

육면형 병렬공작기계의 보간기 설계

김현*(고려대 대학원 기계공학과), 홍대희, 최우천, 송재복(고려대 기계공학과)

Interpolator Design for Cubic Parallel Manipulator

H Kim (Dept. of Mech. Engr., Graduate School, Korea Univ.), D. Hong, W. C. Choi, J.-B. Song (Dept. of Mech. Engr., Korea Univ.)

ABSTRACT

In order to utilize a parallel machine tool for CAM system, the development of adequate interpolator is necessary. This paper presents a quintic B-spline interpolator with algorithm of limiting maximum interpolation error. The favored property of near arc-length parametrization in the curve representation is used in the implementation of the reference command generation. Then, this interpolator is applied to cubic parallel manipulator to show its validity.

Key Words · quintic B-spline interpolator(5 차 B-spline 보간기), cubic parallel manipulator(육면형 병렬공작기계), maximum interpolation error(최대보간오차), near arc-length parametrization(근사 원호길이 매개화)

1. 서론

최근 들어 고속, 고강성, 고정도의 특성을 지니고 있는 병렬기구를 공작기에 응용하려는 연구가 진행되고 있다. 병렬형 기구는 직렬형에 비하여 강성이 크고 가감속 특성이 우수하며 오차가 적어서 정밀한 가공에 적합하다는 장점을 가지고 있다.

일반적인 밀링형 공작기계는 (X, Y, Z) 각 축에 따라 선형운동으로 구성된 3 자유도를 갖는다. 반면에 6 개의 조인트로 구성된 병렬기구는 출력절이 강체운동인 6 자유도를 갖는다. 병렬기구의 기구학적 관계는 일반 공작기계보다 복잡하기 때문에 보간 계산에 많은 시간이 필요하고 6 자유도 운동을 활용할 수 있는 새로운 보간함수를 개발해야 한다.

기존의 병렬형 기구에 대한 연구는 기구학적 해석과 동특성 분석이 주를 이루고 있다. 그러나, 일반적인 미시닝 센터의 수치제어(CNC) 시스템이 가지고 있는 급송이송, 직선보간, 원호보간 등 기본적인 G-code를 6 자유도의 병렬기구를 대상으로 개발하고, 병렬기구의 특성에 맞는 새로운 보간기능을 개발하는 것은 필수적일 것이다.

Software 적인 interpolator 는 주로 CNC 공작기계를 위주로 개발되어 왔다. Altintas⁽¹⁾는 Jerk 를 제한하는 속도 프로파일을 적용한 5 차의 B-spline

보간기를 제안하였고, Wang 과 Wright⁽²⁾는 C⁴ 연속 조건을 만족하는 실시간 5 차 spline 보간기를 구현하였다. 또 Koren 과 Masory⁽³⁾는 기준 펄스 방식의 원호 보간기를 개발하였고, Chou 와 Yang⁽⁴⁾은 표본 데이터 방식의 NC 보간기를 제안하였다.

본 연구에서는 기존의 5 차 quintic B-spline 보간알고리즘을 병렬형 공작기계에 맞게 새롭게 설계하고, 완성된 알고리즘을 육면형 병렬공작기계에 적용하여 6 축의 운동변화를 확인하고자 한다. 보간 알고리즘은 근사 곡선길이 매개화와 곡률을 고려한 최대보간오차의 제한으로 형상화하고 주어진 자유곡선에 대하여 육면형 병렬기구의 기구학적 관계를 고려한 시뮬레이션 결과를 제시함으로써 그 타당성을 입증하고자 한다.

