

공압방진시스템의 비선형 모델링과 해석을 통한 최적설계기술 개발

문준희*(서울대 대학원 기계설계학과), 박희재(서울대 기계항공공학부)

Development of the Optimal Design Technique for the Pneumatic Vibration Isolation System by Nonlinear Modeling and Analysis

J. H. Moon(Dept. of MDPE, SNU), H. J. Pakh(School of MAE, SNU)

ABSTRACT

The pneumatic vibration isolation systems have been widely used in industry and laboratories, but the full mathematical analysis and nonlinear modeling techniques have not been reported yet, even while the nonlinear features of the pneumatic vibration isolation system decide the main characteristics. For instance, the orifice in a pneumatic vibration isolator has been traditionally considered as a simple viscous damper, which was too much simplified to explain the performance of the isolation system. In this paper, the nonlinear characteristics are considered for the orifice and chamber, etc. The numerical simulation is carried out by the MATLAB/Simulink software. From the analysis result, a clear trend of the nonlinear features is shown: the vibration transmissibility changes not only due to the excitation frequency but also due to the amplitude of the vibration excitation. Therefore various design parameters are optimally chosen for the vibration isolation system. The proposed methods show good compatibility between the analysis results and the experiments.

Key Words : Vibration Isolation (진동절연), Pneumatic System (공압시스템), Nonlinear Modeling (비선형 모델링), Optimal Design (최적설계)

1. 서론

모든 정밀 가공기와 정밀 측정 장비는 온도, 진동, 습도, 먼지 등과 같은 환경의 영향을 많이 받는다. 특별히 진동에 대해서는 일반적으로 건물과 지반에 상존하는 진동의 진폭이 0.1에서 10 μm 인 것으로 알려져 있으며,⁽¹⁾ 이것은 정밀 장비들의 최소 분해능을 넘는 것이어서 이런 환경 하에서 장비의 정밀도는 의미를 잃게 된다. 이러한 이유로 산업 현장과 연구소에서 정밀 장비들을 위해 방진 시스템이 널리 쓰이고 있다.

그 중에서도 국부적인 방진을 위해 가장 널리 쓰이고 있는 공압 방진대의 경우, 아직은 실험이나 경험적인 방법을 사용하여 설계를 하고 있는 형편이다. 최적설계를 위한 여러 가지 기계적/수학적 해석이 국내외에서 연구되었지만⁽²⁾, 실제 설계에 적용할 정도로 실제 테스트 결과와 근사한 경향을 보이는 해석은 개발되지 못하였다.

공압 방진 시스템은 기본적으로 일반 질량-스프링 방진 시스템에 비해 비선형적인 요소들을 많이 가지고 있다. 그 중에서도 오리피스스의 경우 유량방정식을 통해 알 수 있는 것은 양측의 압력 강하가 유량의 제곱에 비례하는 비선형 요소이다. 기존의 연구에서 이 요소를 선형 감쇠기로 모델링을 하여서 연구하였기에, 이 요소로 인한 많은 비선형적인 특성들을 해석할 수 없었다.

이번 연구에서는, 공압 방진대에 있어서의 비선형적인 요소들을 비선형으로 해석하는 것을 통해서 실제 시스템과 근사한 결과를 보이는 해석 방법을 개발하고, 이를 다시 등가 선형 모델링을 하여 계산상의 최적화를 이루었다. 그 결과로, 위의 해석을 통해 공압 방진 시스템의 최적 설계 기술 개발을 이룰 수 있었다.

2. 공압 방진 시스템의 일반적 특성 및

2.1 전체 시스템

전형적인 공압 방진대를 Fig. 1에서 보여주고 있다.

