

# 지진시 지반-터널 상호작용 및 면진 효과

## Soil-Tunnel Interaction and Isolation Effect

### during Earthquakes

김 대 상\*  
Kim, Dae Sang

---

#### ABSTRACT

Long term earthquake observations at different tunnel sites within a variety of alluvial soil deposits have demonstrated that a circular tunnel is liable to deform in such a way that its two diagonal diameters crossing each other expand and contract alternately. Based on this knowledge, the soil-tunnel interaction and isolation effect for this particular vibration mode is investigated. Interaction effect is considered with the condition of fixed tangential strain between the tunnel and the soil. Isolation effect embodied by covering up the tunnel with isolation materials is discussed as a possible measure for mitigating seismic damage to it. When Poisson's ratio of isolation material decreases or the shear modulus ratios of the soil to isolation material become large, the isolation effect becomes bigger.

---

#### 1. 서 론

1995 년 일본 효고현 남부지진에 의한 지하철 터널의 피해<sup>(1)</sup>는 지하구조물의 피해를 경감 가능하게 하는 조치들의 연구개발에 박차를 가했다. 지금까지 고려되고 있는 지하구조물의 안전성을 향상시키는 방법은 크게 분류하여 두 가지가 있다. 그 한가지 방법은 지반-터널 경계의 전단력을 줄이기 위해 터널 주위를 면진재로 피복 시키는 방법이고,<sup>(2)</sup> 또 하나의 방법은 지하구조물의 파괴에 직접적으로 관련된 부분, 예를 들면 터널의 기둥이라든가 지하구조물의 축 방향 이음 새 부분, 등에 유연한 조인트(flexible joint)를 설치하는 방법이 고안되고 있다.

유한요소법을 사용한 직접적인 접근 방법도 가능하나, 이에 의한 결과는 특정 지반조건에 대한 해의 의미

---

\*지진공학연구센터 전임연구원, 정회원

를 강하게 가지며, 다양한 일반적인 조건들에 대한 물리적인 해석을 하기에는 많은 경비와 노력이 필요로 된다. 따라서, 여러 종류의 단순화된 방법들이 고안되었으며 그 중에서도 다단계 방법(multi-step method)이 층적지반에 건설된 지하구조물의 내진성을 평가하는 데 주로 사용되어 왔다. 이 방법은 지반-구조물 상호 작용의 두 가지 주요 인자인 지하구조물이 자유 지반변형(free-field deformation)에 따라 거동하지 않는 입력지진동 상호 작용(kinematic interaction) 과 주변 지반의 응답에 영향을 미치는 구조물의 관성력 효과에 의한 관성력 상호작용(inertia interaction)을 분리하여 중복원리를 적용한다. 터널과 같은 공동형 구조를 다룰 때에는 관성력 상호작용은 입력지진동 상호작용에 비해 그 중요도가 적으므로 실제 디자인에서는 터널의 각 부재에서 유발되는 응력 변화를 평가하기 위하여 자유 지반변형을 윈클러 형 지반 스프링(Winkler-type soil springs) 을 통하여 터널에 가하는 방법을 취한다. 그러나 이 지반 강성의 평가는 지반-구조물계의 해석만큼이나 복잡하며, 더구나 얻어진 지반 강성은 터널의 진동모드와 주파수에 의존한다.

층적지반에 건설된 원형 단면을 갖는 터널은 지진 시에 지반의 전단변형의 영향을 받아 좌우교차로 경사진 타원형상의 변형을 반복하는데<sup>(3)</sup>, 이 현상은 지하구조물의 주위지반 움직임이 공진상태에 있을 때의 지하구조물의 움직임과 밀접한 관련이 있다. 따라서, 본 논문에서는 이 특정 진동모드를 이용하여 동적지반강성(dynamic soil stiffness)을 구하고 지반-터널계의 상호작용효과를 검토하고 지하구조물 주위를 면진재로 피복함으로써 얻어지는 면진 효과를 고찰하였다.

