

볼나사를 이용한 매니플레이터의 모델링 및 슬라이딩모드 제어

최형식(한국해양대 기계공학과), 박용현*(한국해양대 대학원 기계공학과),
정경식(한국해양대 대학원 기계공학과), 이호식(주)나눅스 연구소

Modeling and Sliding-mode Control of a Robot Manipulator actuated by the Ball Screw

H. S. Choi (Mech. Eng. Dept., KMU) Y. H. Park*(Mech. Eng. Dept., KMU)
K. S. Jung(Mech. Eng. Dept., KMU), H. S. Lee(Nanux Inc)

ABSTRACT

Conventional robots actuated by motors with the speed reducer such as harmonic drive had weakness in delivering loads, pressing, grinding, and cutting jobs. To overcome this, a new type of robot actuated by the ball screw was proposed. The ball screw is actuated by using four bar mechanism. The dynamics model of the robot was set up. The robot has parameter uncertainties and nonlinearity due to the ball screw actuator. To coordinate the robot, the sliding-mode control was applied.

Key Words Robot Manipulator(로봇 매니플레이터), Ball Screw Actuator(볼나사 구동기), Four bar link(사절 링크), Sliding-mode Control(슬라이딩모드 제어)

1. 서론

산업의 고도화로 인해 생산공정에서 대부분 로봇을 사용하고 있다. 생산공정에 많이 적용되는 로봇은 크게 스칼라 로봇과 다관절 로봇으로 나눌 수 있다. 일반적으로 스칼라 로봇은 저 부하, 단순 반복 작업에 속하는 조립작업에 적합하다. 하지만 제품의 형상이 복잡해지고 작업반경이 커지게 되면 다관절 로봇이 더 적합하다[1]. 그러나 다관절 로봇의 형태상 고 부하가 작용하는 작업에는 어려움이 있고 이러한 작업을 하기 위해서는 로봇의 구동용량과 기구부가 상대적으로 커지게 된다. 그 이유는 고 부하에 견디려면 기구부의 고강성이 요구되고, 가반하중을 키우기 위해서는 로봇의 고감속비와 감속기의 고강성이 요구되어 구동관절들의 부피 및 중량이 증가하기 때문이다. 로봇 관절의 중량과 부피가 커지게 되면 이들은 작업하중으로 작용하여 로봇의 구동용량과 가반하중을 키우는데 큰 제약이 된다. 이러한 이유로 고 토크나 고 부하가 작용하는 프레스 공정이나 연마, 연삭, 다듬질, 절삭, 드릴링 등의 공정에서 고정된 프레임에 부착된 전용기로 단순한 가공이 이루어지고 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 로봇의 강성을 매우 높이는 병렬구조의 연구로 Stewart Platform이 있다[3]. 병렬구조의 실용화를 위한 연구로 병렬구조를 이용한 6 자유도 로봇 매니플레이터를 제작했다[4]. 하지만 이러

한 구조를 가진 로봇은 강성은 매우 높으나 기구학의 해석이 매우 복잡하고 작업 반경이 작은 단점이 있다.

본 논문에서는 다관절 로봇이나 스칼라 로봇의 장점을 충분히 살리며, 고 부하, 고 토크가 작용하는 생산공정에 적용할 수 있는 새로운 형태의 로봇 매니플레이터를 제안하였다. 제안한 로봇은 포크레인 형태의 다관절 형상 로봇으로 관절 구동토크를 증대시키기 위해 볼나사를 채용한 관절 구동기를 사용하였다. 본 논문에서는 제안한 로봇 매니플레이터의 기구학 및 운동 방정식을 유도하는 모델링을 행하였다. 유도된 운동 방정식은 매우 비선형적이고, 질량이나 관성모멘트 등의 파라미터가 매우 불확실하여 슬라이딩모드 제어를 적용하여 경로제어를 수행하였다. 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안한 새로운 형태의 로봇 매니플레이터 제어의 적용 합리성을 보이고자 한다.

