이 필요 없다. QFT 제어기의 설계 순서는 1) 설계사양을 정하고 2) N개의 LTI 플랜트를 선정 3) 각 주파수에서의 불확실한 플랜트의 주파수 응답의 집합인 템플레이트를 니콜스 선도에 나타낸다. 4) 안정조건과 설계사양을 만족시키는 경계조건을 구한다. 5)공칭루프전달함수  $L_0(s)$ 를 구한다.  $L(s)$ 는 가능한 한 한계조건 위어나 그 근 처에 있도록 하여야 한다.

$$L_0(s) = P_0(s)C(s) \tag{5}$$

$$C(s) = \frac{L_0(s)}{P_0(s)}$$

### VI. QFT제어기 설계

표 1. 링크 파라메타

i	1	2	3	4
$m_i$ [g]	0.0153	0.0098	0.0153	0.0220
$l_i$ [m]	0.17	0.10	0.17	0.32
$l_{ci}$ [m]	0.09	0.0498	0.085	0.05526
$I_i$ [kgm <sup>2</sup> ]	$9.465 \cdot 10^{-5}$	$1.92 \cdot 10^{-5}$	$9.542 \cdot 10^{-5}$	$8.633 \cdot 10^{-4}$

표 2. 전동기 파라메타 값

	Symbol	단위	Value
1	$J_m$	kgm <sup>2</sup>	$1.1 \cdot 10^{-5}$
2	$D_m$		0
3	$R$	$\Omega$	0.16
4	$\gamma$		14
5	$K_t$	Nm/A	0.0168
6	$K_b$	V/rps	0.0168
7	$K_a$		1

평행링크 로봇을 ICD를 이용하여 두개의 채널로 분리하고 각 채널에 QFT를 적용한다. 식(1)에서 이론적으로 파라메타를 적절히 조절해서 간섭항을 0으로 만들 수 있으나 본 연구에서는 간섭항을 각 채널의 출력 외란으로 처리하고 중력항이나 파라메타 변동등은 불확실성으로 처리했다. 관성모멘트를 정확하게 구하는 것은 상당히 어려우므로 여기서는 관성모멘트를 불확실한 구간으로 정하여 채널 2부터 제어를 설계한다.

$$I_1 = [9.4650 \times 10^{-6} \quad 1.7983 \times 10^{-4}]$$

$$I_2 = [3.6864 \times 10^{-6} \quad 7.0042 \times 10^{-5}]$$

$$I_3 = [9.5420 \times 10^{-6} \quad 1.8130 \times 10^{-4}]$$

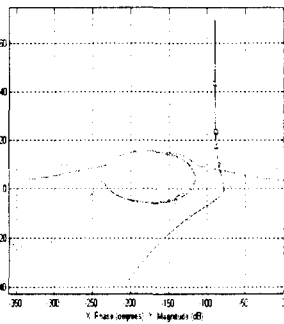
$$I_4 = [8.6330 \times 10^{-5} \quad 1.6 \times 10^{-3}]$$

설계사양은 채널1, 2 모두 아래와 같다.

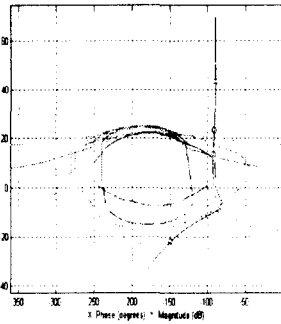
○ 이득여유=10[dB]

○ 위상여유=45°

$$\left| \frac{Y(s)}{D(s)} \right| = \left| \frac{1}{1+C(s)P(s)} \right| < 0.02 \left| \frac{s^3 + 64s^2 + 748s + 2400}{s^2 + 14.4s + 169} \right| \quad (6)$$



