

스파이더의 측방 압출 공정에 대한 UBET 해석

황범철*(부산대 대학원 정밀기계공학과), 이희인(부산대 대학원 정밀기계공학과),
배원병(부산대 기계공학부)

A UBET Analysis on the Lateral Extrusion Process of a Spider

Bum Chul Hwang*(Dept. of Mech. & Precision Eng., Pusan Natl. Univ.),
Hee In Lee(Dept. of Mech. & Precision Eng., Pusan Natl. Univ.)
and Won Byong Bae(School of Mech. Eng., Pusan Natl. Univ.)

ABSTRACT

An upper bound elemental technique (UBET) has been carried out to predict the forming load, the deformation pattern and the extruded length of the lateral extrusion of a spider for the automotive universal joint. For the upper bound analysis, a kinematically admissible velocity field (KAVF) is proposed. From the proposed velocity field, the upper bound load, the deformation pattern and the average length of the extruded billets are determined by minimizing the total energy consumption rate which is a function of unknown velocities at each element. Experiments are carried out with antimony-lead billets at room temperature using the rectangular shaped punch. The theoretical prediction of the forming load, the deformation pattern and the extruded length are good in agreement with the experimental results.

Key Words · UBET (상계요소법), combined bulging / lateral extrusion (벌징/측방압출), KAVF (동적가용속도장), forming load (성형하중), extruded length (압출길이)

기호설명

A = half side-length of the body in a spider
B = height from the die-bottom to the extruded part
H = distance between the punch and the die
m = friction factor at the die-material interface
 n_1 = No. of symmetric axes in the body of a spider
 $R(\theta)$ = shape function of the body of a spider before filling the die cavity
 R_c = radius of the extruded part
 R, θ, Z = cylindrical coordinates
 U_0 = punch velocity
 $U_{\theta ab}, U_{z ab}$ = the b-th velocity component in the cylindrical coordinates at a-th stage
 α = maximum angle of the boundary of element III in stage II (Fig. 2)
 β = angle of the boundary between element I and element II in stage I (Fig. 1)

γ = angle of the boundary between element I and element II in stage II (Fig. 2)
 $|\Delta v|$ = magnitude of velocity discontinuity
 $\omega(\theta)$ = function to satisfy velocity boundary conditions on the axes of symmetry in the cross-section

1. 서론

측방압출 및 복합압출 공정은 빌렛을 압출하는 공정의 하나로써 전방압출이나 후방압출로 가공이 어려운 경우나 특이한 형상의 제품을 성형하는 데 적합한 공정이다¹⁾

복합압출공정은 전방압출이나 후방압출에 비해 더 작은 공구면압으로 성형이 가능하다는 것이 Avitzur²⁾등에 의해 밝혀졌다

현재 승용차와 경트럭에 많이 사용되고 있는 유니버설 조인트의 스파이더(spider)는 여러 번의 단조 및 트리밍 공정을 거친 후, 정밀한 사이징기공을 통

하이 최종제품을 생산하고 있다. 이러한 여러 번의 제조공정은 높은 제조원가 및 낮은 정밀도의 제품을 생산할 수 밖에 없었다 그러므로 이런 제조공정의 개선을 통하여 제조원가를 낮추며, 고정밀도의 제품을 생산할 수 있는 제조공정의 개발이 매우 필요하다.

측방압출 및 복합압출에 관한 연구를 살펴보면, Avitzur¹²⁾는 복합압출공정에서의 면압이 단순압출에서의 면압보다 낮아짐을 밝혔다. Schatzle¹³⁾는 측방압출에서의 가공한계, 공정변수, 재료유동 및 기계적 성질에 대하여 연구하였다. Aretoft¹⁴⁾는 튜브 형상 부품의 측방압출에서의 재료유동에 대하여 DEFORM을 이용하여 연구하였다

따라서, 본 연구에서는 정사각형의 물체에 축대칭형상의 측방압출부를 가지는 스파이더를 측방압출 공정으로 생산할 때의 가공하중, 압출길이 및 변형양상을 UBET 해석을 통하여 예측하고, 안티몬 납으로 실험하여 두 결과를 비교 및 검토하려고 한다.

2. 이론해석

2.1 해석형상

스파이더의 물체부는 정사각형으로 벌징되고, 베어링으로 지지되는 부분은 측방압출에 의한 축대칭형상으로 성형된 후 후가공을 한다.

