

환경의 강성 경계를 이용한 불확실 로봇 시스템의 개선된 견실 하이브리드 제어

권택준*(부산대 대학원 지능기계공학과), 한명철(부산대 기계공학과),
하인철(부산대 대학원 지능기계공학과)

An improved robust hybrid control for uncertain robot manipulators
using the stiffness bound of environments

T. J. Kwon(Int. Mech. Eng. Dept., PNU), M. C. Han(Mech. Eng. Dept., PNU),
I. C. HA(Int. Mech. Eng. Dept., PNU)

ABSTRACT

An improved robust hybrid control law is proposed. This law used the separated bounding function and the stiffness bound. It satisfied the performance though we don't know precise information of contact environments. It guarantees the practical stability in sense of Lyapunov. Simulation was performed to validate this law using a four-axis SCARA type robot manipulator.

Key Words : Robot manipulator(로봇 매니플레이터), Bounding function(경계함수), Robust control(견실제어), Hybrid control(혼합제어), Stiffness bound(강성경계)

1. 서론

산업용 로봇이 이용되는 작업은 말단장치(end-effector)와 주위 환경(environment)사이에서 접촉이 일어나는 접촉 작업과 접촉이 일어나지 않는 비접촉 작업으로 나뉘어진다. 접촉 작업의 경우에는 말단장치의 이동궤적과 작업물과의 반발력(reaction force)을 적절한 값으로 유지시켜야 하므로, 복잡한 제어문제가 제기된다. 이를 해결하기 위한 방법 중 하나가 직교좌표계(cartesian coordinate)에서 위치 제어와 힘제어 방향으로 나누어 각각 독립적으로 제어하는 하이브리드 제어(hybrid control)이다.

산업용 로봇 매니플레이터의 경우 실제 로봇 매니플레이터와 주위 환경의 정확한 모델링이 어렵고, 이로 인하여 불확실성(uncertainty)이 존재하게 된다. 이 불확실성은 파라미터 값들의 오차, 마찰력, 부하(payload)의 변화, 외란 등에 의해서 발생한다. 이러한 불확실성을 제어하기 위해 불확실 인자들의 가능한 경계치를 이용하는 것이 견실제어(robust control)이다.

본 논문에서는 선행연구에서 제안한 견실 하이브리드 제어기(robust hybrid controller)를 수정 보완하여 제안된 ϵ 을 분리한 새로운 견실 하이브리드 제어기에 알 수 없는 접촉환경의 강성 경계를 이용한 개선된 견실 하이브리드 제어기를 제안한다. 리아프노프(Lyapunov) 안정성 분석을 통하여 전체 시스템의 안정성을 입증하고, SCARA 형태의 4축 로봇에 대하여 시뮬레이션(simulation)의 결과를 보일 것이다.

2. 시스템의 운동방정식

관절 좌표계에서 일반적으로 주위환경에 접촉하는 m 관절 로봇 매니플레이터의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(q, \dot{q}, t) = \tau(t) - J(q)^T R \quad (1)$$

q : $m \times 1$ 관절 위치벡터
 τ : $m \times 1$ 토크벡터
 $M(q)$: $m \times m$ 관성행렬
 $C(q, \dot{q})$: $m \times 1$ 원심력 및 코리올리스힘 벡터
 $g(q)$: $m \times 1$ 중력벡터
 $f(q, \dot{q}, t)$: $m \times 1$ 불확실 토크벡터
 R : $m \times 1$ 반발력 벡터

여기서, $J(q)$ 는 관절좌표계와 직교좌표계 사이의 자코비안(Jacobian)이다.

$$\dot{x} = J\dot{q}, \quad \ddot{x} = J^{-1}(\dot{x} - \dot{J}\dot{q}) \quad (2)$$

여기서 x 는 $n \times 1$ 직교좌표계 벡터이다. 식 (2)를 (1)의 관절좌표계 운동방정식에 대입하면 식 (3)과 같은 직교좌표계 운동방정식이 된다

$$M_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{q})\dot{x} + g_x(q) + f_x(q, \dot{q}, t) = \tau_x(t) - R \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 M_x(q) &= J^{-T}M(q)J^{-1} \\
 C_x(q, \dot{q}) &= J^{-T}(C(q, \dot{q}) - M(q)J^{-1}\dot{J})J^{-1} \\
 g_x(q) &= J^{-T}g(q) \\
 f_x(q, \dot{q}, t) &= J^{-T}f(q, \dot{q}, t) \\
 \tau_x &= J^{-T}\tau
 \end{aligned}$$

식 (3)에서 $\dot{M}_x(q) - 2C_x(q, \dot{q})$ 가 교대대칭인 성질을 가진다.