## 2. 지반-터널계의 강성

여기서 대상으로 하는 계는 2차원 무한지반이다 (그림 1). 조화운동을 하는 점-탄성체의 지배방정식은 원통좌표계(cylindrical coordinates) 에서 다음과 같이 표현된다.

$$(\lambda_{s,c} + 2G_{s,c}) \cdot \frac{\partial \Delta e^{i\omega t}}{\partial r} - \frac{2G_{s,c}}{r} \cdot \frac{\partial \Omega_z e^{i\omega t}}{\partial \theta} = \rho_{s,c} \cdot \frac{\partial^2 u_r e^{i\omega t}}{\partial t^2} \quad (1a)$$

$$(\lambda_{s,c} + 2G_{s,c}) \cdot \frac{\partial \Delta e^{i\omega t}}{r \partial \theta} + 2G_{s,c} \cdot \frac{\partial \Omega_z e^{i\omega t}}{\partial r} = \rho_{s,c} \cdot \frac{\partial^2 u_\theta e^{i\omega t}}{\partial \theta^2} \quad (1b)$$

여기서,

$$\Delta = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot (ru_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \quad (2a)$$

$$\Omega_z = \frac{1}{2r} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial r} \cdot (ru_\theta) - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \quad (2b)$$

윗식에서  $\lambda$ ,  $G$ 는 복소수인 라메의 정수와 전단탄성계수로써, 그 허수 부분은 지반과 면진재의 점성을,  $\rho$ 는 지반과 면진재의 밀도를,  $\omega$ 는 원진동주파수,  $t$ 는 시간,  $u_r$ ,  $u_\theta$ 는  $r$ 과  $\theta$  방향의 변위를 각각 의미하며, 첨자  $s$ 와  $c$ 는 각각 지반과 면진재를 표시한다. 식 (1a)와 (1b)로부터, 원형공동의 운동에 대한 지반과 면진재의 변위와 반력은 다음 두 포텐셜 함수로부터 얻어질 수 있다.

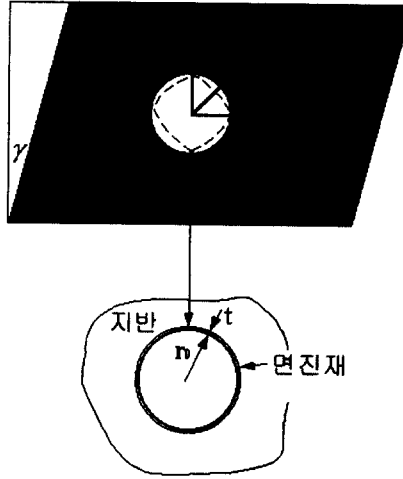


그림 1 지반이 전단 변형시 무한 지반내에서의 원통형 공동의 거동

$$\phi_m = \{A_{K,m} \cdot K_m(qr) + A_{I,m} \cdot I_m(qr)\} \cdot \{A_{C,m} \cdot \cos m\theta + A_{S,m} \cdot \sin m\theta\} \quad (3a)$$

$$\Psi_m = \{B_{K,m} \cdot K_m(sr) + B_{I,m} \cdot I_m(sr)\} \cdot \{B_{C,m} \cdot \cos m\theta + B_{S,m} \cdot \sin m\theta\} \quad (3b)$$

여기서,  $A_{K,m}$ ,  $A_{I,m}$ ,  $A_{C,m}$ ,  $A_{S,m}$ ,  $B_{K,m}$ ,  $B_{I,m}$ ,  $B_{C,m}$ ,  $B_{S,m}$ 는 미지의 상수들이며,  $I_m$  과  $K_m$ 은  $m$ 차의 변형된 베셀(Bessel)함수들이다.

$$q^2 = -\frac{\rho_{s,c} \omega^2}{(\lambda_{s,c} + 2G_{s,c})} = -\frac{\omega^2}{\nu_p^2} \quad (4a)$$

$$s^2 = -\frac{\rho_{s,c} \omega^2}{G_{s,c}} = -\frac{\omega^2}{\nu_s^2} \quad (4b)$$