2. Quintic Spline Interpolator

2.1 Quintic Spline parameter 선정

2 개의 매듭값 (P_i, P_{i+1})을 연결하는 spline 세그먼트는 아래와 같은 5 차 다항식으로 표현된다

$$\begin{aligned} \{S_{qi}\} = & \{A_{qi}\}u^5 + \{B_{qi}\}u^4 + \{C_{qi}\}u^3 \\ & + \{D_{qi}\}u^2 + \{E_{qi}\}u + \{F_{qi}\} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 q 는 3 축 공간기계의 x, y, z 축을 표시하며, u 는 0 에서 spline 세그먼트 길이 L_i 사이를 변하는 스플라인 매개변수를 나타낸다. 식 (1)의 1 차, 2 차 미분식을 구하면

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dS_i}{du} &= 5\{A_i\}u^4 + 4\{B_i\}u^3 + 3\{C_i\}u^2 + 2\{D_i\}u + \{E_i\} \\ \frac{d^2S_i}{du^2} &= 20\{A_i\}u^3 + 12\{B_i\}u^2 + 6\{C_i\}u + 2\{D_i\} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

각각의 좌표계에 대한 5 차 스플라인 계수값(A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i) 들은 u₀=0, u₁=L_i 일때 다음 행렬 식에서 계산된다.

$$\begin{bmatrix} u_0^5 & u_0^4 & u_0^3 & u_0^2 & u_0 & 1 \\ u_1^5 & u_1^4 & u_1^3 & u_1^2 & u_1 & 1 \\ 5u_0^4 & 4u_0^3 & 3u_0^2 & 2u_0 & 1 & 0 \\ 5u_1^4 & 4u_1^3 & 3u_1^2 & 2u_1 & 1 & 0 \\ 20u_0^3 & 12u_0^2 & 6u_0 & 2 & 0 & 0 \\ 20u_1^3 & 12u_1^2 & 6u_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \\ C_i \\ D_i \\ E_i \\ F_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ P_{i+1} \\ \frac{dP_i}{du} \\ \frac{dP_{i+1}}{du} \\ \frac{d^2P_i}{du^2} \\ \frac{d^2P_{i+1}}{du^2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.2 Cubic Spline 근사화

식(3)의 계수값들을 계산하기 위해서는 spline 세그먼트의 양끝 매듭값(P_i, P_{i+1})의 1 차, 2 차 미분치를 알아야 한다.

일반적인 parabolic 근사화를 이용하여 곡선의 길이를 직선으로 가정하면 가공경로상의 속도변화가 유연하지 못하다. 그러므로 매듭값의 미분치에 대해서 cubic spline 근사화를 적용하고 매듭값 간의 곡선길이는 근사 원호로 매개화해서 계산한다.

네 개의 매듭값 P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, P_{i+3} 를 경유하는 cubic spline 곡선식은 다음과 같다

$$\{S_i(u)\} = \{a_i\}u^3 + \{b_i\}u^2 + \{c_i\}u + \{d_i\} \quad (4)$$

여기서 u ∈ [0, L_i + L_{i+1} + L_{i+2}] 이고, L_i 는 매듭값 간의 직선거리로서 근사 원호길이 매개화로 업데이트 된다. 각각의 매듭값에서의 경계조건을 고려하면

$$\{S_i(u)\} = \begin{cases} P_i, & u_0 = 0 \\ P_{i+1}, & u_1 = L_i \\ P_{i+2}, & u_2 = L_i + L_{i+1} \\ P_{i+3}, & u_3 = L_i + L_{i+1} + L_{i+2} \end{cases} \quad (5)$$

식(5)를 식(4)에 대입하여 spline parameter (a_i, b_i, c_i, d_i)를 구한다.

$$\begin{bmatrix} u_0^3 & u_0^2 & u_0 & 1 \\ u_1^3 & u_1^2 & u_1 & 1 \\ u_2^3 & u_2^2 & u_2 & 1 \\ u_3^3 & u_3^2 & u_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{a_i\} \\ \{b_i\} \\ \{c_i\} \\ \{d_i\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_i \\ P_{i+1} \\ P_{i+2} \\ P_{i+3} \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 식에서 구한 파라미터 값을 이용하여 각 매듭값의 미분치를 구한다.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dS_i}{du} &= 3\{a_i\}u^2 + 2\{b_i\}u + \{c_i\} \\ \frac{d^2S_i}{du^2} &= 6\{a_i\}u + \{d_i\} \end{aligned} \right\} u \in [0, u_3] \quad (7)$$

4 개의 매듭값에 걸쳐있는 spline 세그먼트의 2 개의 중간 매듭값으로 미분치를 구하므로, 양끝 매듭값을 제외한 나머지 매듭값의 미분치가 2 개씩 존재하게 된다. 계산된 두 미분치의 평균값이 식 (3)에 사용된다.

