

## 측정가속도를 이용한 부분구조해석 모델의 설정 Identification of Substructural Model using Measured Acceleration

오 성 호<sup>1)</sup>    전 상 현<sup>2)</sup>    장 정 환<sup>3)</sup>    신 수 봉<sup>4)</sup>    최 광 규<sup>5)</sup>

Oh, Seongho Jeon, Sang-Hyun Jang, Jeong-Hwan Shin, Soobong Choi, Kwang-Kyu

### ABSTRACT

A substructural model for a part of a long continuous bridge is identified using measured acceleration at limited locations within the part. Boundary spring constants and structural properties are identified using a system identification method. The proposed method has been examined through simulation studies for static and dynamic responses and the results are discussed in the paper. The method is applied to an actual plate-girder girder bridge with modal response obtained from a moving truck and construction blasting vibration.

### 1. 서론

공사중 발파나 항타로 인한 진동은 인근구조물에 전파되어 구조물을 진동시키며 경우에 따라서는 구조물에 심각한 악영향을 미치기도 한다.<sup>[1,2]</sup> 일반적으로 시행되고 있는 방법은 발파시 구조물에서 측정되는 진동속도의 크기에 대한 기준을 국가별로 설정하여 이를 초과하지 않도록 발파작약의 양과 발파간격 등을 조절하는 것이다.<sup>[7]</sup> 그러나, 이러한 접근은 구조물의 안정에 대한 해석적 고려가 부족하며, 속도를 측정하는 것 역시 구조물 동적 거동에 대한 일반적인 가속도 계측에 비하여 비경제적인 면을 가지고 있다.

건물이나 교량과 같은 구조물의 발파진동에 대한 구조해석을 위해 전체 구조물을 모델링하는 것도 좋지만 경우에 따라서는 부분구조만을 모델링하는 것이 현실적으로 보다 합당하다. Guyan 감소법에 의한 부분구조해석법이 동적거동에 대한 근사법으로 일반적으로 사용되고 있으나, 이 방법은 전체 구조계에 대한 질량, 감쇠, 강성의 구조행렬들이 기지의 값이어야 한다는 문제점을 갖고 있다.<sup>[3,6]</sup> 그러나, 비록 구조물에 대한 좋은 SI(system identification)기법들이 개발되어 있다고 해도, 구조물이 복잡해질수록 모든 구조변수들을 정확하게 추정하는 것은 어려운 작업이다.<sup>[5,8]</sup>

본 연구에서는 이러한 발파진동이 구조물에 미치는 영향을 해석적으로 분석하기 위하여 진동가속도의 계측을 통하여 구조해석 모델을 설정하는 방법을 소개한다. 우선 수치시뮬레이션을 통하여 정적하중과 동적하중의 경우에 대한 부분구조해석 모델 설정법의 문제점을 검토하고, 연속 게르버 판형교인 구구포교에 적용하여 실측치와 해석치를 비교하였다.

- 1) 동아대학교 대학원 토목공학과 박사과정
- 2) 동아대학교 대학원 토목공학과 석사과정
- 3) 이계이텍 선임연구원, 정회원
- 4) 동아대학교 토목·해양공학부 조교수, 정회원
- 5) 동아대학교 토목·해양공학부 교수, 정회원

## 2. SI 알고리즘

적용한 SI 알고리즘은 최적의 구조변수들을 측정응답과 해석적으로 계산된 응답 차이의 제곱을 최소화함으로써 추정한다. 본 연구에서는 RQP(recursive quadratic programming) 기법과 Fletcher active set strategy와 같은 최적화 기법들을 적용하였다. 또한 모드자료를 사용한 SI 알고리즘에 측정오차(noise)와 측정자료의 불안정성에 의한 수치적 불안정을 완화시키기 위하여 정규화기법(regulation scheme)을 적용하였다.<sup>[8]</sup>

### 2.1 모드 자료를 이용한 SI

구조물의 진동실험에 의한 측정자료는 고유회전진동수  $\omega$ 와 그에 상응하는 모드변위  $\phi$ 를 가지는 동적응답으로 식(1)과 같이 최소화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize}_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \quad & J(\mathbf{x}) = J_0(\mathbf{x}) + J_R(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmm} \|\hat{\phi}_{w_i}(\mathbf{x}) - \hat{\phi}_{m_i}\|^2 + \frac{\beta}{2} \|\Delta \mathbf{K}(\mathbf{x})\|_F^2 \\ \text{subject to} \quad & \mathbf{x}_{lo} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{up} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $nmm$ 은 측정된 모드의 수이고,  $\mathbf{x}$ 는 강성변수벡터이다.