반경 ' $r_0$ '의 원형 공동 단면이  $\theta = \pm 45^\circ$ 의 경사진 타원형으로 팽창 및 수축을 반복한다는 가정은 식 (3a)-(3b)에서  $m=2$ 와  $A_{C,m}$ ,  $B_{S,m} = 0$  라는 조건을 만족 해야 함을 의미한다. 이리하여 변위는 다음과 같이 쓸 수 있으며,

$$\begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_r \sin 2\theta \\ \hat{u}_\theta \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

수직응력과 전단응력은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr} \\ \tau_{r\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{rr} \sin 2\theta \\ \hat{\tau}_{r\theta} \cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

또한,  $\hat{\sigma}_{rr}$  와  $\hat{\tau}_{r\theta}$ 는  $\hat{u}_r$  과  $\hat{u}_\theta$  와 다음과 같은 관계가 있다.

$$\begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{rr} \\ \hat{\tau}_{r\theta} \end{pmatrix} = \frac{G_c}{r_0} \begin{pmatrix} S_{rr} & S_{r\theta} \\ S_{\theta r} & S_{\theta\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{u}_r \\ \hat{u}_\theta \end{pmatrix} \quad (7)$$

지반과 면진재료의 강성 매트릭스 [S]의 성분  $S_{rr}$ ,  $S_{r\theta}$ ,  $S_{\theta r}$ ,  $S_{\theta\theta}$  와 자세한 유도과정은 참고문헌<sup>(4)</sup>에 주어져 있다.

### 3. 지반터널 상호 작용 및 면진효과

터널이 좌우교차로 경사진 타원형태로 진동한다는 사실은 지반이 공진상태에 있다고 볼 수 있다. 지반이 공진 할 때 지층의 두께  $H$  가 정현 전단파장  $L$ 의 4분의 1이라는 사실로부터

$$H \cong L/4 = \pi \nu_s / 2\omega_0 \quad (8)$$

여기서,  $\nu_s$  = 지반의 전단파 속도,  $f_0 = \omega_0/2\pi$  = 표층 지반의 공진 주파수이다. 터널 직경  $2r_0$ 은 표층지반의 두께  $H$  보다 작아야 하므로, 직경-표층지반 두께비,  $2r_0/H$ 는 다음과 같아야 한다.

$$2 \frac{r_0}{H} = \frac{4}{\pi} s r_0 < 1, \quad (s = \omega_0 / \nu_s) \quad (9)$$

여기서, 변수  $s r_0$ 는 공진모드에 대한 지반강성을 결정하는 무차원 주파수이다.

다단계 방법을 적용함에 있어서, 지반-터널계는 터널 라이닝의 내부 하부 구조계와 지반의 외부 하부 구조계의 두 하부 구조계로 나누며, 외부 하부 구조계는 면진부분을 포함한다. 먼저 터널라이닝 존재의 영향을 받지 않는 원형 공동의 거동이 얻어지며, 이 과정에서 면진재의 존재는 무시되었다. 반경방향과 전단방향 변위  $u_{r,soil}$ 와  $u_{\theta,soil}$ 의 엄밀 해는 여러 논문에서 얻을 수 있으나,<sup>(5)</sup> 지진시의 파장이 터널의 직경보다 충분히 크다고 볼 수 있으므로, 전단변형을 받는 무한매체에 원형 공동이 있을 때의 정적 해에 의해 근사 시킬 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$u_{r,soil} \cong \hat{u}_{r,soil} \sin 2\theta \quad (10a)$$

$$u_{\theta,soil} \cong \hat{u}_{\theta,soil} \cos 2\theta \quad (10b)$$

$$\hat{u}_{r,soil} = \hat{u}_{\theta,soil} (= \hat{u}_{soil}) = 2\gamma r_0(1-\nu) \quad (10c)$$

여기서,  $\gamma$ 는 가해진 전단 변형률이다.