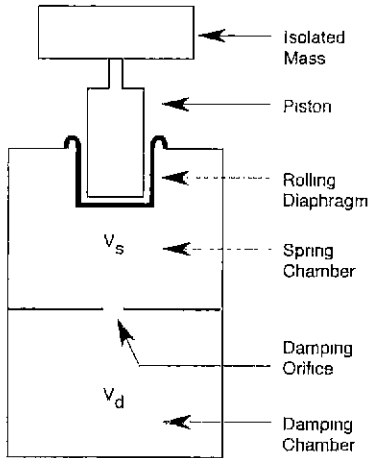


Fig. 1 Schematic diagram of a pneumatic vibration isolator

공압 방진대는 상·하의 공기방(Air Chamber)과 사이의 오리피스(Orifice), 공기의 밀봉과 하중의 원활한 움직임을 이루는 격막(Elastomeric Diaphragm), 그리고, 하중(Mass) 및 피스톤(Piston)으로 구성되어 있다. 앞으로 편의상 위의 시스템을 공기마운트(Air Mount)라고 부르기로 하자.

2.2 공기방

체적의 변화가 있는 밀폐된 공기방은 결론적으로 말하면 스프링과 같은 역할을 하게 된다.

공기방의 미세한 체적의 변화는 압력의 변화를 가져오며 이 과정이 기계적인 진동과 같이 짧은 시간에 일어날 경우 열의 유출입이 없다고 볼 수 있다. 따라서, 이 과정은 단열과정의 기체방정식으로 기술 될 수 있다.

$$P_0 \cdot V_0^k = P \cdot V^k \quad (1)$$

여기서 k는 공기의 비열비(specific heat ratio)이다.(k=1.4) 따라서, 미세체적 변화에 의한 압력변화는 다음과 같이 된다

$$\Delta P = P - P_0 = P_0 \left[\left(1 + \frac{\Delta V}{V_0} \right)^{-k} - 1 \right] \quad (2)$$

2.3 오리피스

일반적인 오리피스(Sharp-edge orifice)의 유량은 다음과 같이 나타낸다⁽³⁾

$$Q = \frac{C_d A_2}{\sqrt{1 - (A_2/A_1)^2}} \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \quad (3)$$

여기서,

A_1, A_2 : 파이프/오리피스의 단면적 (m^2)

P_1, P_2 : 압력 (Pa)

$C_d (= \frac{Q_a}{Q_c})$: 송출계수 (discharge coefficient)

여기서 C_d 의 계산을 위해서 여러 가지 보정식이 있으나, 이는 β (파이프에 대한 오리피스의 지름비)와 Re_D (레이놀즈 수)의 함수이고, β 값이 작은 경우에는 0.6에서 0.65정도의 일정한 값을 가진다.

식(3)은 P_2/P_1 가 0.9일 때, 6%의 오차를 보이며, 0.8일 때 12%, 0.7일 때 19%, 0.6일 때 26%의 오차를 보인다 이 후에 나올 시뮬레이션에 의해서 얻은 결과로는 진폭 1mm, 가진주파수 3.2Hz(윗 공기방의 고유진동수)로 가진한 경우(이것은 가장 극심한 조건이다)에도 $P_2/P_1=0.9$ 정도가 되어 식(3)을 그대로 사용할 수 있다.

식 (3)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\Delta P = C(\Delta V)^2 \quad (4)$$

압력차 ΔP 는 올려지는 하중에 비례하고, 유량

ΔV 는 변위에 비례하기 때문에, 이것은 변위의 제곱에 비례하는 감쇠력을 갖는 댐퍼라고 할 수 있다. 오리피스의 감쇠 특성은 에너지 소산 뿐 아니라 독특한 등특성을 가지고 있다 이는 감쇠 계수가 가진 되는 진폭이나 주파수에 따라 달라진다는 것이다.