3. 제어기 설계 및 안정도 분석

3.1 제어기 설계

힘과 위치를 동시에 제어하는 경우 직교좌표계에서는 한 축에 힘제어와 위치제어 중 하나만이 고려된다. 위치와 힘을 동시에 다루기 위해 새로운 변수 r 을 도입한다. 그리고 n 개의 직교좌표축 중 처음 k 개는 위치제어 대상이고 나머지 $n - k$ 개의 좌표축은 힘제어 대상이라고 가정한다.

$$\begin{aligned}
 r_i &= x_i, & i &= 1, \dots, k \\
 r_i &= k_{ei}(x_i - x_{di}), & i &= k+1, \dots, n
 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, k_{ei} 는 i 축 변형의 강성(equivalent stiffness)이고, x_{di} 는 로봇의 말단장치가 주위환경에 접촉되기 직전의 위치를 나타낸다. 즉 힘은 로봇과 주위환경의 변형에 비례한다. 복잡성을 피하기 위하여 여기서는 로봇과 주위환경이 접촉한 지점에 좌표계의 원점을 둔다. 즉 $x_{d0} = 0$ 이다.

편의를 위하여 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 K_e &\equiv \text{diag}\{k_{e1}, k_{e2}, \dots, k_{en}\}, \\
 k_{ei} &= 1 \text{ for } i = 1, 2, \dots, k \\
 r &\equiv [r_1, r_2, \dots, r_n] = K_e x \\
 e &\equiv [e_1, e_2, \dots, e_n] = r - r_d, \quad \dot{e} = r - \dot{r}_d
 \end{aligned}$$

여기서, K_e 는 양확정상수행렬(positive definite matrix)이고, r_d 는 원하는 위치 및 힘의 궤도를 나타낸다. 본 논문에서 제안하는 건설 하이브리드 제어기는 아래와 같은 형태로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \tau_x &= \widehat{M}_x \widehat{K}_e^{-1}(\dot{r} - Se) + \widehat{C}_x \widehat{K}_e^{-1}(\dot{r} - Se) \\
 &\quad + \widehat{g}_x + \widehat{f}_x + \widehat{R} + P - K_a \widehat{K}_e^{-1}e - K_b \widehat{K}_e^{-1}\dot{e}
 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, \widehat{M}_x , \widehat{C}_x , \widehat{g}_x , \widehat{f}_x , \widehat{R} , \widehat{K}_e 은 불확실성을 포함하는 M_x , C_x , g_x , f_x , R , K_e 의 추측값 또는 대표값이고, S , K_a , K_b 는 설계 파라미터로서 다음과 같이 정의되는 양확정상수행렬이다.

$$\begin{aligned}
 S &\equiv \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_n\} \\
 K_a &\equiv \text{diag}\{k_{a1}, k_{a2}, \dots, k_{an}\} \\
 K_b &\equiv \text{diag}\{k_{b1}, k_{b2}, \dots, k_{bn}\}
 \end{aligned}$$

본 논문에서 제안된 건설제어기의 한계함수(bounding function)은 식 (6)과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned}
 \Phi(x, \dot{x}, t) &= -(\widehat{M}_x - M_x)(\widehat{K}_e^{-1} - K_e^{-1})(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + \widehat{M}_x(\widehat{K}_e^{-1} - K_e^{-1})(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + (\widehat{M}_x - M_x)\widehat{K}_e^{-1}(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad - (\widehat{C}_x - C_x)(\widehat{K}_e^{-1} - K_e^{-1})(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + (\widehat{C}_x - C_x)\widehat{K}_e^{-1}(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + \widehat{C}_x(\widehat{K}_e^{-1} - K_e^{-1})(\dot{r}_d - S\dot{e}) \\
 &\quad + (\widehat{g}_x - g_x) + (\widehat{f}_x - f_x) + (\widehat{R} - R) \quad (6)
 \end{aligned}$$

각 축에 대하여 각각 분리된 다음 함수의 경계함수 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ 를 구한다.

$$\begin{cases} \rho_1(x, \dot{x}, t) \geq |\phi_1(x, \dot{x}, t)| \\ \rho_2(x, \dot{x}, t) \geq |\phi_2(x, \dot{x}, t)| \\ \vdots \\ \rho_n(x, \dot{x}, t) \geq |\phi_n(x, \dot{x}, t)| \end{cases} \quad (7)$$

건설제어항 p 는 다음과 같다.

$$\mu_i \equiv (\dot{e}_i + s_i e_i) \rho_i(x, \dot{x}, t) \quad (8)$$

$$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]^T$$

$$p_i = \begin{cases} -\frac{\mu_i}{|\mu_i|} \rho_i, & \text{if } |\mu_i| \geq \varepsilon_i \\ -\frac{\mu_i}{\varepsilon_i} \rho_i, & \text{if } |\mu_i| < \varepsilon_i \end{cases} \quad (9)$$

여기서, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ 는 양의 상수인 설계파라미터이고, 각 축에 대해 따로 선정할 수 있다.