식 (10c)으로부터  $\hat{u}_{r,soil}$ 과  $\hat{u}_{\theta,soil}$ 은 서로 같으므로,  $\hat{u}_{soil}$ 을 지반의 변위를 대표하는 변수로 생각할 수 있다. 터널라이닝의 변형은 얇은 피복을 통하여 지반으로부터 가해지므로 다음과 같은 변형 모드를 취한 다고 생각할 수 있다.

$$u_{r,lining} \cong \hat{u}_{r,lining} \sin 2\theta \quad (11a)$$

$$u_{\theta,lining} \cong \hat{u}_{\theta,lining} \cos 2\theta \quad (11b)$$

터널라이닝은 접선방향으로 충분히 강하여 변형시에도 접선변형률  $\epsilon_{\theta\theta,lining}$ 이 영(zero)으로 유지되는 베르누이-오일러 가설 (Bernoulli-Euler hypothesis)을 따르는 링(ring)으로 가정된다. 이리하여, 라이닝의 변위  $u_{r,lining}$ 와  $u_{\theta,lining}$ 는  $r=r_0$ 에서 다음 식을 만족한다.

$$\varepsilon_{\theta\theta, lining} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta, lining}}{\partial \theta} + \frac{u_{r, lining}}{r} = 0 \quad (12)$$

식 (11)을 식 (12)에 대입하면 다음조건을 얻는다.

$$\hat{u}_{r, lining} = 2\hat{u}_{\theta, lining} (= \hat{u}_{lining}) \quad r = r_0 \text{에서} \quad (13)$$

식 (13)으로부터  $\hat{u}_{lining}$  이 라이닝 변위를 묘사하는 데 필요한 대표적인 변수라는 것을 알 수 있다. 따라서, 지반-터널상호작용 문제는 지반변위가 라이닝 변위로 얼마 만큼 전달하는가의 정도를 나타내는 지수,  $\hat{u}_{lining}/\hat{u}_{soil}$  를 유도하는 것으로 귀착된다. 이 지수를 전달지수 'TF'로 정의하며 이는 지반-터널계의 상호작용효과를 평가하는 데 적절한 지수로써 사용된다. 전달지수의 유도과정에서 비록 지층의 상부자유경계와 하부고정경계의 존재가 해에 영향을 미칠 수 있으나 이 경계의 영향을 무시하고, 지반의 외부하부구조가 무한체를 가진다고 가정하면, 그 전달지수는 최종적으로

$$\frac{\hat{u}_{lining}}{\hat{u}_{soil}} = \frac{-\xi \cdot (2S_{rr} + 2S_{r\theta} + S_{\theta r} + S_{\theta\theta})}{G - \xi \cdot (2S_{rr} + S_{r\theta} + S_{\theta r} + S_{\theta\theta})}$$

여기서,  $\xi = \frac{G_s r_0^3}{18EI}$ ,  $G = \frac{G_s}{G_c}$  (14a-c)

와 같이 표현되며, 여기서,  $G_s$ 와  $G_c$ 는 각각 지반과 면진재의 전단탄성계수이고  $S_{rr}$ ,  $S_{r\theta}$ ,  $S_{\theta r}$ ,  $S_{\theta\theta}$ 는 지반의 외부 하부구조의 강성 매트릭스 성분들이다.

전달지수 'TF'는 다음 6개의 무차원 변수들로 나타내어 지는데 이들은 (1) 터널직경과 지층두께의 비  $2r_0/H$ , (2) 식 (14b)에서 지반과 터널라이닝의 강성비  $\xi$ , (3) 식 (14c)에서 지반과 면진재의 전단탄성계수비  $G$ , (4) 지반의 포아송비  $\nu_s$ , (5) 면진재의 포아송비  $\nu_c$  그리고 (6) 면진재두께와 터널반경과의 비  $t/r_0$  이다. 매개변수해석을 위하여, 면진재의 전단탄성계수 및 포아송비의 가능한 범위를 알아 볼 필요가 있는데, 이는 표 1에 정리되어 있다.