2. 로봇의 동역학 모델링

본 논문에서는 Fig. 1같이 포크레인 구조의 새로운 형태의 로봇 매니플레이터를 제안하였다. 기저 축은 직선운동을 하고 나머지 관절은 회전운동을 한다. 일반적인 산업용 로봇 매니플레이터는 회전축에 하모닉 드라이브 등과 같은 감속기를 채용한다. 하지만 감속기 구동강성의 한계가 있고, 볼나사를 채용하는 직교로봇은 중력방향의 부하로 인한 x 및 y축에 작용하는 토크로

가빈중량에 제한을 받는다. 이러한 문제의 해결을 위해 고 강성을 갖는 볼나사를 이용한 4절 링크기구를 구성하여 로봇의 구동기로 사용하였다. 볼나사에 구동모터가 채용된 볼나사 시스템으로 4절 링크기구를 동작시키고, 이는 궁극적으로 어깨, 팔꿈치 및 팔목의 회전관절을 구동한다. 제한된 시스템의 동역학 방정식을 유도하기 위하여 우선, 회전관절 공간에서의 동역학식을 유도한 후, 4절 기구의 분동방정식을 유도하여 궁극적으로 볼나사의 직선운동 방정식으로 표현한다.

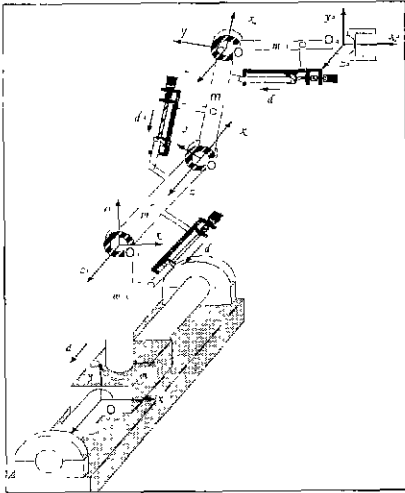


Fig. 1 Structure and Coordinates of the Robot Manipulator

2.1 회전관절 공간의 동역학 방정식

제한된 로봇 매니플레이터의 구조는 Fig. 1에 나타난 바와 같이 기본적으로 어깨, 팔꿈치, 팔목의 회전관절로 구성되어 일반적인 3자유도 산업용 로봇 매니플레이터와 같은 연쇄적인 구조이다.

이에 대한 운동방정식을 Euler - Lagrang식을 이용하여 구하면 다음과 같다

$$D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + h(q) = \tau \quad (1)$$

여기서 $D(q) \in R^{n \times n}$ 는 관성행렬이고, $C(q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$ 는 원심력과 코리올리력을 포함하는 항이며, $h(q)$ 는 각 관절에 가해지는 중력 항이다. 이들의 구성을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

$$D = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ 0 & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ 0 & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ 0 & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ 0 & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$h = [0, h_2, h_3, h_4]^T,$$

여기서

$$D_{22} = m_2 l_2^2 + m_3 (l_2^2 + l_1^2 + 2l_2 l_1 \overline{C_1}) + m_4 (l_2^2 + l_1^2 + l_1^2 + 2l_2 l_1 \overline{C_1} + 2l_3 l_1 \overline{C_4} + 2l_2 l_1 \overline{C_3}) + I_2 + I_3 + I_4$$

$$D_{23} = D_{32} = m_3 (l_2^2 + l_1^2 + l_1 \overline{C_3}) + m_4 (l_2^2 + l_1^2 + l_1 l_3 \overline{C_3} + 2l_3 l_1 \overline{C_1} + l_2 l_1 \overline{C_3}) + I_3 + I_4$$

$$D_{33} = D_{32} = m_4 (l_1^2 + l_3 l_1 \overline{C_1} + l_2 l_1 \overline{C_3}) + I_4$$