3.2 안정도 분석

다음과 같이 리아프노프 함수 후보를 선택한다.

$$V = (\dot{e} + S e)^T K_e^{-1} M_x K_e^{-1} (e + S e) + e^T K_e^{-1} (K_a + S K_b) K_e^{-1} e \quad (10)$$

식 (10)은 다음 부등식을 만족한다⁴.

$$\psi_1 \|\bar{e}\|^2 \leq V(\bar{e}, \dot{\bar{e}}) \leq \psi_2 \|\bar{e}\|^2 \quad (11)$$

ψ_1, ψ_2 양의 상수

시스템의 임의의 궤도를 추종하는 V 에 대한 시간의 미분치가 항상 음임을 보여준다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2(e + S e)^T K_e^{-1} M_x K_e^{-1} (\ddot{e} + S \dot{e}) \\ &\quad + (e + S e)^T K_e^{-1} \dot{M}_x K_e^{-1} (e + S e) \\ &\quad + 2e^T K_e^{-1} (K_a + S K_b) K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned} \quad (12)$$

식(3)과 (5)로부터

$$\begin{aligned} M_x K_e^{-1} \ddot{e} &= -(\widehat{M}_x - M_x)(K_e^{-1} - K_a^{-1}) \ddot{r}_d \\ &\quad - \widehat{M}_x K_e^{-1} \ddot{r}_d - M_x K_e^{-1} \ddot{r}_d \\ &\quad + \widehat{M}_x K_e^{-1} S \dot{e} \\ &\quad - (\widehat{C}_x - C_x)(K_e^{-1} - K_a^{-1}) \dot{r}_d \\ &\quad - \widehat{C}_x K_e^{-1} \dot{r}_d - C_x K_e^{-1} \dot{r}_d \\ &\quad + \widehat{C}_x K_e^{-1} S e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- C_r K_e^{-1} r + (\widehat{g}_x - g_x) \\ &\quad + (\widehat{f}_x - f_x) + (\widehat{R} - R) + P \\ &\quad - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e} \\ &\quad + 2 \widehat{M}_x K_e^{-1} (\dot{r}_d - S \dot{e}) \\ &\quad + 2 \widehat{C}_x K_e^{-1} (\dot{r}_d - S \dot{e}) \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)를 식 (12)에 대입하고, $\dot{M}_x(q) - 2C_x(q, \dot{q})$ 가 교대대칭이 되는 성질을 이용하여 정리하면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2(\dot{e} + S e)^T K_e^{-1} (\Phi + P) \\ &\quad - 2e^T K_e^{-1} S K_a K_e^{-1} e - 2 \dot{e}^T K_e^{-1} K_b K_e^{-1} e \end{aligned} \quad (14)$$

일반성을 잃지 않고 주어진 상태변수에 의해 다음을 가정할 수 있다.

$$\begin{cases} \text{if } |\mu_i| < \varepsilon_i, & i=1, \dots, l \\ \text{if } |\mu_i| \geq \varepsilon_i, & i=l+1, \dots, n \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2(\dot{e} + S e)^T K_e^{-1} (\Phi + P) \\ &\quad - 2e^T K_e^{-1} S K_a K_e^{-1} e - 2 \dot{e}^T K_e^{-1} K_b K_e^{-1} \dot{e} \\ &\leq 2 \sum_{i=1}^l \frac{|\dot{e}_i + s_i e_i|}{k_{ei}} \rho_i - 2 \sum_{i=1}^n \frac{|\dot{e}_i + s_i e_i|^2}{k_{ei} \varepsilon_i} \rho_i^2 \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{s_i k_{ai} e_i^2}{k_{ei} k_{ei}} + \frac{k_{bi} e_i^2}{k_{ei} k_{ei}} \right) \\ &\leq 2 \sum_{i=1}^l \left(\frac{|\dot{e}_i + s_i e_i|}{k_{ei}} \rho_i - \frac{|\dot{e}_i + s_i e_i|^2}{k_{ei} \varepsilon_i} \rho_i^2 \right) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \frac{k_{0i}}{k_{ei}} (e_i^2 + \dot{e}_i^2) \\ &\leq \frac{1}{k_{ei}} \left(\sum_{i=1}^l \frac{\varepsilon_i}{2} - K_0 \|\bar{e}\|^2 \right) < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$k_0 \equiv \min \left\{ \frac{2s_i k_{ai}}{k_{ei}}, \frac{2k_{bi}}{k_{ei}} \right\}, K_0 = \min \{k_{0i}, \dots, k_{0n}\}$$

그러므로 $\|\bar{e}\| > \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l \varepsilon_i}{K_0}}$ 일 때, 리아프노프함

수 후보 V 의 시간에 대한 미분치는 항상 음이다. 식(11)과 (16)에 의하여 불확실 로봇시스템의 대역적으로 실용적 안정성(practical stability)이 보장된다^{4,5}.