표 1 면진재의 전단탄성계수 및 포아송비

면진재의 종류	비중	전단탄성계수 (kPa)	면진재의 포아송비
Asphalt	1.114	500	0.4
Urethane	1.27	280	0.48
Silicone I	1.0	100	0.48
Silicone II	1.2	300	0.48
Silicone III	1.36	570	0.48
Liquid-type rubber	0.98	280	0.46
Solid-type rubber	0.591	580-1280	0.33-0.423

표 2 면진효과의 평가를 위한 변수

터널직경과 지층 두께비 $2r_0/H$	0.1~0.5
지반과 터널라이닝의 강성비 $\xi$	0.01~100
지반과 터널라이닝의 전단탄성계수비 $G$	1~1000
지반의 포아송비 $\nu_s$	0.49
면진재의 포아송비 $\nu_c$	0.4~0.48
면진재 두께와 터널반경과의 비 $t/r_0$	0.05~0.2

아스팔트재를 제외한 이 재료들의 전단강도와 감쇠비는 테스트된 범위의 변형을 범위에서 일정하며, 지반의 구속압에 의존하지 않는 결과를 얻었다. 반면에 아스팔트계 재료는 약간의 변형을 연화거동(strain-softening behavior)을 보이며, 아스팔트와 고체형 고무는 구속압에 의존하는 것으로 실험결과 밝혀 졌다. 따라서, 면진재의 전단탄성계수는 100kPa 로부터 600kPa의 범위에, 포아송비는 0.4 에서 0.48 의 범위에 있는 것을 알 수 있다.<sup>(2)</sup>

면진효과의 평가를 위한 다른 변수들은 표 2에 정리되어 있다. 충격지반을 통과하는 터널은 콘크리트 혹은 주

철의 라이닝으로 구성되어 있는데, 이 라이닝 위에 만들어진 공극은 주로 모르타르(mortar)로 채워진다. 이를 고려하면, 터널의 탄성계수는 2,500에서 25,000MPa 사이에서 변하는 것을 알 수 있다. 여러종류의 층적지반에 대한 표준 관입 시험 및 다운 홀 테스트(down-hole tests)로 부터의 조사결과에 의하면, 사질토지반과 점토지반에서의 전단파 속도(shear wave velocity)는 80-400m/s 그리고 20-400m/s 라는 것이 알려져 있다.<sup>(7)</sup> 층적지반은 물론 포화되어 있기 때문에, 이 지반들을 통과하는 종파속도(longitudinal wave)는 1500m/s에 가깝게 된다. 각각의 변수들이 가질 수 있는 범위로부터, 6개의 무차원 변수들이 갖는 가능한 범위가 표 2에 정리되어 있다.

### 3.1 상호작용효과

지반-터널 상호작용효과를 검토하기 위하여, 면진재로 피복된 부분을 지반으로 치환하면, 전달지수를 구성하는 6개의 무차원 변수들은 3개의 무차원 변수만으로 표현된다. 이들은 (1) 터널직경과 지층두께의 비  $2r_0/H$ , (2) 지반과 터널라이닝의 강성비  $\xi$  (3) 지반의 포아송비  $\nu_s$ 이다. 그림 2은 공진상태에서의 지반의 포아송비의 변화에 대한 전달지수의 변화를 보여준다. 전달지수는 공진 주파수,  $2r_0/H$ , 보다는 지반의 포아송비의 변화에 더욱 민감하게 변화함을 보여준다. 그림 2로부터 전달지수는 지반의 포아송비가 0.5에 가깝게 접근함에 따라 증가하는데, 이는 지반의 포아송비가 증가함에 따라 터널 라이닝에 유발되는 변형률(strain)이 증가함을 의미한다.

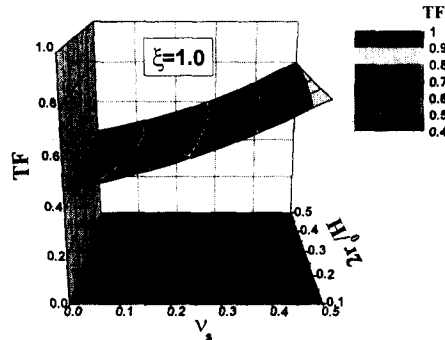


그림 2  $\nu_s$ 와  $2r_0/H$ 에 따른 전달지수의 변화

### 3.2 면진효과

지반-터널계에서 면진 효과를 토론했기 위하여, 면진효과지수 'IE'를 다음과 같이 정의 한다.

$$IE = 1 - TF_{coat} / TF_{uncoat} \quad (15)$$

여기서,  $TF_{coat}$ 와  $TF_{uncoat}$ 는 면진된 경우와 면진되지 않은 경우의 전달지수를 의미한다. 6개의 무차원 변수에 대한 매개변수해석을 통하여, 면진재의 사용에 따른 면진 효과의 변화를 검토하였다.