2.4 가진조건

공기마운트를 가진하는 것은 바닥의 진동에 의한 것이므로 바닥이 가진되는 것을 가정하여야 한다. 바닥가진은 공기마운트 전체를 움직이므로 피스톤과 공기방 사이의 상대변위, 공기의 가속도에 의한 압력구배의 발생을 일으킨다

먼저 압력 구배를 고려하면, 다음의 식에서

$$\Delta P_G = \hat{i} \frac{\partial P}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial P}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial P}{\partial z}$$

상하방향의 가진이므로 k방향성분만 고려하며, 중력과 가진가속도에 의해 형성된다. 중력에 의한 항은 오리피스의 길이가 상당히 짧아서 무시할 수 있으므로, 가진 가속도에 의한 항만 고려하여 윗 공기방의 가장 아랫 부분과 아래 공기방의 가장 윗부분의 압력 차이를 구한다

$$\Delta P_G = \Delta P_{G\text{upper}} - \Delta P_{G\text{lower}} \quad (5)$$

$$= \rho \cdot a \cdot (h_{\text{upper}}/2 + h_{\text{lower}}/2)$$

극심한 가진 상태를 고려해 보자. 가진 주파수가 100 Hz이고 진폭이 1mm인 경우에는 a_{max} 는

$$a_{\text{MAX}} = X \cdot \omega^2 = 40.3g$$

여기서, g는 중력가속도이다.

식(5)에 대입하면, $\Delta P = 64.8 Pa$ 이다.

이는 압력구배를 고려하지 않고 동일한 조건에서 다음절에서 개발된 프로그램으로 시뮬레이션을 수행한 결과 양 공기방의 최대 압력차는 13kPa정도여서 앞에서 구한 값의 200배 정도의 값을 갖는다 위의 시뮬레이션을 통해서, 압력 구배는 고려하여야 할 조건이 아님을 알 수 있다.

그 다음, 바닥진동은 직접적으로 마운트를 움직이지만 피스톤은 관성으로 인해 순간적으로는 움직이지 않기 때문에 다음 관계식을 얻을 수 있다

$$\Delta V_1 = A_p(x_{piston} - x_{ground}) \quad (6)$$

3. 시뮬레이션

3.1 관계식

2장에서 수식화를 기초로 전체 공기마운트 시스템을 지배하는 관계식을 정리하면 다음과 같다.

하중과 공기스프링과의 관계식:

$$\Delta P_1 = \frac{M}{A_p} \ddot{x}_{piston} \quad (7)$$

공기마운트 내의 압력 관계식:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 + \Delta P_{orn} \quad (8)$$

여기서,

$$\Delta P_1 = -\frac{P_0 \gamma}{V_1} (\Delta V_1 - \Delta V_2) \quad (9)$$

$$\Delta P_2 = -\frac{P_0 \gamma}{V_2} \Delta V_2 \quad (10)$$

$$\Delta P_{orn} = -C_{orn} (\Delta \dot{V}_2)^2 \text{sign}(\Delta \dot{V}_2) \quad (11)$$

3.2 알고리즘

3.1절에서 정리한 관계식은 MATLAB/Simulink 프로그램에 의해서 시간영역에서 수행되었다. 수행 순서는 다음과 같다. 바닥진동이 들어오면 그것은 윗방의 부피변화를 일으키고 이것은 윗방의 압력 변화를 가져와 아랫방과의 압력차에 의해서 오리피스 통과 유량이 발생한다 오리피스를 통과한 유량은 아랫방의 부피를 변화시켜 아랫방에서도 압력변화가 이루어진다 이것은 다시 오리피스 통과 유량의 변화와 윗방의 체적변화를 일으키고 이는 피스톤에 가해지는 압력의 변화를 가져온다. 이와 같은 과정을 반복수행하여서 비선형 수치해석을 수행하였고, 미분 해석을 위해서 Runge-Kutta Method가 사용되었다.