오차함수의 정의에 따라 질량은 기지의 값으로 가정하고 측정된 고유진동수의 차이는 모드변위들에 비하여 무시할 만한 정도라고 본다. 측정된 자유도에서 해석적으로 계산된  $i$ 번째 모드변위  $\hat{\phi}_{w_i}$ 는 식(2)와 같이 정적응답을 구하는 것과 같은 방법으로 구할 수 있다.

$$\hat{\phi}_{w_i}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}\hat{\phi}_{w_i}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}\tilde{\mathbf{K}}_i^{-1}(\mathbf{x})\tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x}) \quad (2)$$

여기서, pseudo-stiffness matrix  $\tilde{\mathbf{K}}_i(\mathbf{x})$ 와 pseudo-force vector  $\tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x})$ 는 식(3)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}}_i(\mathbf{x}) &= \mathbf{K}(\mathbf{x}) - \omega_i^2 \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{O}} & \bar{\mathbf{M}} \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{f}}_i(\mathbf{x}) &= \omega_i^2 \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}} & \bar{\mathbf{O}} \end{bmatrix} \hat{\phi}_{w_i}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,  $\hat{\mathbf{M}}(N_d \times \hat{N}_d)$ ,  $\bar{\mathbf{M}}(N_d \times \bar{N}_d)$ ,  $\hat{\mathbf{O}}(N_d \times \hat{N}_d)$ ,  $\bar{\mathbf{O}}(N_d \times \bar{N}_d)$ 는 측정된 자유도와 미측정자유도에 상응하는 질량행렬과 영행렬이다.

### 2.2 변수의 분리

최적화기법을 사용하여 측정응답으로부터 변수들을 정의하기 위하여 식(1)의 gradient vector와 hessian matrix가 계산되어야 하며, 미지의 변수  $\mathbf{x}$ 에 대하여 강성행렬을 미분하여 얻을 수 있다.

3차원 뼈대요소의 경우 각 절점당 6개의 자유도가 사용되며 요소의 강성 행렬  $\mathbf{K}_e(\mathbf{x}_e)$ ( $12 \times 12$ )는 식(4)와 같이 강성변수  $\mathbf{x}_e(EA, EI, GJ)$ 와 상수의 kernel matrix  $\mathbf{G}_e(12 \times 12)$ 로 나누어질 수 있다.

$$\mathbf{K}_e(\mathbf{x}_e) = \sum_{p=1}^3 x_{pe} \mathbf{G}_{pe} \quad (4)$$

구조물의 거동상의 특성에 따라, 몇 개의 강성변수들은 고정된 값으로서 추정과정에서 제외시킬 수도 있다.<sup>[5]</sup>

### 2.3 확인가능 조건

소개된 SI 알고리즘은 변수모음(parameter grouping)을 통해 유사한 부재특성을 가진 요소들의 변수를 묶어 측정자료의 부족함을 보완할 수 있다. 또한, 일반적으로 계측치는 피할 수 없는 오차를 가지고 있으므로, 이를 통계적인 방법으로 분석하기 위하여 계측된 응답에 가상의 오차를 첨가시켜주는 교란기법(perturbation scheme)을 사용하였다.<sup>[5]</sup>

측정자료에 대한 확인가능 조건(identifiability criterion)은 식(5)와 같이 정의된다.

$$nmm \times \hat{N}_d \geq N_p \quad (5)$$

## 3. 부분구조 모델의 설정

본 연구에서는 연속 게르버 교량의 일부 2경간에 대한 그림 1과 같은 모델을 설정하는 과정을 수행하였다. 모델의 설정은 지점에 수직 및 회전스프링을 추가하여 지점의 수직강성과 인접 경간의 영향을 고려한 회전강성을 고려하도록 하였다. 각 스프링계수는 계측된 가속도 시간이력을 사용하여 SI기법으로 추정하였다.<sup>[9]</sup>

### 3.1 수치시뮬레이션을 통한 검증

실교량에 대한 적용에 앞서 지점 스프링계수의 확인에 의해 설정되는 부분구조 모델의 적용성을 검증하기 위하여 수치시뮬레이션을 수행하였다.