$$D_{34} = D_{43} = m_4 (l_1^2 + l_3 l_1 \overline{C_1}) + I_4$$

$$D_{44} = m_4 l_3^2 + I_4$$

이고, 각 파라미터는 다음과 같이 정의된다

l_2 : 어깨 좌표축 O_1 에서 무릎까지의 길이

l_{c3} : 어깨 좌표축 O_1 에서 l_2 상의 무게중심까지 거리

l_3 : 팔꿈치 좌표축 O_2 에서 손목좌표축 O_3 까지의 길이

l_{c3} : 팔꿈치 좌표축 O_2 에서 l_3 상의 무게중심까지의 거리

l_{c4} : 손목 좌표축 O_3 에서 상단 방향으로의 무게중심까지의 거리

편의상 $i, j = 2, \dots, 4$ 에 대하여 $C_i = \cos(q_i)$ 과 $C_{ij} = \cos(q_i + q_j)$ 로 표현하였고, 사인함수에 대해서도, $i, j = 2, \dots, 4$ 에 대하여 $S_i = \sin(q_i)$ 과 $S_{ij} = \sin(q_i + q_j)$ 로 표현한다.

식 (1)에서 원심력과 코리올리력을 포함하는 항 $C(q, \dot{q})$ 를 표현하기 위해서 christoffel 기호를 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_{332} = C_{322} = C_{332} = h_1 = -m_3 l_2 l_{c3} \overline{S_1} - m_4 l_2 l_3 \overline{S_3} - m_4 l_2 l_1 \overline{S_{34}}$$

$$C_{242} = C_{422} = C_{442} = C_{332} = C_{442} = h_2$$

$$= -m_4 l_3 l_{c1} \overline{S_1} - m_4 l_2 l_{c4} \overline{S_{34}}$$

$$C_{233} = h_3$$

$$C_{243} = C_{423} = C_{343} = C_{443} = C_{113} = h_4$$

$$= C_{113} = -m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

$$C_{234} = h_5 = m_4 l_2 l_{c1} \overline{S_{34}} + m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_1}$$

$$C_{245} = C_{312} = C_{213} = C_{433} = C_{443} = -m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_1}$$

$$C_{224} = m_1 l_2 l_{c1} \overline{S_{11}} + m_4 l_3 l_{c4} \overline{S_4}$$

$$C_{211} = C_{324} = m_4 l_3 l_{c1} \overline{S_1}$$

위의 식들을 이용하면 $C(q, \dot{q})$ 의 각 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$C_{22} = C_{232} \dot{q}_3 + C_{1242} \dot{q}_4$$

$$C_{23} = C_{322} \dot{q}_2 + C_{332} \dot{q}_3 + C_{342} \dot{q}_4$$

$$C_{24} = C_{124} \dot{q}_2 + C_{432} \dot{q}_3 + C_{442} \dot{q}_4$$

$$C_{32} = C_{232} \dot{q}_2 + C_{342} \dot{q}_4$$

$$C_{33} = C_{313} \dot{q}_4$$

$$C_{34} = C_{423} \dot{q}_2 + C_{343} \dot{q}_3 + C_{443} \dot{q}_4$$

$$C_{42} = C_{234} \dot{q}_2 + C_{244} \dot{q}_4$$

$$C_{43} = C_{324} \dot{q}_2 + C_{344} \dot{q}_4, \quad C_{44} = 0$$

중력 항 벡터 $h(q)$ 의 구성요소는 다음과 같다.

$$h_2 = m_2 g l_{c2} + m_2 g l_2 + m_3 g l_3 \cos q_2 + (m_3 g l_{c3} + m_4 g l_3) \cos q_{23} + m_4 g l_{c4} \cos q_{234}$$

$$h_3 = (m_3 g l_{c3} + m_4 g l_3) \cos q_{23} + m_4 g l_{c4} \cos q_{234}$$

$$h_4 = m_4 g l_{c4} \cos q_{234}$$

3. 미끄럼 공간에서의 동역학식

본 논문에서 설계한 로봇의 회전운동은 각각의 관절에 부착된 사절링크의 볼나사 구동에 의해 이루어지므로, 볼나사의 직선운동 변위 d 와 직선운동 방향의 구동력 F 의 관계로 정립되어야 한다[2]. 이를 위하여 각 관절을 구동하는 사절링크 구조를 살펴보면 다음과 같다.

