

링크의 강성이 육면형 병렬 기구 오차에 미치는 영향

김경우(고려대 대학원 기계공학과), 임승룡(고려대 대학원 기계공학과),
최우천(고려대 기계공학과)

Effect of Link Stiffness on Error of Cubic Parallel Manipulator

Kyungwoo Kang, Seung Reung Lim, Woo Chun Choi

ABSTRACT

An error analysis is very important for a precision machine to estimate its performances. This study proposes a new parallel device, cubic parallel manipulator. There are so many error sources in this mechanism. Errors of the proposed cubic parallel vary with the stiffness of the manipulator. The stiffness of each leg depends on the direction of the actuation force and its direction. In this paper, the stiffness of the manipulator is calculated and the position errors and the orientation errors are predicted with the platform moving. The analysis shows that the method can be used in predicting the accuracy of other parallel devices and in designing a parallel manipulator.

Key Words Parallel Manipulator(병렬 기구), Stiffness(강성), Position Error(위치 오차), Orientation Error(방향 오차)

1. 서론

오늘날 산업 현장에서 사용되는 공작기계는 주로 직립형 구조로 이루어져 있다. 직립형 구조는 엔드이펙터까지 운동을 전달하는 동안 오차가 누적되어 고정밀을 구현하기 어렵다. 또한 기구의 강성이 작아서, 고정밀 작업에는 적합하지 않다. 이러한 직립형 구조 공작기계의 단점을 극복하기 위해 병렬형 구조를 갖는 공작기계가 연구되고 있다. 병렬형 구조의 공작기계는 플랫폼과 베이스가 2개 이상의 직립형 부속 조인트에 의해 연결되어 폐회로를 형성하며, 서로의 운동을 구속하는 형태로 이루어지므로 상대적으로 높은 정밀도를 얻을 수 있다. 폐회로 형태의 직립 기구는 작업 영역이 크고 동작의 유연성이 요구되는 일에 사용된다. 관성력, 원심력과 중력의 영향이 크며, 조인트마다 구동오차가 누적되어 엔드이펙터의 위치오차가 비교적 크게 발생한다. 이에 반해 폐회로 기구인 병렬 기구는 동작의 유연성이나 작업 영역은 작으나, 구조적으로 여러 개의 링크로 연결되어 있어서 엔드이펙터의 운동이 여러 개의 조인트에서의 구속방정식을 만족해야 하므로 각 조인트에서의 오차가 한 방향으로 누적되지 않아 엔드이펙터의 오차가 작다. 이러한

병렬기구의 구조적인 장점 때문에 최근에 공작 기계에 적용하는 것을 목적으로 한 연구가 활발히 진행되고 있고, 더불어 병렬기구에 대한 오차 연구도 활발히 진행되고 있다. 일반적인 형태의 병렬형 기구에 대해서는 Masory 등⁽¹⁾이 가공오차, 설치오차, 링크의 유격 등을 고려하여 공정오차 모델을 제시하였고, 이후 Ehmann 등⁽²⁾은 기구학식의 미분값에 의해 오차를 분석하였다. Wang 등⁽³⁾은 1 자유도를 갖는 링크 요소에 대한 모델링을 실시하였고, 볼 조인트의 오차를 D-H 변환을 이용해 수학적으로 유도하였다. Arai 등⁽⁴⁾은 스튜어트 플랫폼에서의 조인트 변위 오차와 엔드이펙터의 정밀도에 관한 모델을 제시하고 순기구학과 역기구학을 적용하여 엔드이펙터의 타원체 형상의 오차 분포를 유도하였다. Gosselin⁽⁵⁾은 전형적인 Stewart Platform에서 각 링크의 강성이 동일하다는 가정하에 기구의 강성 값을 계산하였고, Di-Khasawencch⁽⁶⁾는 고유치를 이용하여 병렬 기구의 강성 범위와 방향 등을 연구하였다.

본 연구에서는 육면형 병렬 기구의 강성 값을 ABAQUS를 이용하여 모델링한 후, 링크의 길이에 비례하여 강성 값이 변한다는 가정하에 기구 전체의 강성 값을 구하였고, 이 값을 이용하여 플랫폼 원점의 오차를 계산하였다. 또한 실제로 제작된 병

릴 기구에 대해 등속 원 운동을 하는 동안의 각 링크의 강성이 기구의 위치 오차와 방위 오차에 미치는 가를 시뮬레이션을 통해 결과를 제시 하였다.