수치시뮬레이션에는 7경간 단일단면의 게르버교를 사용하였으며, 중앙의 세 번째와 네 번째 경간을 부분구조로 선정하였다. 지점조건은 frame 요소를 사용하여 그림 1의 수직 및 회전 스프링의 스프링계수를 수직강성 및 휨강성으로 대신하도록 하였다. 사용한 각 부재의 단면값 및 재료물성치는 5개의 그룹으로 나누었으며, 7경간 모델과 2경간 부분구조 모델의 거동을 정적하중에 의한 처짐, 모드분석치, 동적하중에 의한 응답의 시간이력을 통하여 비교하였다.

#### 3.1.1 정적하중의 경우

7경간의 세 번째와 네 번째 경간에 100 kN의 집중하중을 재하하여 정해석의 처짐을 계산하였다. 계산된 처짐에 임의오차를 더한 모사된 처짐 계측값을 사용하여, 소개된 SI 프로그램으로 부분구조 모델의  $EA$ (축방향 강성)와  $EI$ (휨 강성)를 구하였다. 표 1에 정리된 값들은 서로 다른 측정 오차를 50번의 Monte Carlo simulation으로 평균하여 구한 것들이다. 2경간의 부분구조 모델은 각 지점의  $EA$ 와 양 지점의  $EI$ 를 SI기법으로 추정하여 설정하였다.

전체모델과 확인된 부분모델에서 계산한 처짐을 그림 3에 비교하였으며, 제안된 기법에 의해 설정된 부분구조 모델이 정확하게 일치되는 정적거동을 나타냄을 확인할 수 있다.

#### 3.1.2 모드분석의 경우

전체구조물의 모드특성을 SI기법에 의해 확인된 부분구조 모델의 모드특성과 비교하기 위해 정적하중의 경우와 동일한 과정을 거쳐 구조변수들을 추정하였고, 결과를 표 1에 같이 정리하였다.

SI기법으로 확인된 구조강성값을 사용하여 계산한 2경간 부분구조 모델의 고유진동수와 7경간 모델의 값들과 표 2에서 비교하였다. 표 2에서 알 수 있듯이 첫 번째 모드에서 두 모델이 일치되는 진동수를 가지나, 그 이후에는 두 모델이 일치되는 고유진동수와 모드형상을 보여주지 못하였다. 그림 3은 두 모델의 첫 번째 모드형상이 근사적으로 일치함을 보여주며, 두 모드의 비교지수인 MAC(Modal Assurance Criterion)으로 두 모드가 근접함을 표 2에서 확인할 수 있다.

### 3.1.3 동적하중의 경우

정의된 부분구조 모델의 적합성을 동적하중이 재하되었을 경우 전체모델과 부분구조 모델의 계산되는 동적응답을 비교하여 분석하였다. 본 연구에서는 SAP2000을 이용한 모드중첩법에 의하여 해석을 수행하였으며, 두 모델의 참여율이 각각 80%가 될 때의 모드의 수를 사용하여 시간이력을 계산하였다.

동일한 위치에서 계산된 전체모델과 부분구조 모델의 응답을 비교한 결과, 두 응답의 주기는 근접하게 일치하나 진폭에서 차이를 보이고 있음을 관찰할 수 있었다. 그 이유는 두 모델은 첫 번째 모드특성만 일치되는 관계이나 시간이력해석시 각 모델의 참여율을 채우기 위해서 서로 일치하지 않는 모드들을 사용했기 때문이다. 본 연구와 같이 단지 하나의 모드특성만을 공유하는 두 모델에 대해 모드중첩법에 의한 각각의 응답을 비교하는 경우에는 각 모델의 참여율에 따른 중첩에 사용한 모드의 조합에 의해 주기는 대체적으로 일치하나, 사용한 모드의 수에 따라 진폭이 유동적으로 변하는 결과를 알 수 있다.

### 3.2 실교량에 대한 적용

앞서 수행된 수치시뮬레이션에서 관찰된 결과를 바탕으로 57경간 연속 게르버 판형교인 구구포교의 2경간 부분구조 모델을 설정하는 연구를 수행하였다. SI기법으로 추정할 구조변수는 경간요소와 각 지점요소로 4개의 변수모음으로 그 수를 감소시켰다.(그림 4)

#### 3.2.1 고유진동수 및 모드형상의 확인

모드자료를 구하기 위한 현장계측을 위해 트럭하중을 이동시키며 교량을 진동시켰으며, 설정된 위치에서 가속도를 측정, FFT를 통하여 교량의 고유진동수와 모드형상을 구하였다. 가속도 시간이력에서 모드자료를 구하기 위하여 random decrement 기법을 적용하였으며, 그림 5와 같은 FFT 결과를 구하였다.<sup>[4]</sup>

계측에 의해 구한 2개의 고유진동수와 첫 번째 모드형상은 표 4와 그림 6에 나타내었다.