3.1 4절 링크기구를 이용한 어깨의 운동방정식

직선운동을 회전운동으로 변환하는 사절링크를 이용하여 어깨관절의 회전각 q_2 을 구동하는 구조를 Fig. 2에 나타내었다. 여기서 a_3 는 어깨관절과 팔꿈치관절과 연결하는 부분이다. 운동 형태는 사절기구에서 d_2 부분이 미끄럼 운동을 할 때, a_2 을 제외한 나머지 내부 각들의 회전과 함께 어깨관절이 회전하는 구조이다 볼나사를 구동하여 제어하는 직선 이동거리 d_2 과 회전각 q_2 의 관계를 다음의 식을 이용하여 표현하였다

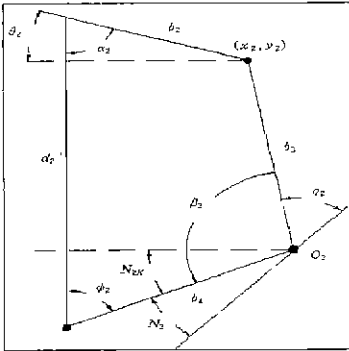


Fig 2 4 Bar Link Mechanism of Shoulder Joint

$$d_2^2 = A_2 + B_2 \cos \beta_2 + C_2 d_2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} A_2 &= b_1^2 + b_4^2 - b_2^2 \\ B_2 &= -2 b_3 b_4 \\ C_2 &= 2 b_2 \cos \alpha_2 \end{aligned}$$

식 (2)에서 b_1, b_2 및 b_3 는 고정된 링크길이이고 α_2 와 N_2 는 고정된 각이다. 식 (2)의 d_2 를 시간에 관해 미분하면 q_2 와 관계식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\dot{\beta}_2 = -\dot{q}_2 = R_{21} \dot{d}_2 \quad (3)$$

$$\ddot{\beta}_2 = -\ddot{q}_2 = -R_{22} \dot{d}_2^2 - R_{23} \ddot{d}_2 \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} R_{21} &= \frac{[C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{1/2}}{B_2 \sin \beta_2} \\ R_{22} &= -2 [C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{-1/2} B_2 \sin \beta_2 R_{21}^2 \\ &\quad + \frac{\cos \beta_2}{\sin \beta_2} R_{21} \\ R_{23} &= -\frac{[C_2^2 + 4(A_2 + B_2 \cos \beta_2)]^{3/2}}{B_2 \sin \beta_2} \end{aligned}$$

나머지 두 관절도 유사한 식으로 유도된다.

4. 미끄럼관절 공간에서의 다리의 운동방정식

보행 로봇의 관절 각 q 를 미끄럼 변위 d 로 변환함으로써 식 (1)의 관절공간 로봇 운동방정식이 다음과 같이 표현된다

4.1 4절 링크기구를 이용한 각 관절의 제어입력

회전관절공간의 토크 τ 와 직선운동 방향의 구동력 F 의 관계 식을 유도하기 위해 각 관절공간 상의 점 O_1, O_2, O_3 에서 각각의 볼나사의 미끄럼 방향에 수직인 법선을 그렸을 때 이 법선 길이와 볼나사에 가해지는 구동력 F 의 곱이 각 관절에서 발생하는 토크 τ 가 된다.

우선, 각 관절에 작용하는 토크 τ 와 사절기구의 구동원인 볼나사의 제어입력 F 사이의 관계식을 유도한다 Fig. 2에 표시된 바와 같이 4절 링크의 회전부분에 임의의 좌표 (x, y) 를 이용하여 다음의 관계식을 유도한다.

$$d_1 \cos(\psi_i + N_i) + l_2 \cos \theta_i = l_4 \cos N_i - l_3 \cos(\beta_i - N_i) = x, \quad (5)$$

$$d_1 \sin(\psi_i + N_i) - l_2 \sin \theta_i = l_4 \sin N_i + l_3 \sin(\beta_i - N_i) = y, \quad (6)$$