2. 병렬 기구의 구조와 자코비안

2.1 구조

본 연구에 사용된 병렬기구는 Fig 1 에서처럼 3 개의 링크가 z 축 방향으로 플랫폼을 지지하고 있고 2 개의 링크가 x 축 방향으로, 1 개의 링크가 y 축 방향으로 연결되어 있다 링크는 볼스크루와 너트로 이루어져 있고, 양끝에 유니버설 조인트가 연결되어 있다. 링크의 길이는 모터로 볼스크루를 회전시켜 너트를 직선 운동시킴으로써 변화된다.

2.2 역기구학

육면형 병렬기구의 기하학적 변수를 그림으로 표시하면 Fig 2 와 같다. 각각의 링크는 플랫폼과 연결된 부분에 유니버설 조인트, 링크부에 선형 구동 조인트, 베이스와 연결된 부분에 유니버설 조인트로 연결되어 있다. 베이스 좌표계(x,y,z)는 베이스의 중심부에 원점이 있고, 플랫폼 좌표계(x_b,y_b,z_b)는 플랫폼의 중심부에 원점이 있다 p^b_i 는 플랫폼의 원점으로부터 i 번째 링크의 플랫폼 축 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. R 을 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼의 중심을 표현한 회전 행렬이라 하면, p^b_i 를 베이스 좌표계로 표현할 수 있다.

$$S_i = R p_i^b \quad (1)$$

또한, 기구의 기하학적 형태로부터 링크의 길이 벡터인 w_i 는 다음과 같이 표현된다.

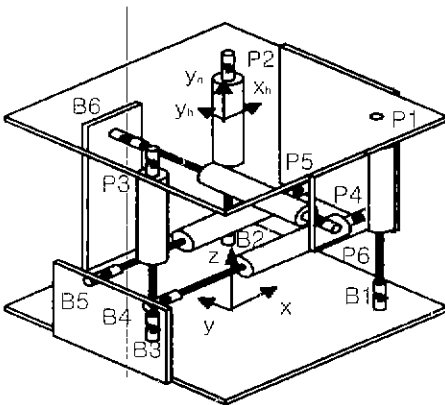


Fig 1 A proposed cubic parallel manipulator

$$w_i = p_b + s_i - p_{b_i} \quad (2)$$

여기서 p_b는 베이스 좌표계에 기준한 플랫폼 중심의 위치 벡터이고, p_{b_i}는 베이스 좌표계에 기준한 i 번째 링크 끝 단에 위치한 베이스축 유니버설 조인트의 중심까지의 위치 벡터이다. 링크의 길이 벡터인 w_i는 링크 길이 l_i와 링크 길이 방향의 단위 벡터인 z_i로 이루어 진다

$$w_i = l_i z_i \quad (3)$$

여기서 식(1)과 식(2)를 식(3)에 대입하면 다음과 같은 결과를 얻는다.

$$l_i z_i = p_b + R p_i^b - p_{b_i} \quad (4)$$

2.3 병렬 기구의 자코비안

병렬 기구의 자코비안 기구의 플랫폼에 가해지는 외력 F와 각 링크에 작용하는 힘 τ_i의 관계를 나타내면 다음과 같다

$$F = J^T \tau, \tau = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_6\}^T \quad (5)$$

여기서

$$J^T = \begin{bmatrix} z_1 & & z_6 \\ s_1 \times z_1 & & s_6 \times z_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

식(5)에서 τ는 각 링크에 작용하는 힘 벡터이고 F는 플러커 좌표계로 표현된 플랫폼에 작용하는 힘/모멘트를 나타낸 것이다

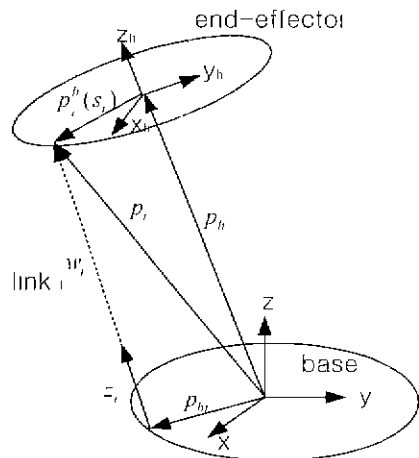


Fig. 2 Kinematic parameters of one link of a parallel

3. 병렬 기구의 강성 오차 모델

병렬 기구에서 각 링크의 길이 변화와 플랫폼의 위치 변화 사이에는 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\dot{q} = J\dot{x}, \Delta q = J\Delta x \quad (6)$$

식(6)에서 q 는 각 링크의 길이이고, Δx 는 플랫폼이 위치 변화, J 는 식(5)에서 정의한 자코비안을 의미한다. 기구의 각 링크에 작용하는 힘은 링크의 길이 방향으로만 작용하므로 식(6)은 다음과 같이 정리된다.