#### 3.2.2 부분구조 모델의 확인

지점부의 변위는 거의 없으므로 부분구조 모델에서 양 지점의 수직스프링 계수는 무한히 큰 값을 적용하였으며, 중앙지점의 EA와 양 지점의 EI, 경간의 EI를 미지의 변수로 SI를 수행하였다. 구해진 변수들을 부분구조 모델에 적용하여 전체모델과의 동특성 차이를 비교하였다.

표 3에는 서로 다른 오차를 고려한 Monte Carlo iteration을 50번 수행한 결과의 표준편차와 평균값을 정리하였다.

SI를 통해 정의된 부분구조 모델과 전체모델의 고유진동수와 모드형상은 수치시뮬레이션의 결과와 동일하게 첫 번째 모드는 근사하게 일치하였으나 두 번째 모드부터는 상이한 결과를 나타내었다.(표 4)

발파진동에 의한 실제교량의 응답계측치와 2경간 부분구조 모델에 의한 지점 상부의 상판 위치에서의 계산치를 그림 7에서 비교하였으며, 모든 응답에서 근접한 결과를 보여주고 있음을 확인할 수 있다.

발파하중은 중앙교각상부에서 측정된 가속도를 발파진원으로부터의 거리를 고려하여 교각별 시차를 주고 입력하였다. 수치시뮬레이션에서와 동일하게 참여율 80%가 되도록 부분구조 모델에서 2개의 모드를 사용한 결과로서, 해석응답의 주기는 대체로 일치하나 진폭의 크기에서 다소의 차이를 보이고 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 가속도 계측을 통하여 구조물 일부 구간에 대한 부분구조 모델을 SI기법으로 설정하는 방법을 소개하였다. 제안한 부분구조 모델 설정법은 경계스프링을 사용하여 구조물을 분리하는 기법을 사용하였다.

수치시물레이션의 결과 정적하중에 의한 처짐은 전체 모델과 부분구조 모델이 일치되는 결과를 보여주었다. 그러나, 모드해석의 결과는 첫 번째 고유진동수 및 모드형상만 근사적으로 일치하였다. 그리고, 모드중첩에 의한 동적해석의 결과 역시 이러한 영향에 의해 기본적인 주기는 근접하게 일치하였으나 해석된 응답치의 진폭에서 차이를 보였다.

수치시물레이션에서 관찰된 결과를 바탕으로 수행한 57경간 연속 게르버 판형교인 구구포교의 2경간 부분구조 모델의 거동 역시 비슷한 결과를 보여주었다. 계측에 의해 구한 것과 SI기법으로 확인한 부분구조 모델에서 해석한 첫 번째 고유진동수와 모드형상은 근접하게 일치하였다. 그리고, 발파진동에 의해 계측된 동적응답과 설정한 부분구조 모델에 발파하중을 입력하여 계산한 동적응답 역시 근사적으로 일치하는 주기로 구해졌으나, 진폭에서 차이를 보여주었다.

#### 참고문헌

1. C.H. Dowding(1996), "Construction vibration," Prentice Hall.
2. G.C. Mays and P.D. Smith(1995), "Blast effects on buildings: design of building to optimize resistance to blast loading", Thomas Telford.
3. R.J. Guyan(1965), "Reduction of stiffness and mass matrices," AIAA J., Vol.3, No.2, pp.380.
4. S.R. Ibrahim(1977), "Random decrement technique for modal identification of structures," Journal of Spacecraft and Rocket, Vol.14, pp.696-700.
5. S. Shin(1994), "Damage detection and assessment of structural systems from measured response," Ph. D. thesis, Dept. of Civil Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign.
6. 이동근, 안상경, 김진구(1999), "부분구조법에 의한 건축물의 국부진동해석", 한국전산구조공학회 연구집, 제12권 제1호, pp.57-66.
7. 이정인(1993), "발파진동, 발파풍압 및 비석의 조절을 통한 안전발파", 대한토목학회지, vol. 41, pp.99-104.
8. 장정환(2000), "동적 및 정적응답을 이용한 구조물의 손상감지기법", 박사학위연구, 서울대학교 토목공학과.
9. 전상현(2001), "진동계측에 의한 연속게르버교의 부분구조해석," 석사학위연구, 동아대학교 토목공학과.