그림 3은 터널직경과 지층두께의 비  $2r_0/H$ 와 지반과 면진재 전단탄성계수비  $\bar{G}$ 의 변화에 따른 면진효과 변화를 보여준다.  $2r_0/H$ 가 0.2보다 작을 때는 면진효과가 작아지며, 0.2보다 클 때는 면진효과 변화가 적다. 따라서 그림 4부터 그림 6에서는 이  $2r_0/H$ 를 0.2로 고정하고 면진재의 포아송비와 두께를 변화 시키면서 면진 효과의 변화를 검토하였다. 표 3은 그림 4에서부터 그림 6까지의 매개변수해석에서 사용된 면진재의 포아송비 및 면진재두께와 터널반경과의 비에 대한 값들이다.

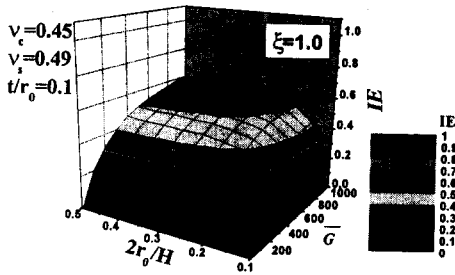


그림 3  $2r_0/H$ 와  $\bar{G}$ 에 따른 면진효과의 변화

표 3 그림 4, 5, 6에서 사용된  $\nu_c$  및  $t/r_0$

그림번호	면진재의 포아송비( $\nu_c$ )	면진재 두께와 터널반경과의 비( $t/r_0$ )
4	0.45	0.05
5	0.45	0.1
6	0.47	0.1

그림 4와 그림 5은 두 종류의 면진재두께와 터널반경과의 비( $t/r_0=0.05$ 와  $t/r_0=0.1$ )에 대한 강성변수들  $\bar{G}$ 와  $\xi$ 에 따른 면진효과의 변화를 보여주는데, 면진재의 두께가 0.05로부터 0.1로 두꺼워짐에 따라 면진효과가 증가함을 보여준다. 그러나  $\xi$ 의 변화에 따른 IE 값의 변화는 크지 않다.

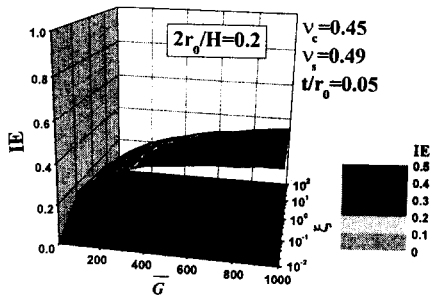


그림 4  $\bar{G}$ 와  $\xi$ 에 따른 면진효과의 변화  
( $\nu_c=0.45, t/r_0=0.05$ )

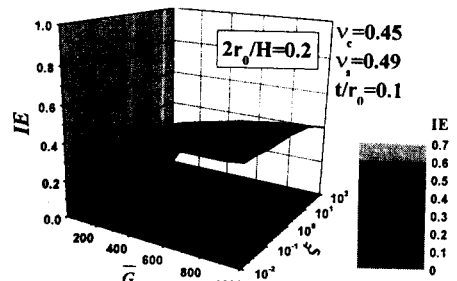


그림 5  $\bar{G}$ 와  $\xi$ 에 따른 면진효과의 변화  
( $\nu_c=0.47, t/r_0=0.1$ )