$$r = \text{diag}[k, j]\Delta q \quad (7)$$

식(7)에서 k_i 는 i 번째 링크의 강성 값을 의미한다. 한편 각 링크의 강성은 링크 길이에 대한 선형 함수로 모델링하면 다음 식으로 정의된다.

$$k = \frac{(L - L_2)(k_1 - k_2)}{(L_1 - L_2)} + k_2 \quad (8)$$

여기서 L_1 은 링크가 최대로 늘어난 경우의 길이이고, L_2 는 링크가 최소인 경우의 길이, k_1 은 링크의 길이가 L_1 일 때의 강성, k_2 는 링크의 길이가 L_2 일 때의 강성이다. 한편 식(8)과 식(7)을 연립하여 정리하면 다음과 같다.

$$F = J^T \text{diag}[k, j]\Delta q \quad (9)$$

여기서 $\text{diag}[k, j]$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\text{diag}[k, j] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

이런 기구의 전체 강성식은 다음과 같다.

$$F = K\Delta x \quad (11)$$

식(9)와 식(10)을 비교해보면 다음과 같은 식을 유도할 수 있다¹⁷⁾.

$$k = J^T \text{diag}[k, j]J \quad (12)$$

식(6)~식(12)에서처럼 각 링크에 힘이 작용하는 경우, J 힘은 정역학 식인 견지에서 플랫폼의 원점에 작용하는 ΔF 와 같아야 하고, 이 경우 일정한 Δx 에게 k 에 따라 Δx 의 값이 변화하게 된다. 즉

기구 전체에 대한 변형 Δx 는 강성 행렬 K 의 각 성분들과 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다. 따라서 Δx 는 다음과 같은 식을 이용하면 구할 수 있다.

$$F = J^T K J \Delta x = c_i v_i$$

$$\Delta x = c_i [V \Lambda V^T]^{-1} v_i = c_i [V \Lambda V^T] v_i \quad (13)$$

식(13)에서 Λ 와 V 는 K 의 고유치(λ_i)와 고유벡터(v_i)로 구성된 행렬로서, $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_n]$ 와 $V = [v_1, \dots, v_n]$ 로 정의된다. K 의 성질과 값의 범위는 EL-Khasawneh 가 논문에서 정의한 식들을 사용해서 특성을 구할 수 있다.

4. Case Study

제안된 식들을 이용하여 Fig.1 과 같은 형태의 육면형 병렬 기구에서 반경이 10cm 인 원형 궤적을 등속 원 운동하는 동안 각 링크의 강성 값에 따라 플랫폼의 원점이 그리는 오차 값을 계산하였다. 플랫폼의 자중은 47 068N 이고, 플랫폼 원점에 수직 하향의 질속력이 500N 이다. 플랫폼과 베이스 각각의 좌표계에서 링크의 양 끝점은 유니버설 조인트의 중심 위치로 하였으며, 그 값들은 다음과 같다.

Table 1 Coordinates of the joint centers

| 중심점 | 좌표 | 중심점 | 좌표 |
|-----|---------------------------|-----|--------------|
| B1 | (b, -a, 0) | P1 | (b, -a, 0) |
| B2 | (b, a, 0) | P2 | (b, a, 0) |
| B3 | (-b, 0, 0) | P3 | (-b, 0, 0) |
| B4 | (-c, -e, z ₁) | P4 | (-c, -e, -d) |
| B5 | (-c, e, z ₂) | P5 | (-c, e, -d) |
| B6 | (0, f, -z ₃) | P6 | (0, f, -g) |

a=0.16m, b=0.14m, c=0.195m, d=0.270m, e=0.055m, f=0.205m, g=0.130m, z₁=0.130m, z₂=0.130m, z₃=0.280m

식(8)에서 대입한 강성 값은 기준 값 27.9cm 와 40.4cm 에서 실체의 볼 스크류와 원통형 덮개를 포함한 완전한 링크에 대해 ABAQUS 를 사용하며, 강성 값을 직접 구했으며, $k_1 = 8.288 \times 10^{10} \text{ N/m}$, $k_2 = 4.080 \times 10^{10} \text{ N/m}$ 가 결과 값이다. Fig. 3 은 $z=41\text{cm}$ 에서 회전 행렬의 변화 없이 플랫폼을 반경이 일정한(10cm) 원형 궤적을 그리는 동안 강성 값들의 변화로 나타나는 위치 오차의 궤적이며, Fig. 4 는 같은 조건에서 방위 오차의 궤적을 나타낸 것이다. Fig. 5 는 $z=41\text{cm}$ 에서 가로, 세로 각각 10cm 의 정사각형 구간에서 육면형 병렬 기구의 최소 강성