여기서, $i = 1, 2, 3$ 에 대해 $j = ik$ 이나, 단, $i=1$ 일 때 $j=i$ 이다. 또한, $i = 1, 2, 3$ 각각에 대해 $l = a, b, c$ 로 어깨관절에서 팔목관절 순서이다 식 (5)의 x 에서 관계식을 정리하면 다음과 같다.

$$\psi_i = \text{atan} \left(\frac{S y_i - T x_i}{S x_i + T y_i} \right) \quad (7)$$

여기서

$$x_i = S_i \cos \psi_i - T_i \sin \psi_i,$$

$$y_i = T_i \cos \psi_i + S_i \sin \psi_i,$$

또한,

$$\begin{aligned} \alpha_i &= d_i \cos N_i, & \beta_i &= d_i \sin N_i \\ \gamma_i &= l_2 \cos(\pi - N_i), & \delta_i &= l_2 \sin(\pi - N_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_i &= \alpha_i + \gamma_i \cos \alpha_i + \delta_i \sin \alpha_i \\ T_i &= \beta_i + \gamma_i \sin \alpha_i - \delta_i \cos \alpha_i \end{aligned}$$

로봇의 관절에 걸리는 토크 τ 는 O_i 에서 발생하므로, 볼나사의 직선운동 방향의 구동력 F 과 관계식은 다음과 같다.

$$\tau_i = F_i l_i \cos \phi_i \quad (8)$$

4.2 미끄럼공간의 운동방정식

앞 절에서 관절공간에서의 운동방정식을 미끄럼 관절공간 상에서 식으로 표현하고 미끄럼 공간의 제어입력을 유도하였으므로 식 (2)~(8)을 이용하면 식 (1)은 관절공간에서 제어입력을 포함한 다리의 운동방정식을 다음과 같이 미끄럼 관절공간에서 표현할 수 있다.

$$H(d) \ddot{d} + K(d, \dot{d}) \dot{d} + h_A(d) = F \quad (9)$$

여기서

$$H(d) = L^{-1} D(d) R(d), \quad K(d, d) = L^{-1} (C(d, d) \dot{d} + H(d) R(d) \dot{d}),$$

$$h(d) = L^{-1} h(d), \quad F = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4]^T$$

$$R(d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{13} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix}, \quad R(d) \dot{d} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_{13} \dot{d}_1^2 \\ -R_{23} \dot{d}_2^2 \\ R_{33} \dot{d}_3^2 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 \cos \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 \cos \phi_1 F_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 \cos \phi_3 \end{bmatrix}$$

식 (9)에서는 $D(d)$, $C(d, d)$ 및 $h(d)$ 는 $D(q)$, $C(q, q)$ 및 $h(q)$ 의 관절 각이 미끄럼 변위로 표현되었고 관절공간의 입력 τ 도 미끄럼 공간의 힘 F 로 표현되었다.

5. 슬라이딩모드 제어기 설계 및 시뮬레이션

식 (9)과 같이 볼나사 공간의 운동식으로 변환된 로봇 시스템은 일반적인 관절형태의 로봇에 볼나사 구조가 포함되어 시스템의 질량이나 관성과 같은 파라미터의 측정이 어렵고 마찰력 등이 작용하여 시스템의 비선형성이 증가한다. 이러한 시스템의 경로제어를 위하여 슬라이딩 모드 제어를 적용하였다. 슬라이딩 모드의 구성은 다음과 같다.