표 1. 정적 및 동적 SI에 의한 구조변수(EA, EI) (단위: kN, m)

Group. No.	Parameter	Baseline value	Static case		Dynamic case	
			SI Result	Estimated	SI Result	Estimated
1 (경간)	EA	75850320	Fix	75850320	Fix	75850320
	EI	7178873.94	Fix	7178873.94	0.86438	6205275.056
2 (Rigid link)	EA	210000000	Fix	210000000	Fix	210000000
	EI	2100	Fix	2100	Fix	2100
3 (Left offset)	EA	137130000	0.99999	137128628.7	0.97542	133759344.6
	EI	2100	32.291	67811.1	0.001	2.1
4 (Center offset)	EA	137130000	1.0012	137294556	1.1064	157120632
	EI	2100	Fix	2100	Fix	2100
5 (Right offset)	EA	137130000	0.99985	137109430.5	1.0066	138035058
	EI	2100	264.91	556311	140.23	294483

표 2. 전체 모델과 부분구조 모델에 의한 고유진동수의 비교

Mode	Natural frequency (Hz)		MAC
	Global(7경간)	Local(Identified)	
1	10.35	10.30	0.991
2	11.12	15.84	-
3	12.38	28.28	-
4	15.22	45.46	-
5	17.04	70.03	-

표 3. SI에 의한 구조변수(EA, EI) (단위: kN, m)

Element Group	Parameter	noise amplitude=0.0			noise amplitude=0.000873		
		baseline	1 perturbation	Estimated 1	50perturbation (Mean)	STD	Estimated 2
1	EI	8349726	0.64634	5396928.90	0.584708	0.0097069	4901030.32
	EI	7178874		4640136.96			4213776.46
	EI	2100		1357.36			1232.63
	EI	23495392		15477343.40			14055202.65
	EI	13548281		8757067.07			7952421.10
	EI	23652679		15288145.40			13883389.19
	EI	12670142		8189473.12			7436980.70
2	EA	137130000	Known	137130000.00	Known	Known	137130000.00
	EI	2100	0.001	2.10	0.001	0.0000012	2.10
3	EA	1371300	1.1	1508430.00	0.283106	0.1275612	388223.00
	EI	2100	Known	2100.00	Known	Known	2100.00
4	EA	137130000	Known	137130000.00	Known	Known	137130000.00
	EI	2100	100	210000.00	167.2872	14.48398	351303.00

표 4. 계측한 값과 부분구조 모델에서 계산한 고유진동수의 비교

Mode	Natural frequency (Hz)		MAC
	Global(Measured)	Local(Identified)	
1	4.199	4.217	0.991
2	5.566	6.173	-