값을 계산한 것이다. 그림에서 보듯이 플랫폼의 원점에서 비교적 강성 값이 크게 나타나고, 각 플랫폼이 원점에서 멀어 질수록 이동하는 위치와 방향

5. 결론

본 연구는 기존에 제작된 육면형 병렬기구에서 각 링크의 강성을 구하고, 기구 전체에 대한 강성 행렬을 구하였으며, 이 결과를 토대로 기구가 실제로 등속 원운동을 하는 동안 각 축 방향으로의 오차를 분석해 보았다. 움직이는 육면형 병렬 기구의 강성은 오차 값에 영향을 미치고, 이것은 병렬 기구의 위치와 각 링크의 위치와 관련이 있다. 그러므로 기구를 설계할 때부터 강성 값을 미리 계산하고, 주어진 작업 영역에서 강성 값에 의한 오차를 미리 계산하여 기구의 최적 설계에 도움을 줄 것으로 보인다.

후기

본 연구는 한국 과학 재단 특정 기초 연구(과제 번호: 1999-1304-003-3)에 의해 지원을 받아 이루어졌으며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

1. O. Masory, J. Wang, "On the Accuracy of a Stewart Platform - Part I: The Effect of Manufacturing Tolerances," IEEE Conference on Robotics and Automation, Vol. 1, pp. 114-120, 1993.
2. K. F. Ehmann, A. J. Patel, "Volumetric Error Analysis of a Stewart Platform-Based Machine Tool," Annals of the CIRP, Vol. 46, pp. 287-290, 1997.
3. S. M. Wang, K. F. Ehmann, "Error Model and Accuracy Analysis of a Six-DOF Stewart Platform," Manufacturing Science and Engineering, Vol. 2, pp. 519-530, 1995.
4. S. Satori, G. X. Zhang, "Geometric Error Measurement and Compensation of Machines," Annals of the CIRP, Vol. 44, pp. 599-609, 1995.
5. Clement Gosselin, "Stiffness Mapping for Parallel Manipulator," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, No. 3, pp. 377-382, 1990.
6. Bashar S. El-Khasawneh and Placid M. Ferreira, "Computation of stiffness bounds for parallel link manipulators," International Journal of Machine Tools & Manufacture, pp. 321-342, 1999.
7. 김택수, 김현, 홍대희, "고유치를 이용한 기구의 강성 범위 해석," 한국정밀공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 699-702, 2000.

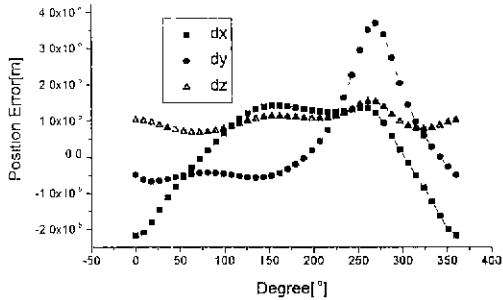


Fig 3 Position Error.

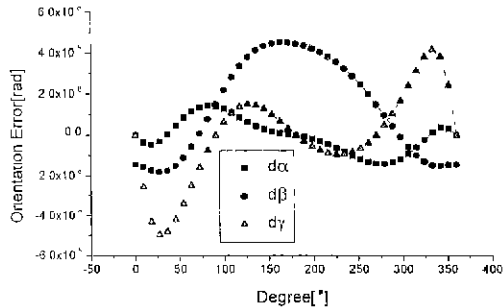


Fig 4 Orientation Error.

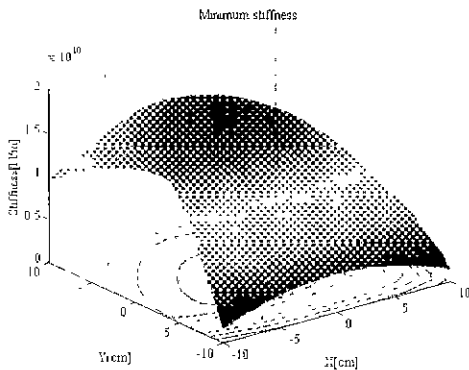


Fig 5 Minimum Stiffness.

에 따라, 강성 값이 감소함을 알 수 있다. 또한 원형 궤적을 그리는 동안, K의 값에 따라 각 방향의 위치 오차와 방위 오차의 변화를 확인할 수 있었고, 위치 오차인 경우 270°부근에서 dx, dy, dz 모두 최