3.2 전달율의 계산

위의 모의실험에 의해서 얻어진 가진 진동과 테이블 위의 진동의 시간 영역에서의 결과는 다시 FFT 알고리즘을 통해 주파수 영역으로 변환되어 전달율을 계산하는데 쓰여진다

방진시스템의 요소들을 선형적인 것으로만 여기면 전달율은 선형적인 전달함수를 통해 얻을 수 있고 이는 가진 진폭의 크기와는 무관하고 가진주파수에만 의존하는 결과를 얻게 된다. 하지만, 비선형적인 특성을 고려하면 진폭의 크기에도 의존하는 전달율을 얻게 된다. 그 결과는 Fig. 2과 같다.

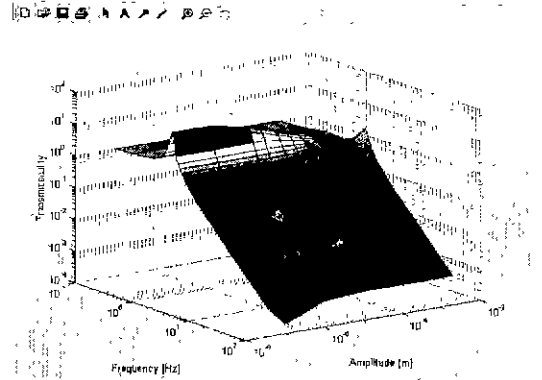


Fig. 2 Transmissibility of a vibration isolator

4. 등가 선형 모델링

4.1 등가 감쇠 계수

등가 감쇠 계수(Equivalent Damping Coeff.)는 댐퍼를 삼각함수로 1주기를 가진했을 때 실제시스템과 선형성을 나타내는 점성댐퍼의 소산에너지를 비교하여 구하게 된다⁽⁴⁾

$$\oint C_{eq} \dot{x} dx = \oint C x^2 \cdot \text{sign}(\dot{x}) dx$$

여기서 우변은 식(4)를 대입하여 얻은 것이다.

정현파 가진이므로 $x = X \sin \omega t$ 를 대입하면

$$C_{eq} = \frac{8}{3\pi} \omega X C \quad (12)$$

를 얻을 수 있다

이 식은 모델의 선형화하는데 사용될 수 있고, 오리피스의 가진의 진폭이나 진동수가 클수록 감쇠 효과가 커진다는 기계적 성능을 설명할 수 있다.

4.2 공기 스프링

공기방의 압력-부피 관계식은 Taylor Expansion에 의해서 간단히 선형화될 수 있다. 부피와 압력의 변화가 전체 크기에 비해 미세하기 때문에 급수의 1차항만 고려하여도 충분히 정확한 값을 얻게 된다. 따라서 식(2)는 다음과 같이 선형화된다.

$$\Delta P = P - P_0 = P_0 \left(\frac{-kA}{V_0} x \right) \quad (13)$$

위의 결과들을 통해서 Fig.3와 같은 등가 기계 모델을 만들 수 있고 이를 바탕으로 선형화된 전달함수에 의한 계산이 가능하게 된다.

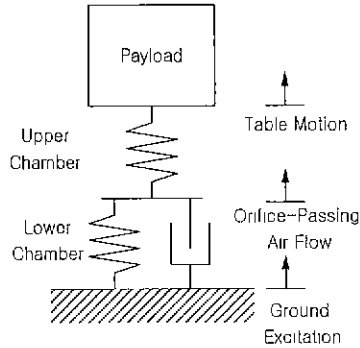


Fig. 3 Equivalent Mechanical Model

4.3 전달율의 계산

3장에서와는 달리 여기서는 시간영역에서의 계산 없이 바로 주파수영역에서 전달함수를 계산함으로써 전달율을 계산할 수 있다. 하지만, 식(12)의 계산을 위해서는 반복계산법이 필요하며, 이 반복계산의 신속한 수렴을 위해서 modified successive under-relaxation method를 사용하였다.⁽⁵⁾

이 계산법은 2개의 공기방을 갖는 공기마운트에 대해서는 계산 속도를 비선형 계산에 비해서 100배 이상 향상시켰으며 비선형 계산으로는 계산시간이 너무 많이 소요되어서 해석이 곤란한 여러 개의 공기방을 갖는 공압 방진대의 해석을 가능하게 하였다. Fig. 4는 3개의 방을 갖는 공기마운트에 대한 전달율 계산 결과이다.