2.3 Near Arc-Length 매개화

spline(dS_i)이 원호길이를 근사하게 매개화될 때는 spline 세그먼트를 따라 단위 접선벡터가 존재한다. ds/du 의 미분치가 최소일 때 근사 원호길이의 최소자승해는 아래와 같이 구해진다.

$$\frac{d}{du} \int_0^l \left(\frac{dS}{du} + 1 \right)^2 du = 0 \quad (8)$$

적절한 해는 곡선성분의 중간점을 고려함으로써 얻을 수 있다

$$\left| \frac{dS}{du} \left(u = \frac{l}{2} \right) \right| = 1 \quad (9)$$

quintic spline 의 1 차 미분식에 식 (3)을 대입하고 u=l/2 로 치환하면 다음과 같은 4 차 다항식 형태로 나타나어 진다.

$$au^4 + bu^3 + cu^2 + du + e = 0 \quad (10)$$

계수 a, b, c, d, e 는 매듭값 (P_i, P_{i+1})의 미분치의 함수로 표현된다. 위 식은 Newton-Raphson 반복법을 사용하여 근사적으로 계산할 수 있다. 이러한 근사원호길이 매개화는 단위 접선벡터의 미분값을 최소화함으로써 경로보간시 부드러운 feed

rate의 가속도를 보장해 줄 수 있다.

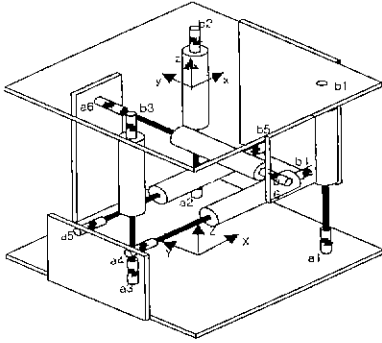


Fig 1 Schematic diagram of cubic parallel manipulator

3. 육면형 병렬공작기계

본 연구에서 사용된 육면형 병렬공작기계는 소형공작기계의 고속, 고정밀 이송과 6 자유도 가공에 유용하기 위하여 개발되었다. 3 개의 링크가 Z 축 방향으로 출력테이블을 지지하고 있고, 2 개의 링크가 X 축 방향으로, 1 개의 링크가 Y 축 방향으로 출력테이블과 베이스 사이에 설치되어 있는 구조가 특징이다. 위 장치는 축방향 운동이 서로 비교적 독립적이어서 고속 실시간 제어가 유리하고, 공작 기계에 적용되는 경우에 주축은 회전운동만을 수행하고 나머지 5 자유도 운동을 이송장치가 담당하게 되어 복잡한 윤곽가공이 가능하다는 장점이 있다.

3.1 역기구학 해석

베이스와 구동장치 연결부의 좌표를 고정좌표계 기준으로 B_i 라고 하며, 플랫폼과 구동장치 연결부의 좌표를 운동좌표계 기준으로 A_i 라고 한다. P와 R은 각각 베이스 원점에서 플랫폼 원점까지의 위치벡터와 회전벡터를 나타낸다

$$a_i = P + RA_i \quad (11)$$

a_i 는 운동좌표계 기준의 좌표 A_i 를 고정좌표계로 나타낸 좌표이다 결과적으로 구동장치의 길이는 베이스와 플랫폼 연결 부분의 길이로 대체될 수 있다 따라서 1 번째 구동장치의 길이는,