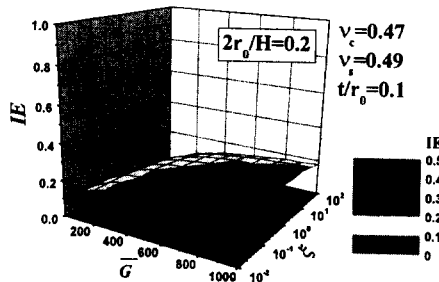


그림 6  $\bar{G}$ 와  $\xi$ 에 따른 면진효과의 변화  
( $\nu_c=0.47, t/r_0=0.1$ )

또한, 그림 5와 그림 6은 면진재의 다른 두 포아송비( $\nu_c=0.45$ 와  $\nu_c=0.47$ )에 대한 강성변수들  $\bar{G}$ 와  $\xi$ 에 따른 면진효과의 변화를 보여 준다. 이 그림들로부터 전단탄성계수비  $\bar{G}$ 의 증가에 따라 면진 효과가 증가함을 알 수 있다. 또한 두 그림을 비교해보면, 면진재의 포아송비가 감소함에 따라 면진효과는 증가함을 알 수 있다.

#### 4. 결 론

지진시 터널의 피해를 줄이는 가능한 수단으로서 터널라이닝을 얇게 피복하는 방법은 최근에 많은 연구자들에 의해 토론되어 왔다. 이 논문에서는 장기간에 걸친 지진 관측결과로부터 원형 공동 단면이  $\theta = \pm 45^\circ$ 의 경사진 타원형으로 팽창 및 수축을 반복한다는 사실에 주목함으로써, 이 진동모드에 대한 지반-면진재-터널계의 상호작용 및 면진효과가 검토되었다. 고유진동모드에 주목함으로써 지반-터널계 즉, 지반, 면진재 그리고 터널라이닝을 3개의 스프링이 직렬로 연결된 1자유도를 갖는 계로 치환하는 것을 가능하게 하였다. 또한, 지반변위에 대한 라이닝변위의 비로 정의되는 전달지수가 6개의 무차원 변수들의 함수로써 얻어졌으며, 이 무차원 변수들을 이용한 매개변수 해석을 통하여 다음과 같은 사실들을 확인하였다.

- 1) 지반변위를 라이닝 변위로 전달하는 정도를 나타내는 전달지수는 공진 주파수보다는 지반의 포아송비의 변화에 더욱 민감하게 변화하였다.
- 2) 면진재의 포아송비가 감소함에 따라 피복에 의한 면진효과는 증가하였다.
- 3) 지반과 면진재의 전단탄성계수의 비  $\bar{G}$  및 면진재 두께의 증가에 따라 면진 효과가 증가하였다.

#### 참 고 문 헌

1. Iida, H., Hiroto, T., Yoshida, N., and Iwafuji, M., "Damage to daikai subway station," *Special Issue of Soils and Foundations*, The Japanese Geotechnical Society, 1996, pp. 283-300.
2. Construction Ministry of Japan, "Research report of development of isolation materials for seismic design to underground structure," No. 192, 1997. 12.
3. Tamura, C. and Kato, K., "A study on deformation of tunnels during earthquakes," *Recent Advances in Lifeline Earthquake Engineering in Japan*, ASME, 1980, pp. 151-158.
4. Kim, D. S., "Key Parameters Governing Seismic Isolation Effect on Underground Structures," Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Tokyo, 2000.
5. Tamura, C., Konagai, K., and Suzuki, T., "Earthquake response analysis of soft soil deposit on undulating bedrock," *Report of the IIS*, Univ. of Tokyo, Vol. 36, No. 5, Serial No. 234, 1991, pp. 227-261.
6. Muir Wood, A. M., "The Circular tunnel in elastic ground," *Geotechnique*, Vol. 25, No. 1, 1975, pp.115-127.
7. Imai, T., "P and S wave velocities of the ground in Japan," *Proc., 1<sup>st</sup> ICSMFE*, 1977.
8. Konagai, K., "Effect of seismic isolation for a circular tunnel alternately expanding and contracting in its diagonal directions," *Proc., 1<sup>st</sup> Colloquium on Vibration Reduction and Control*, JSCE, 1996, pp. 179-183.
9. Pao, Y. H. and Mow, C. C., *Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*, Crane Russak, New York, 1973.