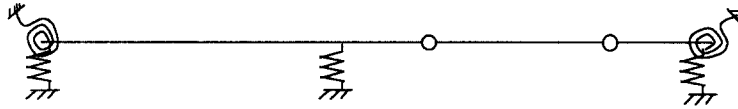


그림 1. 2경간 부분구조 모델의 경계조건

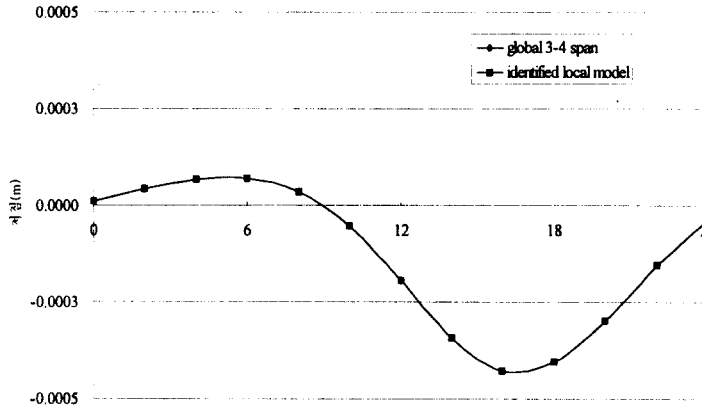


그림 2. 전체모델과 부분구조 모델의 처짐곡선 비교

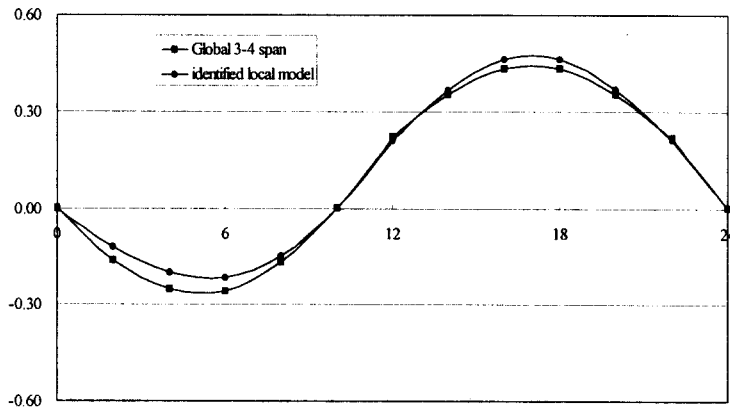


그림 3. 전체 모델과 부분구조 모델의 첫 번째 모드형상의 비교

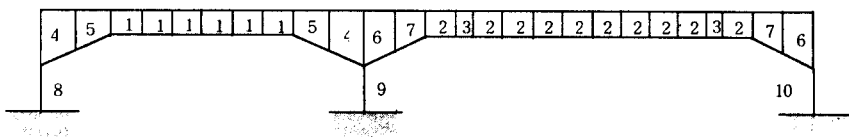


그림 4. 구구포교 2경간 부분구조 모델의 유한요소 Grouping

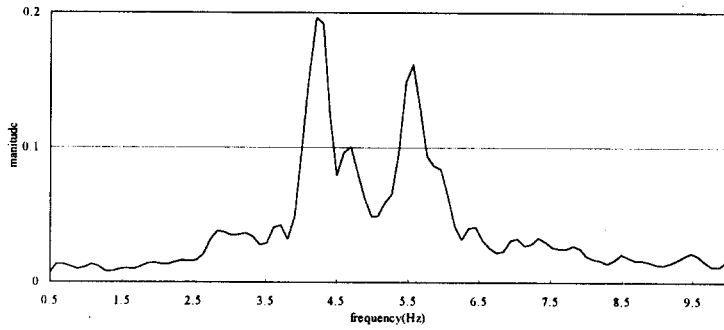


그림 5. Randomdec 응답의 FFT 결과

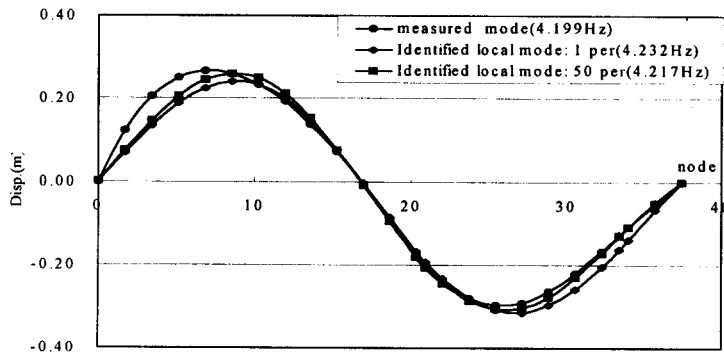


그림 6. 첫 번째 모드형상의 비교

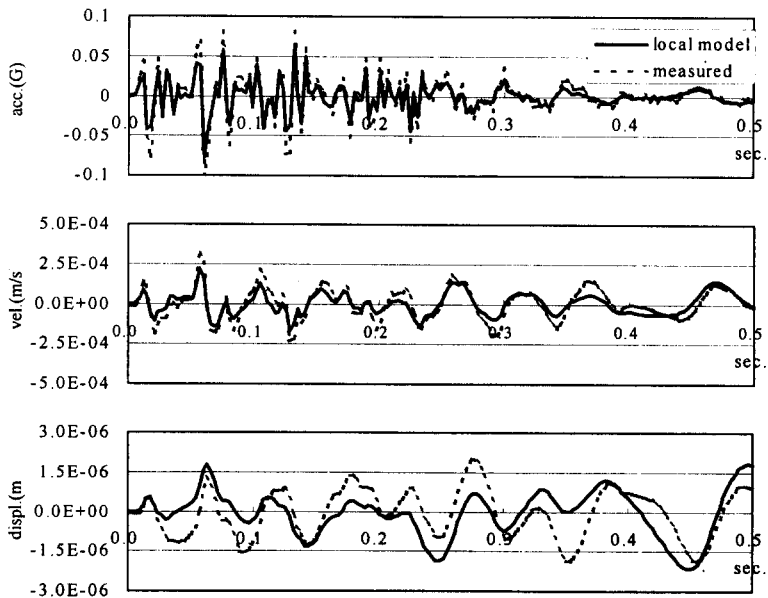


그림 7. 계측응답과 부분구조 모델의 응답의 비교-지점 상부의 상판