(a) 채널1의 Loopshaping



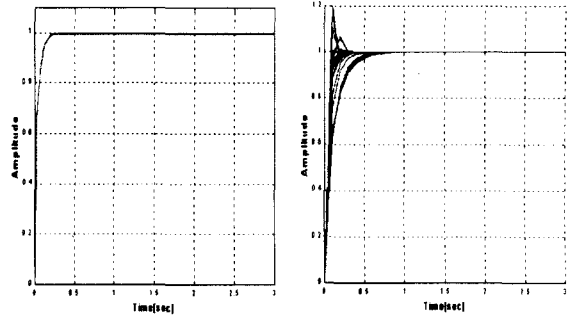
(b) 채널2의 Loopshaping

그림 3. 루프쉐이핑

$$C_1 = \frac{4.5873 \cdot 10^4 s + 1.8598 \cdot 10^6}{s^2 + 1447.2s + 265650} \quad (7)$$

$$C_2 = \frac{5.1137 \cdot 10^4 s + 3.0489 \cdot 10^6}{s^2 + 2234.5s + 435490} \quad (8)$$

그림3.은 1,2채널의 루프 쉐이핑한 결과이다. 식(5)에 의해서 식(7)은 채널1의 제어기이고 식(8)은 채널2의 제어기이다. 설계결과채널1은  $GM=27.113[dB]$ ,  $PM=100.71^\circ$  채널2는  $GM=27.295[dB]$ ,  $PM=98.216^\circ$ 로 두 채널 모두 설계사양을 만족하고 있음을 알 수 있다. 그림 4.는 각 채널의 파라메타 변동에 따른 스텝응답을 나타낸다.



(a)채널1의 스텝응답

(b)채널2의 스텝응답

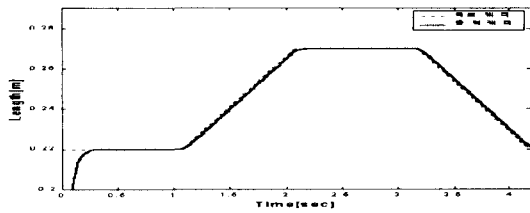
그림 4. 구간 페루프 스텝응답

### V. 시뮬레이션 및 실험

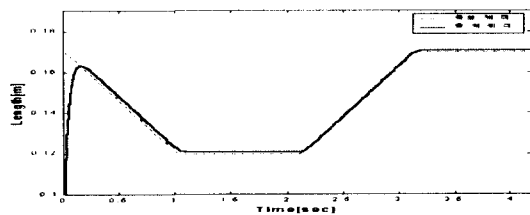
표1, 표2의 사양을 가진 평행링크 로봇에 주기 4.2[sec]의 저속과 주기 1.8[sec]의 고속으로 각각 시뮬레이션 및 실험 결과를 그림5,6,7,8에 나타내었다. 시뮬레이션 상에서는 저속과 고속에서 약간의 차이가 있었으나 실험결과에서는 속도에 상관없이 목표궤적을 어느 정도 잘 추종하는 것을 알 수 있다. 실험에서 고속으로 궤적을 추종할 때 약간의 떨림 현상이 일어나는데 이것은 기어의 backlash라던가 기구 제작시의 미숙함 때문이라고 할 수 있다.

### VI. 결론

본 논문에서는 ICD와 QFT를 이용한 2자유도 로봇의 고속궤적 추종시 링크간의 간섭을 최소화하였고, 파라메타 변동과 외란 및 구조의 불확실성에도 불구하고 QFT 제어기의 강인성과 유용성을 컴퓨터 시뮬레이션과 실험을 통해 알아보았다. 또한, ICD기법을 통해 다변수 시스템에 고전제어기법을 적용할 수 있는 계기를 마련하였으며, QFT를 다변수 평행링크 로봇에 적용하였는데 큰 의의가 있다고 하겠다. 하지만 루프쉐이핑할 때 사용자의 경험을 많이 요구하게 되고 설계자에 따라 다양한 제어를 설계할 수 있으므로 제어가 보수적일 수가 있다. 따라서 루프쉐이핑에 대한 많은 연구가 필요할 것 같다.