UBET 해석을 위하여 변형양상을 3 단계로 가정하였다 각 단계의 구분은 벌징을 기준으로 크게 벌징 전 과 벌징 후로 나눈 후 벌징 전의 단계를 다시 1, 2 단계로 나누었다 1 단계는 벌징과 측방압출이 동시에 진행되는 단계이고, 2 단계는 벌징이 압출부의 끝단(각 α)에서 완전히 끝나는 단계이고, 3 단계는 벌징이 끝난 후 측방압출만이 진행되는 단계이다.

각 단계의 구분 및 요소분할은 Fig. 1~3 과 같다

2.2 동적가용속도장

2.2.1 1 단계 속도장

1 단계에서는 벌징과 측방압출이 동시에 일어나는 단계로서 8 개의 요소로 분할하였다.

모든 요소의 Z 방향의 속도는 선형적으로 가정하였다 각 요소간의 경계면의 법선벡터성분은 같다는 속도연속조건을 만족하는 함수 $\omega(\theta)$ 를 사용하였다.

요소 1에서 Z 방향의 속도를 선형적으로 가정한 후 아래의 속도경계조건을 이용하여 구한다.

$$Z=0 \text{에서 } U_z = 0$$

$$Z=H \text{에서 } U_z = -U_0$$

그러므로,

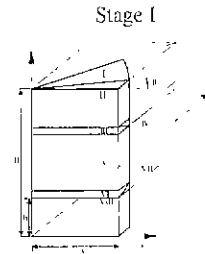


Fig. 1 A general scheme of stage I in the lateral extrusion process of a spider

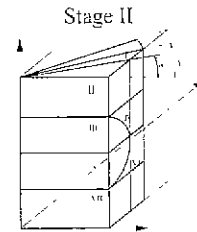


Fig. 2 A general scheme of stage II in the lateral extrusion process of a spider

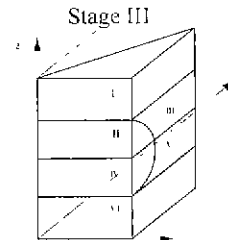


Fig. 3 A general scheme of stage III in the lateral extrusion process of a spider

$$U_{z11} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (1)$$

여기서, U_0 는 펀치속도이고, H 는 펀치와 다이 사이의 거리이다

축대칭형상이므로

$$U_{\theta 11} = 0 \quad (2)$$

이다.

원통좌표계의 체적일경조건에 U_{z11} , $U_{\theta 11}$ 을 대입한 후, 1 계 선형미분방정식의 적분상수 $e^{\int \frac{1}{R} dR}$ 를 이용하여 적분하면,

$$R U_{R11} = \frac{U_0 R^2}{2H} + C_1 \quad (3)$$

여기서, 속도경계조건 $R=0$ 에서 $U_R = 0$ 을 대입하여 C_1 을 구하고, 식을 정리하면

$$U_{R11} = \frac{U_0 R}{2H} \quad (4)$$

요소 II에서는 요소 I와 요소 II의 경계면에서 Z 방향의 속도가 같으므로,

$$U_{Z12} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (5)$$

θ 방향의 속도를 접선방향의 속도경계조건을 만족시키는 함수 $\omega_1(\theta)$ 를 정의하여,

$$U_{\theta 12} = -\frac{U_0}{H} R \omega_1(\theta) \quad (6)$$

를 가정한다. 여기서, $\omega(\theta)_1 = R(\theta)^{P_1} A_1 \sin\left(n_1 \frac{\pi}{\beta} \theta\right)$

이고, A_1 과 P_1 은 최적화 변수들이다.

또한, n_1 은 스파이더 몸체의 대칭축 수, β 는 1 단계에서 요소 I과 요소 II의 경계를 나타내는 각도이다.

$$U_{R12} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{d\omega_1}{d\theta}\right) \quad (7)$$

요소 III도 요소 II와 같은 방법으로 유도한다

$$U_{Z13} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (5)$$

$$U_{\theta 13} = -\frac{U_0}{H} R \omega_2(\theta) \quad (6)$$

$$U_{R12} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{d\omega_2}{d\theta}\right) \quad (7)$$

여기서, $\omega(\theta)_2 = R(\theta)^{P_2} A_2 \sin\left(n_1 \frac{\pi}{\beta} \theta\right)$ 이고, A_2 와 P_2 는 최적화 변수들이다

