유전체 디스크가 삽입된 원통형 공동 공진기에서의 공진 모드 구분에 관한 연구

A Syudy on the Resonant Mode Identification in the Dielectric-disc Loaded Cylindrical Cavity Resonators

이원희, 김태신, 강민우*, 구경완*, 허정
(Won-Hui Lee, Tai Shin Kim, Min Woo Kang*, Kyung-Wan Koo*, Jung Hur)

Abstract

We described a method resonant mode identification in dielectric-disc loaded cylindrical cavity resonators. The characteristic equation is solved by using the ContourPlot graph of Mathematica. Contour graph method uses graphical method. It is comparable with numerical method. The numerical method is very difficult a mode identification. The analysis based on the approximated electromagnetic representation. This kinds of studies only concentrated on the calculation of resonant frequencies, and a mode identification of resonant frequencies have not been covered. But, the contour graph method to analyze the characteristic equations is simple and all parts of resonant frequency graph can be easily drawn, it is possible to calculate precise resonant frequencies and to identify the mode of resonant frequencies.

Key Words : mode, dielectric-disc, cylindrical cavity resonators, ContourPlot graph, resonant frequency

1. 서 론

공진 모드에 따라 유전체가 삽입된 공진기 안쪽의 전자계가 달라지기 때문에 공진기에 흐르는 전류의 세기, 전력전달 특성, 공진주파수가 변화하므로 공진주파수를 정확히 구하여 공진주파수의 모드를 구분하는 것은 매우 중요한 문제이다[1]. 해석적인 방법으로는 공진주파수의 모드 구분(mode identification)이 어렵다. 즉, 계산된 공진주파수가 어떤 모드의 공진주파수인지 판별하기 힘들다[1],[2]. Contour graph 방법을 이용하면 공진주파수 계산뿐만 아니라 공진주파수의 모드 구분을 쉽게 할 수 있다. 영역이 두 개로 나누어진 공진기는 하나의 초월방정식을 가진다. 따라서 초월방정식을 하나의 함수로 변환하여 유전체나 공동 공진기의 크기 변화에 대한 공진주파수의 변화를 contour graph로 그려낼 수 있다. 이를 이용하여 공진주파수를 계산하고 모드 구분을 할 수 있다. 동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공동 공진기에서 반지름 방향 경계조건에 대한 각각의 contour들은 반지름 방향의 고차모드(high-order mode)를 표현하며, 축 방향의 경계조건에 대한 각각의 contour들은 축 방향 고차모드를 표현하는 선이 된다. 그러므로 두 contour의 교차점들은 공진주파수 뿐만 아니라 모드를 나타낸다. Contour graph 방법을 이용한 모드 구분을 검증하기 위하여 공진주파수 계산 값과 측정 값을 비교하였다.

건국대학교 전자·정보통신공학과
* 영동대학교 정보·전자공학부
(서울시 광진구 화양동 1번지 건국대학교,
Fax: 02-3437-5235, Tel: 02-450-3208,
E-mail : blue@kkucc.konkuk.ac.kr)