$$L_1 = \|P + RA_1 - B_1\| \quad (12)$$

4. 보간 알고리즘 적용 시뮬레이션

4.1 Quintic Spline Interpolation 알고리즘
보간알고리즘의 구현과정은 다음과 같다.

- (1) 자유곡선을 5 차의 spline 식으로 표현하고 적절한 매듭값 P_i 를 결정한다.
- (2) 식(7)을 이용하여 매듭값들의 미분치를 구하고 식(10)을 이용하여 얻은 spline 세그먼트의 길이 l_i 로 L 값을 업데이트 시킨다.
- (3) 위에서 구한 값을 식(1)에 대입하고 u 를 0 부터 $N\delta u$ 까지 변화시키면서 각 세그먼트 상의 보간점들을 구한다 ($\delta u = l_i / N$)
- (4) 보간데이터를 식 (12)에 대입하여 6 축의 길이 변화를 구한다.

여기서 보간오차 h 는 곡률 κ 와 feed, 보간시간 T 의 함수이므로 곡률의 급격한 변화에 따라 보간오차가 허용한계를 넘을 수 있다 그러므로 feed를 보간오차의 함수로 표현하고 오차의 허용한계를 제한함으로써, feed의 변화에 따른 보간간격 δu 값을 조절하게 된다. 아울러 적절한 보간횟수 N 을 선정하면 효율적인 보간작업을 수행할 수 있게 된다.

4.2 시뮬레이션 결과 및 고찰

구현된 quintic spline 보간기의 타당성과 병렬 기구와의 연관성을 검증하기 위하여 임의의 자유곡선에 대하여 보간 시뮬레이션을 실행하였다

최소 보간주기는 $T=2msec$, 최대 feed rate는 $F=16[mm/sec]$, 최대 허용보간오차는 $h=1\mu m$ 로 선정하였다.

Fig 2는 quintic spline 보간알고리즘을 적용한 클로버 모양의 2 차원 자유곡선 모델을 나타낸다. 시작점은 (8.6440, 1.1919)이며 40 개의 매듭값을 적용하여 반시계 방향으로 자유곡선보간을 수행한 결과를 보여주고 있다.

Fig. 3(a)에서의 곡률값이 크면 클 수록 spline 세그먼트의 보간횟수가 많아짐을 알 수 있다 이것은 보간간격 δu 값이 곡률이 큰 spline 세그먼트 상에서 작아짐을 의미한다

또한 일정한 feedrate를 초기값으로 주더라도 보간오차의 허용한계로 인하여 가공중의 기계적 feed 값이 변하여 spline 보간오차를 제한하고 있음을 Fig. 3(b)와 Fig. 3(c)에서 확인할 수 있다

Fig. 4은 X,Y,Z 축 방향의 회전각이 모두 0 일때, 즉 플랫폼이 수평을 유지한 채 2 차원 경로를 이동할 경우에 대하여 Fig 2의 자유곡선 경로에 대응하는 각 축의 다리 길이 변화를 도시한 것이다.

같은 축 방향의 다리 길이 변화는 모두 동일하게 나타나고, X 축과 Y 축의 길이변화에 비하여 Z 축 길이 변화가 작은 것이 특징이다. 각축의 시간당 길이 변화량을 이송장치(볼스크루)의 리드에 따른 모터 엔코더 값으로 환산해 줌으로써 각 모터의