요소 IV에서 Z 방향속도를 선형적으로 가정한후,

$$U_{Z14} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (8)$$

θ 방향의 속도를 요소 III과 요소 IV의 경계면에서 속도연속조건을 만족시키도록 가정하면,

$$U_{\theta 14} = -\frac{U_0}{H} R \frac{\beta - \theta}{\beta - \delta(Z)} \omega_2(\theta) \quad (9)$$

여기서,

$$\delta(Z) = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{R_c^2 - (Z - (B + R_c))^2}}{4} \right) \quad (10)$$

이다. 여기서, B 는 다이 비덕에서 압출부까지의 높이이고, R_c 는 압출부의 반지름이다

R 방향의 속도는 체적일정조건에 U_Z 와 U_θ 를 대입하여 정리하면,

$$U_{R14} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{(\beta - \theta)\omega_2' - \omega_2}{\beta - \delta(Z)}\right) + \frac{C_1}{R} \quad (11)$$

여기서,

$$C_1 = U_{R13}(\delta) - \frac{R U_0}{2H} \left(1 + \omega_2(\delta) - \frac{\omega_2(\delta)}{\beta - \delta}\right) \quad (12)$$

이다 요소 V는 요소 II의 같은 방법으로 유도한다.

$$U_{Z15} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (13)$$

$$U_{\theta 15} = -\frac{U_0}{H} R \omega_3(\theta) \quad (14)$$

여기서, $\omega(\theta)_3 = R(\theta)^{P_3} A_3 \sin\left(n_1 \frac{\pi}{\beta} \theta\right)$ 이고, A_3 과 P_3 은 최적화 변수들이다.

$$U_{R15} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{d\omega_3(\theta)}{d\theta}\right) \quad (15)$$

요소 VI는 요소 II와 같은 방법으로 유도하면,

$$U_{Z16} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (16)$$

$$U_{\theta 16} = -\frac{U_0}{H} R \omega_4(\theta) \quad (17)$$

여기서, $\omega(\theta)_4 = R(\theta)^{P_4} A_4 \sin\left(n_1 \frac{\pi}{\beta} \theta\right)$ 이고, A_4 와 P_4 는 최적화 변수들이다.

$$U_{R16} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{d\omega_4(\theta)}{d\theta}\right) \quad (18)$$

여기서,

$$C_2 = U_{R16}(\delta) - \frac{R U_0}{2H} \left(1 + \omega_4(\delta) - \frac{\omega_4(\delta)}{\beta - \delta}\right) \quad (19)$$

이다

요소 VII은 요소 IV와 같은 방법으로 유도한다.

$$U_{Z17} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (20)$$

$$U_{\theta 17} = -\frac{U_0}{H} R \frac{\beta - \theta}{\beta - \delta(Z)} \omega_4(\theta) \quad (21)$$

$$U_{R17} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{(\beta - \theta)\omega_4' - \omega_4}{\beta - \delta(Z)}\right) + \frac{C_2}{R} \quad (22)$$

요소 VIII은 요소 II와 같은 방법으로,

$$U_{Z18} = -\frac{U_0}{H} Z \quad (23)$$

$$U_{\theta 18} = -\frac{U_0}{H} R \omega_5(\theta) \quad (24)$$

여기서, $\omega(\theta)_5 = R(\theta)^{P_5} A_5 \sin\left(n_1 \frac{\pi}{\beta} \theta\right)$ 이다

$$U_{R18} = \frac{U_0 R}{2H} \left(1 + \frac{d\omega_5(\theta)}{d\theta}\right) \quad (25)$$

2.2.2 2 단계 속도장

2 단계에서는 1 단계의 벌정의 충만과정이 각 α 까지 충만될 때 2 단계가 시작되며, 충만과정이 끝나면서 3 단계로 접어들다 2 단계에서도 벌정과 축방 압출이 동시에 일어나며 7 개의 요소로 분할하였다.

Table 1 Chemical compositions of antimony-lead

Composition		Sn	Sb	Cu	As	Fc	Zn	Al	Pb
Mass %	Max	1.2	3	0.5	1.2	0.1	0.05	0.01	Rem.
	Min.	0.8	2	0.1	0.75	-			

요소 I 은 1 단계 요소 I 과 같은 방법으로, 요소 II, III, V, VII 은 1 단계 요소 II 와 같은 방법으로, 요소 IV, VI 은 1 단계 요소 IV 와 같은 방법으로 유도한다

2.2.3 3 단계 속도장

3 단계에서는 별칭이 완전히 종료된 후, 측방압출만이 진행되는 단계이다 총 6 개의 요소로 분할하며, 요소 VI 은 데드메탈영역(dead metal zone)으로 가정할 수 있다

요소 I, II, IV 는 1 단계 요소 II 와 같은 방법으로, 요소 III, V 는 1 단계 요소 IV 와 같은 방법으로 유도한다.