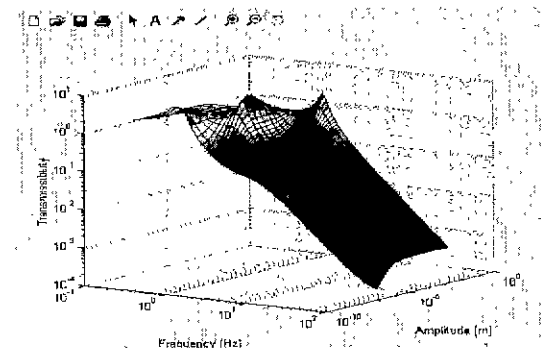


Fig. 4 Transmissibility of a triple chamber pneumatic vibration isolator

5. 실험 결과와의 비교

5.1 비선형적 경향 비교

미국 KSI 사의 Catalog⁽⁶⁾에 실린 실험 결과와 본 연구에서 수행한 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 오리피스 면적이 작거나 진폭이 크거나 가진주파수가 크면 윗 공기방의 영향이 우세해지고, 그 반대의 경우에는 위와 아래의 공기방을 합쳐놓은 부피의 영

향이 커지는 것을 실험과 시뮬레이션에서 모두 확인할 수 있었다

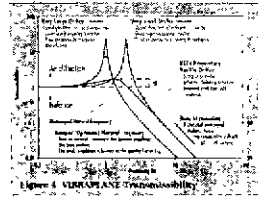


Fig. 5(a) KSI catalog

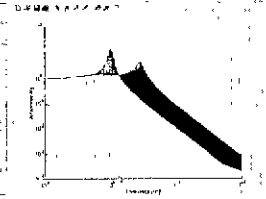


Fig. 5(b) Simulation

5.2 고유진동수 비교

실험은 미국 KSI사의 1206-200-12-A 제품을 가지고 수행하였고, 이 제품의 사양을 시뮬레이션의 입력값으로 사용하였다

실험을 통해 얻은 고유진동수는 3.0Hz로서, 시뮬레이션 결과에서 윗 공기방의 영향이 강하게 나타날 때의 고유진동수인 2.91Hz와 근사한 결과를 보인다 (Fig.5(b) 참조) 이는 공기마운트를 시험할 때 큰 진폭의 영역에서 실험하였음을 말해 준다.

6. 결론

비선형 시뮬레이션에 의한 동특성 파악으로 공기 스프링과 오리피스의 비선형성의 물리적인 의미를 확인하였으며, 이는 실험결과와 매우 근사한 경향과 결과를 보였다. 이를 통해 각종 설계사양(각 공기방의 크기, 오리피스 구멍의 면적, 피스톤의 단면적 등)이 공압방진대에 미치는 영향을 정확하게 예측할 수 있게 되어 설계사양을 최적설계 파라미터로 이용하는 방법이 개발되었다

참고문헌

1. K. Peter Heiland, "Recent Advancements in Passive and Active Vibration Control Systems", SPIE Vol.1619, Vibration Control in Microelectronics, Optics and Metrology, 22-33, 1991
2. G. Popov and S. Sankar, "Modelling and Analysis of Non-linear Orifice Type Damping in Vibration Isolators", J. Sound and Vibration, 183(5), 751-764, 1995
3. E. O. Doebelin, *Measurement Systems - Application and Design*, 4th Ed. McGraw-Hill, p.566, 1990
4. Francis S. Tse et al., *Mechanical Vibrations*, 2nd Ed. Allyn and Bacon p.122-125, 1978
5. Burden et al., *Numerical Analysis*, 2nd Ed. Weber & Schmit, 1981
6. Kinetic Systems Inc., *Vibration Isolation Products Catalog*, 1999