4. 시뮬레이션

SCARA 형태의 4축 로봇에 대하여 제안된 건설 하이브리드 제어기 성능을 비교한다. 4축은 고려하

지 않는다. 불확실 토크백터 f 도 20%의 불확실성을 가진다. 다른 불확실량들은 아래의 Table 1과 같다.

	Nominal 질량	경계
1축	10.71Kg	$8.57 \leq m_1 \leq 12.85$
2축	8.24Kg	$6.59 \leq m_2 \leq 9.89$
3축	1.41Kg	$1.13 \leq m_3 \leq 1.69$
강성(Ke)	4000	$3400 \leq K_e \leq 4600$

Table 1. 시스템 파라미터

x, y 축은 위치제어로 기준궤적은 $(0.3, 0.1)[m]$ 에서 $(0.4, 0.2)[m]$ 로 이동하는 시변 궤적이고, z 축은 힘제어로 기준힘은 $10[N]$ 이다.

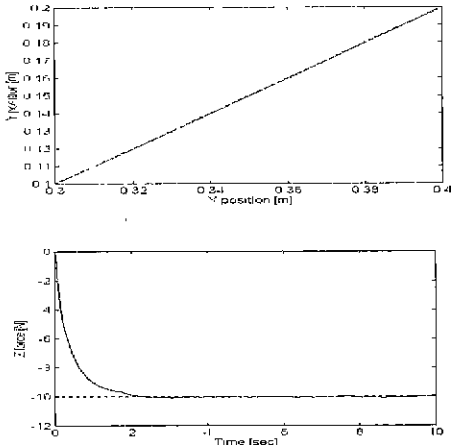


Fig 1. 기존의 제어기 시뮬레이션 결과 ($\epsilon_1 = 0.01, \epsilon_2 = 0.01, \epsilon_3 = 0.1$)

Fig.1 은 선행연구³에 사용된 제어기로 시뮬레이션한 결과이다. 경계함수를 각축마다 분리하여 1,2축의 불확실성이 3축에 영향을 미치지 않아서 더 작은 ϵ 값을 사용할 수 있다. 하지만 접촉환경의 정확한 정보를 알 수 없을 경우 문제가 된다.

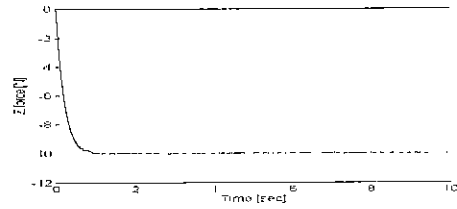
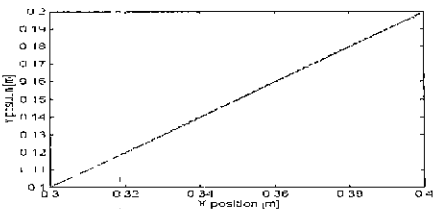


Fig 2. 개선된 제어기 시뮬레이션 결과 ($\epsilon_1 = 0.01, \epsilon_2 = 0.01, \epsilon_3 = 0.1$)

Fig.2는 본 논문에서 제안한 제어기로 시뮬레이션을 한 결과이다. 본 제어기는 각축에 분리된 경계함수를 사용하였고, 접촉환경의 강성경계를 제어기에 이용함으로써 정확한 강성의 정보를 알 수 없어도 만족스런 성능을 얻을 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 선행연구에서 경계함수와 ϵ 을 분리한 견실 하이브리드 제어기에 강성경계를 고려한 개선된 견실 하이브리드 제어기를 제안하고 그 안정성이 보장됨을 보였다

제안된 제어기는 알 수 없는 강성의 정확한 값을 알지 못해도 강성경계를 이용하여 설계자가 원하는 성능을 얻을 수 있도록 하였다.

참고문헌

1. 한명철. "Robust hybrid control for uncertain robot manipulator", KACC, pp. 418-421, 1995.
2. 한명철, 하인철 "강성경계를 가지는 견실한 위치/힘 제어", KSME, pp. 517-522, 2000.
3. 한명철, 하인철, 김재홍 "불확실 로봇의 개선된 견실 하이브리드 제어", KSPE, pp.161-164, 2000.
4. M. C. Han and Y. H. Chen, "Polynomial robust control design for uncertain system", Automatica, Vol.28, No. 4, pp. 809-814, 1992.
5. M. J. Corless and G. Leitmann "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, No.5, pp. 1139-1144, 1981.