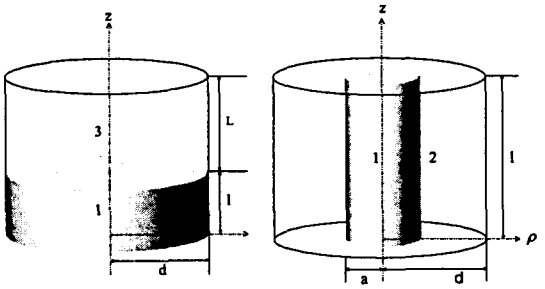
2. Contour graph 방법

Contour graph 방법을 이용하면 특성방정식의 해

를 구하는 과정이 쉽게되고, 전체적인 공진주파수 그래프를 간단하게 구할 수 있게 되므로, 정확한 공진주파수를 쉽고 빠르게 구할 수 있고, 더불어 공진주파수의 모드도 구분할 수 있게 된다. Contour graph 방법은 동심 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수를 계산하는데 있어서, 주어진 동심 유전체 봉의 반지름에 따른 전체 공진주파수를 쉽고 간편하게 계산할 수 있다. 마찬가지로 공동 공진기와 유전체 봉의 높이 변화에 따른 전체 공진주파수 그래프도 간편하게 그릴 수 있다. Contour graph 방법에서는 공진주파수 f와 반지름 a를 변수로 설정해 주고, f와 a에 의해 그려지는 3차원 그래프 상에서 함수의 값이 0인 contour를 그린다. 이 contour가 반지름 a 변화에 따른 공진주파수 f의 그래프가 된다. Contour graph 방법은 동심 유전체 봉이나 유전체 슬랩이 삽입된 원통형 공동 공진기의 공진주파수 계산뿐만 아니라, 동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공동 공진기의 공진주파수 계산에도 적용할 수 있다. 특히, 동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기의 특성방정식은 두 개의 미지수를 갖는 두 개의 방정식으로 주어지기 때문에, 주어진 동심 유전체 디스크의 크기에 대하여 수치 해석적인 방법으로 공진주파수를 계산하거나 동심 유전체 디스크의 크기 변화에 따른 전체 공진주파수 그래프를 그리는 것이 매우 어렵다. Contour graph 방법을 적용하면 주어진 동심 유전체 디스크의 크기에 대한 공진주파수를 계산하는 것이나 동심 유전체 디스크의 크기 변화에 따른 전체 공진주파수 그래프를 쉽게 그릴 수 있어 모드 구분도 가능하다.

3. 모드 구분을 위한 구조 분석

동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수의 범위를 유전체 슬랩(dielectric slab)이 삽입된 원통형 공진기와 동심 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기 구조에서 결정할 수 있다. 유전체가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수는 유전체 영역의 크기에 따라 변화한다. 즉, 원통형 공진기 내부에서 유전체의 크기가 커지면 커질수록 유전체가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수는 감소한다[2]~[7]. 이와 같은 사실을 이용하여 동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기의 공진 가능 영역을 계산할 수 있다. 그림 1 (a)와 같이 유전체 슬랩이 공동의 밑면에 놓인 원통형 공진기를 가정한다. 유전체 공진기의 반지름 a가 0과 d 사이의 값을 가진다면 그 때의 공진주파수는 영역 1, 2가 공기로만 차 있는 a=0 mm일 때와 비유전율이 9.4인 유전체로 채워져 있는 a=d mm일 때 공진주파수의 중간 값을 가질 것이라고 예상할 수 있다. 원통형 공동 공진기의 크기는 반지름 d=7.92 mm, 높이 $L+l$ =15 mm이고, 유전체 슬랩의 크기는 반지름 d=7.92 mm, 높이 l=5 mm이다. a=0 mm일 때는 유전체 영역이 공기로, a=d mm일 때는 비유전율이 9.4인 유전체로 채워져 있다고 가정한다. 위와 같은 가정을 세우면, 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수 범위를 구할 수 있다. 유전체 슬랩과 유사하게 또 하나의 공진 가능영역을 설정할 수 있다. 유전체 디스크가 삽입된 구조의 공진주파수는 유전체 봉이 삽입된 구조인 $L+l$ =15 mm이고, d=7.5 mm인 공동에 a=0 mm, $L+l$ =15 mm일 때와 a=2.5 mm, $L+l$ =15 mm 사이의 값을 가질 것이라는 것을 알 수 있다.



(a) (b)

그림 1. 모드 구분을 위한 구조

위의 두 설정에서 볼 수 있듯이 유전체가 공진기 내부에 차지하는 영역이 많아질수록 공진주파수는 빈 공진기보다 낮아지게 된다[2],[3],[4]. 그러므로, 또 하나의 구조를 설정할 수 있다. 유전체 디스크가 삽입된 구조를 가진 공진기의 공진주파수는 동심 유전체 봉이 삽인된 구조인 $L+l$ =5 mm일 때와 $L+l$ =15 mm일 때의 사이에 공진주파수가 존재한다. 요약하면, 동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수는 i) 속이 빈 원통형 공진기의 공진주파수보다 낮고, 유전체 슬랩이 삽입된 공진기의 공진주파수보다 높다. ii) 속이 빈 원통형 공진기의 공진주파수보다 낮고, 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수 보다 높다. iii) 동심 유전체 봉이 삽입된 원통형 공진기인 $L+l$ =5mm일 때와 $L+l$ =15mm일 때의 사이에 공진주파수가 존재한다.