2.2.4 상계해

상계이론에서 강-완전소성체의 변형에 관한 동적 가용속도장에 의한 에너지율인 J^* 값을 최소로 하는 값이 상계해가 된다

$$J^* = \sum \dot{W}_i + \sum \dot{W}_s + \sum \dot{W}_f \quad (26)$$

내부변형에너지소비율 \dot{W}_i 는 다음 식으로 주어진다

$$\dot{W}_i = \bar{\sigma}_m \int \bar{\epsilon} dV \quad (28)$$

전단에너지소비율 \dot{W}_s 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_s = \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_S |\Delta v|_s ds \quad (29)$$

여기서, $|\Delta v|_s$ 는 전단경계면에서의 속도불연속량이다

마찰에너지소비율 \dot{W}_f 는 다음 식으로 주어진다

$$\dot{W}_f = m \frac{\bar{\sigma}_m}{\sqrt{3}} \int_{S_f} |\Delta v|_{S_f} dS_f \quad (30)$$

여기서, $|\Delta v|_{S_f}$ 는 마찰경계면에서의 속도불연속량이고, m 은 다이와 재료사이의 마찰상수이다.

요소 분할시의 경계조건을 45° 의 대칭축을 기준으로 하여 전단에너지소비율과 마찰에너지소비율을 계산하였다

3. 실험

3.1 실험소재

실험소재는 안티몬 납을 사용하였고, 소재의 성분은 Table 1 에 나타낸다

소재의 물성치를 알기 위하여 원통 압축실험을

한 결과 응력-변형률 관계식은 다음과 같다

$$\bar{\sigma} = 20.4\bar{\epsilon}^{-0.7748} \quad (31)$$

3.2 실험장치 및 방법

실험은 50ton 유압프레스에 금형을 설치하고, 스트로크에 따른 하중을 측정하기 위해 빈위측정기와 50 톤 용량의 로드셀을 설치하였다

편치와 다이의 개질은 탄소강(S45C)를 사용하였다. 실험품 실험은 무윤활상태에서 하였으며, 마찰상수 m 값은 0.39 의 값을 얻었다 또한 스트로크에 따른 소재의 변형을 보기위하여 스트로크 3mm 단위로 변화시키며 실험하였다

4. 결과 및 고찰

4.1 성형 하중

편치의 스트로크에 따른 성형하중의 변화는 Fig 4 에 나타낸다 Fig.4 에서 살펴보면, 하중은 스트로크의 증가에 따라 2 단계 중반정도까지는 급격하게 증가하다가 그 이후부터는 서서히 증가하고 있다 이것은 뒤에 언급될 Fig 6 의 유동양상에서 보듯이 2 단계 중반까지는 컨테이너의 내부 충전과정이 끝나고, 그 이후에는 주로 측방압출만이 이뤄지기 때문이다. 성형하중의 이론치는 실험치와 잘 일치하고 있다.

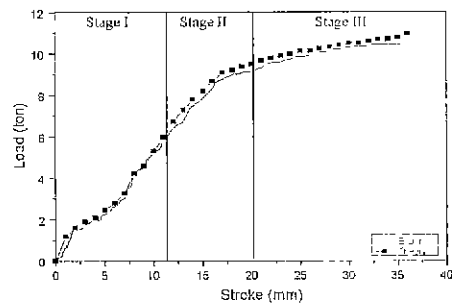


Fig 4 Load-Stroke curves for the lateral extrusion process of a spider

4.2 압출 길이

측방압출길이의 변화를 Fig 5 에 나타낸다 측방압출 길이는 스트로크가 커짐에 따라 전반적으로 급격하게 증가하고 있다 측방압출 길이의 이론치는 실험치와 거의 일치하고 있다