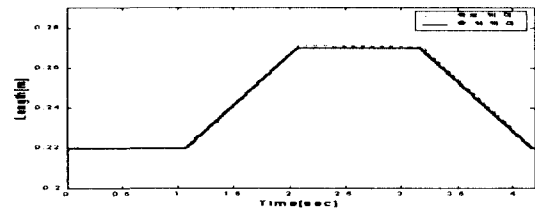


(a) 주기:4.2[sec], Motor 1

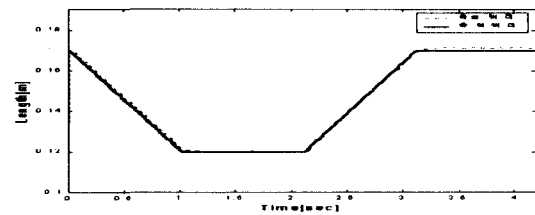


(b) 주기:4.2[sec], Motor 2

그림 5. 저속 사각형계적 추종 시뮬레이션 결과

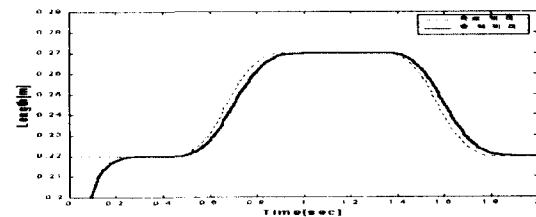


(a) 주기:4.2[sec], Motor 1

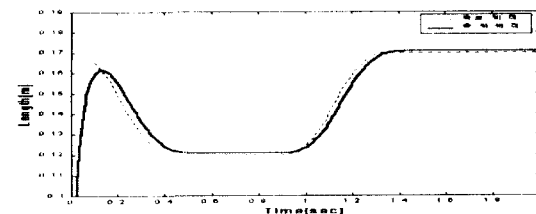


(b) 주기 : 4.2[sec], Motor 2

그림 7. 저속 사각형계적 추종 시뮬레이션 결과

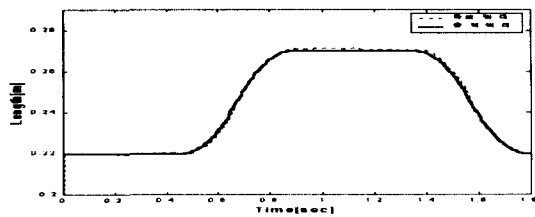


(a) 주기:1.8[sec], Motor 1

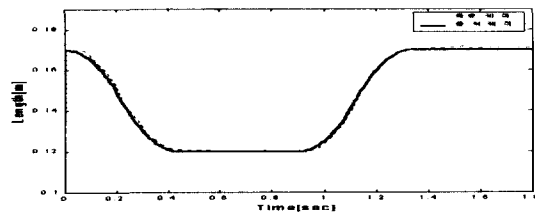


(b) 주기:1.8[sec], Motor 2

그림 6. 고속 사각형계적 추종 시뮬레이션 결과



(a)주기:1.8[sec] motor1



(b) 주기:1.8[sec], Motor 1

그림 8. 고속 사각형계적 추종 실험 결과

참고문헌

[1] H.Asada "Direct-drive robots Theory and Practice" MIT Press. 1987  
 [2] T. Namerikawa, M. Fujita, F.Matsumura "Robust  $H_{\infty}$  control of a Parallel Link Robot Manipulator "IEE Japen. vol.116-D, no.2, 1996  
 [3] O. Yaniv "Quantitative Feedback Design of Linear and Nonlinear control systems." Kluwe Academic Publishers, 1999.  
 [4] I. Horowitz."Survey of Quantitative Feedback Theory" Int. J. of Control, vol.53, no.2, pp255-291. 1991.

[5] J. Y. Chang, Y. M. Chen, T. T. Tsai, "Robot control design by Quantitative feedback theory" ICAR., Fifth International Conference, vol.1, pp437-442, 1991.  
 [6] R. Reynolds, M. Pachter, C. H. Hopis, "Full Eve lope Flight Control System Design using QFT", Proceeding of America Control Conference, 1994.  
 [7] W.E. Leithead, J. O'reilly, "Multivariable control by Individual Channel Design" Int. J. of Control, 54, pp.1-46, 1991.  
 [8] W.E. Leithead, J. O'reilly, "Structural Issues underlying the performance of 2-input 2-output multivariable systems using individual channel design" IEEE. vol.1, pp.575-580. 1991