4. 공진기의 공진 가능영역 계산

유전체 슬랩이 공진기의 바닥에 놓인 경우에 영역 1에서 전자계가 ρ 방향에 대하여 2번 변화한다면, 공기로 구성되어 있는 영역 3의 경우에도 2번 변화하게 된다. 그러나 바닥 면에 유전체 디스크가 부분적으로 채워진 경우라면, 전자계가 대부분 유전체 안쪽에 집속되므로, 영역 1과 영역 2에서 전자계가 ρ 방향으로 2번 변화하더라고 영역 3에서는 형성되는 전자계는 1번 변화할 수 있기 때문에, 어떠한 방향으로 변화가 적다는 것은 공진주파수가 낮아짐을 의미한다. 즉, 부분적으로 유전체가 공진기에 삽입되면, 영역 3의 전자계는 영역 1과 영역 2의 전자계의 분포를 따라가지 않고, 다른 형태의 전자계를 가질 수 있음을 의미하며, 유전체에서의 전자계들은 3영역으로 퍼지는 듯한 형태로 형성됨을 알 수 있다. $n=0$ 에 대한 TE 모드와 TM 모드의 모드별 분석도를 그림 2와 그림 3으로 표현할 수 있다.

그림 2와 3은 유전체 디스크가 삽입된 공진기의 공진주파수가 어떠한 모드인지를 보여주는 그림이다. 그림 2와 3에서 보인 것처럼 영역 1과 영역 2의 경계조건에서 그릴 수 있는 공진주파수의 변화는 TE_{0p1} 모드처럼 ρ 방향의 변화를 보여주는 것이고, 영역 1과 영역 3의 경계조건에서 표현되는 공진주파수의 변화는 TE_{01q} 모드처럼 z 방향의 변화를 보여주는 것이므로, 이러한 방식으로 모드를 구분한 것은 합당하다.

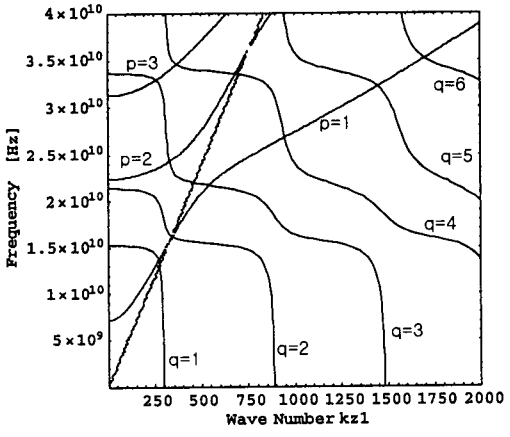


그림 2. $TM_{0pq+\delta}$ 의 모드 구분

5. 실험 및 검토

Contour graph 방법을 적용하여 구한 공진주파수와 모드가 정확한지를 살펴보기 위하여 동심 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공동 공진기를 제작하였다. 실험에서 동심 유전체 디스크의 크기는 고정시키고, 공진기의 높이를 동심 유전체 디스크의 높이에서 1mm 간격으로 증가시켜, TE_{011} mode의 공진주파수를 측정하였다. 측정에 사용된 유전체는 유전율이 9.4인 사파이어이다.

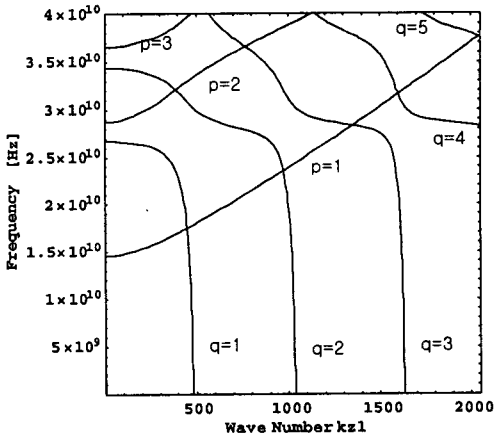


그림 3. $TE_{0pq+\delta}$ 의 모드 분석

그리고, 동심 유전체가 삽입된 원통형 공진기를 여기하기 위하여 사용된 방법은 프로브 삽입법이다. 루프 모양의 프로브를 삽입하여, 루프 면을 공진기의 바닥 면과 수평이 되게 장치하여 TE모드가 여기되도록 하였다. 표 1은 측정된 공진주파수와 계산된 공진주파수를 비교한 결과를 보인 것이다.