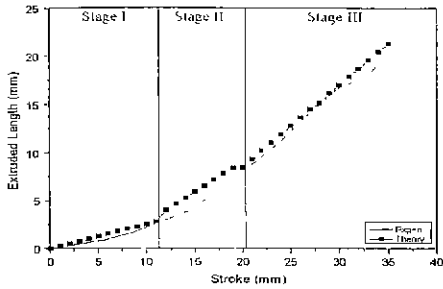


Fig. 5 Extruded length-stroke curves of the lateral extrusion process of a spider

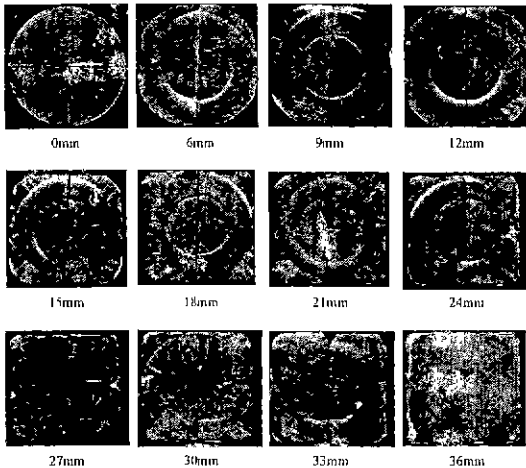


Fig. 6 Flow patterns in the horizontal cross-section of the cavity for various strokes

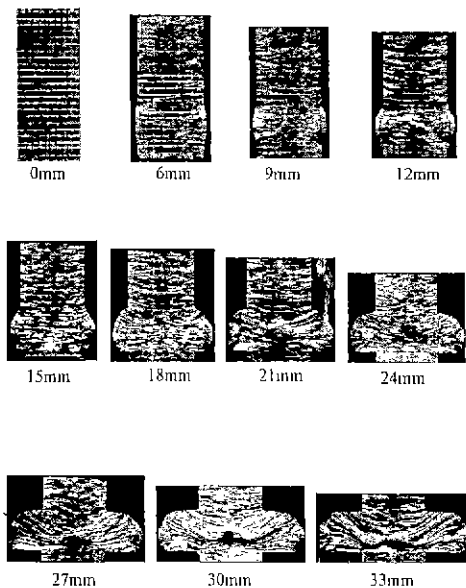


Fig. 7 Flow patterns in the vertical cross-section of the cavity for various strokes

4.3 변형 양상

길이방향으로 2등분한 초기소재의 한쪽 단면에 2.5mm 인 정사각형 그리드(grid)를 새긴 후 실험하여 변형양상을 관찰하였다. 별정시 충전과정을 편치쪽에서 내려다 본 것이 Fig.6에 나타나 있다. 별정의 종료시점은 18mm와 21mm 사이인 것을 알 수 있는데, 이론치인 20mm와 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 측방압출의 변형형태를 Fig.7에 나타내는데, Fig.6에서와 같이 각 단계의 경계를 확인할 수 있고 측방압출 길이가 증가하는 것을 볼 수 있다.

5. 결론

자동차용 유니버설 조인트의 스파이더를 측방압출공정으로 생산하는 공정을 UBET로 해석하기 위하여 동적가속도장을 제안하고, 제안된 속도장을 이용하여 성형하중, 압출길이를 예측하였다. 이론해석의 타당성을 검증하기 위하여 안티몬 납을 사용하여 실험한 결과 이론치와 실험치가 잘 일치하였다.

그러므로, 제안된 속도장은 자동차용 유니버설 조인트의 스파이더를 측방압출하는 공정해석에 편리하게 사용할 수 있다고 생각한다.

참고문헌

1. B. Avitzur, Metal Forming, McGraw-Hill, 1968.
2. B. Avitzur, W.C. Hahn Jr and M. Mori, "Analysis of Combined Backward-Forward Extrusion", J. Engng. Ind. and Trans. ASME, 98(2), pp.438-445, 1976
3. B. Avitzur and C.E. Umana, "Effect and Application of Geometry Variations on the Combined Forward-Backward Extrusion", J. Engng. Ind., Trans. ASME 101(1), pp.175-181, 1979
4. W. Schatzle, "Transverse Extrusion of a Collar on Solid Steel Bodies", Wire, Vol.34, No.2, pp.71-74, 1984.
5. M. Aeroft, H. Bjerregaard, C.B. Andersen and T. Wanheim, "The Influence of the Constitutive Behaviour of Materials on the Formability in Radial Extrusion of Tubular Components", J. Mat. Proc. Tech., Vol.75, pp.122-126, 1998