$$s = e + ce \quad (10)$$

여기서 $e = d - d_d$, d_d 는 원하는 회전각에 대한 볼나사의 이동경로이다. 슬라이딩 모드 제어기의 안정도는 리야푸노프 함수 $V = (1/2)s^T Hs > 0$ 를 이용하고 이의 시간에 관한 미분치 $\dot{V} < 0$ (for $s \neq 0$)임을 보이면 된다[6]. 이 과정에서 제어입력은

$$\tau = \hat{\tau} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (11)$$

여기서

$$\operatorname{sgn}(s) = \begin{cases} +1 & (s > 0) \\ -1 & (s < 0) \end{cases}$$

$$\tau = \hat{H} \dot{d}_d + \hat{K} \dot{d}_d + \hat{h}, \quad (12)$$

여기서,

$$\hat{d}_d = \dot{d}_d - ce, \quad \hat{H} = \hat{H} - H, \quad \hat{K} = \hat{K} - K, \quad \hat{h} = \hat{h} - h \text{ 이고,}$$

$$k, \geq |[\hat{H} \dot{d}_d + \hat{K} \dot{d}_d + \hat{h} + H - 2K]| + \eta, \quad (13)$$

슬라이딩 모드제어기를 적용한 결과를 Fig 3 및 4에 나타내었다. 각 다리의 질량 및 관성모멘트의 추정 오차를 30%로 하고 경로는 Fig 3에 나타나있다. 여기서 원하는 경로를 각각의 볼나사는 잘 추정하여 Fig 4에서 추정오차는 매우 작음을 알 수 있다. 따라서 불확실성이 많은 시스템에 슬라이딩모드 제어기의 적용은 적합하다는 것을 알 수 있다.

5. 결론

4절 링크기구를 관절구동기로 적용한 매니플레이터

의 운동 방정식을 유도하였고, 슬라이딩모드 제어기를 적용한 경로제어에서 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 원하는 경로를 잘 추적함을 확인하였다.

볼나사 구동기는 직교 로봇에는 많이 적용되었지만, 산업용 로봇 매니플레이터의 회전 관절 구동기로는 적용된 사례가 없었다. 본 논문에서 새롭게 제안하는 로봇 매니플레이터는 고 토크나 고 부하가 작용하는 프레스 공정이나 연마, 연삭, 다듬질, 절삭, 드릴링 등의 공정에서 그 활용이 될 것으로 기대되어, 향후 제안된 로봇의 실제 제작과 실험을 통하여 본 논문에서 행한 이론적 연구를 실제로 확인할 계획이다.

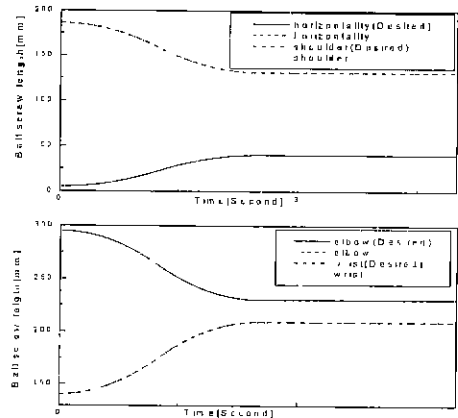


Fig 3 Tracking of the Desired Trajectories

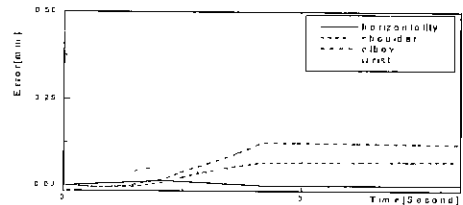


Fig 4 Tracking Errors

참고문헌

- [1] Mark W. Spong & M. Vidyasagar "Robot Dynamics and Control" John Wiley & Sons
- [2] D. Y. Han, W. K. Kim, B. J. Yi, "Load Handling and Dynamic Performance Analysis for the Excavator", KSME 95F105 pp 585-590
- [3] Stewart, D "A platform with Six Degree of Freedom" Proc Instn Mech Engrs, London, Vol 180 No 15 pp 371-386, 1965
- [4] Ficher, E.F, "A Stewart Platform-Based Manipulator: General Theory and Practical Construction", Int J of Robotics Research, Vol 5, pp 157-182, 1986
- [5] 최형식, 이호식, 박용현, "볼나사 구동기를 로봇다리의 모델링" 한국경일공학회 춘계학술대회논문집, pp 583-586 2000.5
- [6] J. J. E. Slotine and W. Li "Applied Nonlinear Control" Prentice-Hall, 1991