표 1. TE_{011} mode의 실험과 계산에 의한 공진주파수

공진기의 높이[mm]	측정치[GHz]	계산치[GHz]	오차[%]
5	19.437	19.484	0.241
6	18.455	18.426	0.157
7	18.076	17.936	0.774
8	17.926	17.714	1.182
9	17.833	17.611	1.244
10	17.821	17.562	1.453
11	17.816	17.538	1.560
14	17.802	17.518	1.595
15	17.800	17.517	1.589

표 1에서 볼 수 있는 것처럼 공진기의 윗면과 유전체의 윗면이 가까울 때에는 1% 이내의 오차, 특히 아주 가까울 때는 매우 정확하게 일치함을 볼 수 있고, 공진기의 윗면과 유전체의 윗면이 멀어질 경우에도 1.6% 정도의 오차를 보임을 알 수 있다. 공진기의 높이가 14mm 이상이 되면 거의 오차가 1.6% 정도로 일정해진다.

전자계 대부분이 유전체에 집속되고, 집속되는 양은 공진기 높이에 대하여 거의 변화하지 않으므로, 공진기의 높이가 높아질수록 공진기의 윗면에 대한 반사파가 거의 줄어들어 진행파만 존재하게 되기 때문이다. 그러므로 유전율이 사파이어보다 높은 유전체를 사용한다면, 오차는 좀 더 줄어들 것이다.

6. 결 론

유전체 디스크가 삽입된 원통형 공동 공진기의 모드를 구하는 방법을 제시하였다. 세 영역으로 분할한 공진기에 non-decaying 모드 표현을 적용하여 전자계를 구하였다. 전자계는 대부분이 유전체에 집속되므로, 축방향 경계면과 반지름 방향 경계면에 경계조건을 적용하여 미지수가 2개인 연립방정식을 구하였다. 이러한 연립방정식은 초월방정식으로서, 해석적으로 푸는 것이 불가능하다. 이를 풀기 위하여 반지름 방향과 축방향에 대한 경계조건에서 얻어지는 특성방정식을 2개의 변수를 갖는 초월함수의 형태로 변환하였다. 두 초월함수의 값이 0이 되는 점들을 contour graph로 나타내었다. 두 특성방정식의 contour들이 교차하는 점은 두 특성방정식을 동시에 만족하는 점이 된다. 이 점의 값이 유전체 디스크가 삽입된 공진기의 공진주파수와 유전체 영역의 축방향 전파상수이다.

공진 모드마다 공진기의 특성, 밑면 전류분포와 전자계 등이 변화하게 되므로, 모드 구분이 필요하다. 각 특성방정식에서 나오는 contour들은 축방향과 반지름 방향에 대한 모드를 의미하는 선들이므로, 이것을 이용하여 공진주파수의 모드를 결정하였다. 특성방정식에 의해서 그려지는 contour graph의 선들은 $TM_{npq+\delta}$, $TE_{npq+\delta}$ 에서 반지름 방향의 변화 p와 축방향 변화 q를 의미하므로, 이를 이용하여 모드를 구분하였다. 모드 구분에 대한 검증을 위하여 공진주파수가 존재할 수 있는 가능영역을 결정하였다. 공진 가능영역 안에 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기의 공진주파수가 포함됨을 보였다. 유전체 슬랩이 놓인 공진기와 유전체 봉이 삽입된 공진기의 공진주파수와 모드는 매우 정확하게 알 수 있으므로, 유전체 디스크가 삽입된 원통형 공진기 구조의 공진 가능영역을 결정하는 데 이용할 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2001학년도 건국대학교 학술연구비지원에 의한 논문임

참 고 문 헌

[1] K. A. Zaki, A. E. Atia "Modes in Dielectric-Loaded Waveguide and Resonators", *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. MTT-31, No. 12, December 1983.

[2] P. Guillon, Y. Garault, "Accurate resonant frequencies of dielectric resonators", *IEEE Trans. on Microwave and Tech.*, Vol. MTT-25, No. 11, pp. 916-922, November 1997.

[3] D. Kajfez, P. Guillon, *Dielectric Resonators*, Artech House, 1986.

[4] S. Y. Lee *et al.*, "Use of a Dielectric-loaded Cylindrical Cavity in Measurements of the Microwave Surface Resistances of High-Tc Superconducting Thin Films", *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, 1997.

[5] R. F. Harrington, *Time Harmonic Electromagnetic Fields*,McGraw-Hill,1961.

[6] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, Addison-Wesley, 1990.

[7] Z. Y. Shen, High-Temperature Superconducting Microwave Circuits, Artech House, 1994.