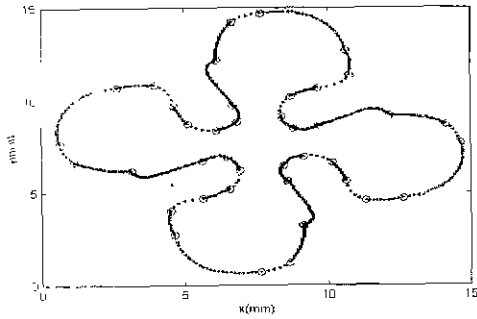


Fig. 2 free-form curve using spline interpolation

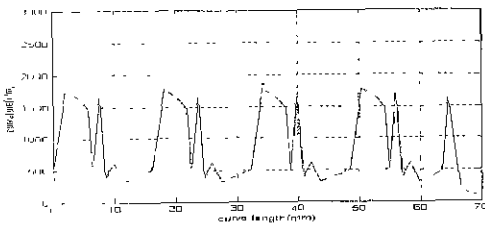


Fig. 3(a) Curvature of clover profile

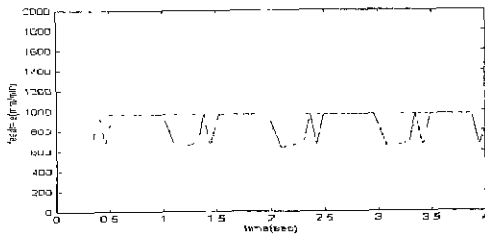


Fig. 3(b) Machining feed rate

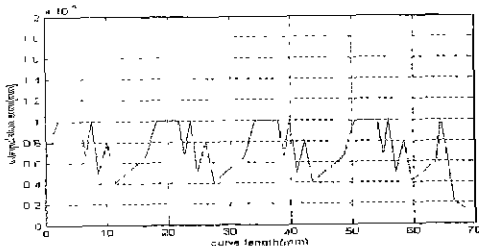


Fig. 3(c) Spline interpolation error

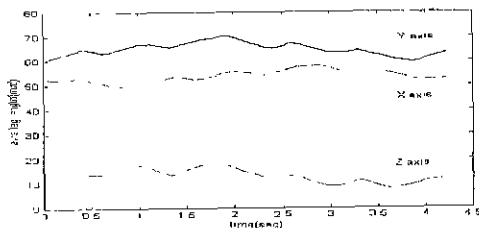


Fig. 4 Axis leg lengths

위치지령치와 속도 지령치를 빠른 시간내에 생성할 수 있게 된다.

4. 결론

본 논문에서는 육면형 병렬공작기계의 5 차 스플라인 보간기를 설계하고, 복잡한 자유곡선의 보간을 수행하였다. 곡률의 변화에 따라 보간스텝과 윗수를 조절하는 알고리즘을 적용하여 보다 효율적인 보간점 생성이 가능하도록 하였다. 개발된 보간기는 육면형 기계의 기구학에 적용하여 6 축 구동상치의 길이변화를 파악하였고 더 나아가 고속, 고정밀 가공시 신속한 위치, 속도 지령치 생성에 쓰여질 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 특정기초(과제번호 1999-1-304-003-3)에 의해 지원을 받아 이루어 졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고 문헌

1. Altintas Y., "Manufacturing Automation," Cambridge University Press. pp 183 - 210, 2000.
2. Wang, F-C. and Wright, P.K., "Open Architecture Controller for Machine Tools, Part2: A Real Time Quintic Spline Interpolator," ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol.120. pp 425-432, 1998.
3. Koren, Y and Masory, O, "Reference-Pulse Circular Interpolators for CNC System," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol 103, pp.131-136, 1981
4. Chou, J.J. and Yang, D.C.H., "Command Generation for Three-Axis CNC Machining," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.113, pp.305-310. 1991.
5. 김민중, 송진일, 권등수, "고속, 고정도 CNC 가공을 위한 NURBS 보간 알고리즘," 한국 정밀공학 회지, 제 17 권, 제 1 호, pp 192-197, 2000.
6. E. F. Fichter, "A Stewart Platform-Based Manipulator: General Theory and Practical Construction," International Journal of Robotics Research, Vol 5, No 2. pp. 157-181, 1986
7. Y Altintas(1), N A Erol, "Open Architecture modular Tool Kit for Motion and Machining Process Control," Annals of the CIRP, Vol 47. pp 295 - 300, 1998