

# 공작기계구조물의 동강성 해석 및 동적 최적화에 관한 연구

이영우\*(창원대 메카트로닉스공학부), 성활경(창원대 기계공학과)

## Dynamic Compliance Analysis and Optimization of Machine Structures

Y. W. Lee(Mechatronics Eng. Dept., CNU), H. G. Seong(Mech. Eng. Dept., CNU)

### ABSTRACT

Recently, as the demand for high efficiency, multi function machine tools is increasing, domestic machine tool industries are investing in research and development for precision machine tools with high speed. This trend is closely correlated with the design technique which is necessary to make new type machine tool compatible with new production system. To achieve high precision, high speed machine tools with reduced chatter, it is needed to develop dynamically rigid structure.

In this paper, dynamic optimization of machine structure is presented. At this procedure of dynamic design, dynamic compliance is minimized using Simple Genetic Algorithm(SGA).

**Key Words** : Dynamic Optimization(동적 최적화), Dynamic Compliance(동컴플라이언스)

### 1. 서론

최근 고속절삭용 공구의 발달과 함께 가공품의 생산성 및 품질향상에 대응하면서, 또한 항공기, 자동차, 반도체 등 첨단산업의 급속한 발전으로 인한 고정밀 부품 가공의 요구 증가에 능동적으로 대처할 수 있는 공작기계의 고정밀화, 고속화 기술에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 이에 공작기계의 주축계, 이송계 등 핵심부의 가공 및 조립기술, 그리고 구조계의 정적, 동적 등의 분석 및 최적화 기술은 공작기계의 설계기술 확보, 성능 향상에 필수적인 사항이 될 것이다.

이처럼 공작기계에 대한 요구사항은 시대에 따라서 점차 변하고 있는 추세이고, 그 중에서도 현 시점에서 우리가 주목해야 하는 것은 정밀도가 높으며, 정적, 동적 그리고 열에 대한 강성이 우수한 공작기계의 요구조건이라고 할 수 있다. 특히 정적인 특성과 함께, 공작기계에 있어서는 절삭점에서의 공구와 공작물 사이의 동적 거동이 가공 정도(精度)와 능률과 같은 공작기계의 가공성능에 직접적인 영향을 주고 있음을 인지해야 한다. 이러한 성능을 설계 단계에서 평가하기 위해서는 절삭력에 대한 공구와 공작물 사이의 상대적인 리셉턴스 주파수 응답이 구해지

지 않으면 되지 않는다. 강제 진동의 경우에는 상대 변위가 구조내의 가진력(加振力)원에 의해서 야기되지만, 자력 진동의 경우엔 절삭점에서의 절삭력 변동 등에 기인하는 힘에 의해서 발생된다. 이 중에서도 제생형 자력 채터 진동에 의한 트러블은 가장 귀중한 문제이고, 공작기계의 제작 후에는 그 해결이 무척 곤란하기 때문에 설계 단계에서 명확하게 평가되지 않으면 안되는 것이다.

그러나 공작기계와 같이 복잡한 구조물로 이루어진 경우 동적인 특성을 설계단계에서 미리 예측한다는 것은 매우 힘들고, 요구되는 성능과 기계구조물의 동적인 강성 사이의 관계가 명확하게 정의되어 있지 않기 때문에 최근에 광범위한 연구활동의 대상이 되어 있다.<sup>(4)</sup>

본 연구에서는 공작기계 구조물의 최적설계를 효과적으로 얻기 위해, 동특성(動特性) 평가를 통하여 설계의사결정법을 구축하고, 리셉턴스의 최소화 목적함수를 실현하기 위하여 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm)을 적용하여 최적해를 구하는 방법을 제안한다. 이하에서는 동강성 평가에 의한 동적 설계 최적화법의 기본개념 및 고정도(高精度), 고능률(高能率)이 요구되는 기계구조물의 최적설계를 얻기 위한 실제적인 순서, 그리고 유전자 알고리즘을 이용한

최적화 방법에 대해서 서술하고, 마지막으로 제안한 방법을 공작기계구조에 적용하여 유용성을 예증(例證)한다.

## 2. 점성 감쇠계의 전달함수 이론

### 2.1 컴플라이언스

Fig 1의 1 자유도 점성계에 외부로부터 시간에 따라서 변화하는 기진력(Exciting Force)이 작용하는 경우, 운동방정식을 다음과 같이 쓸 수 있다

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

우선, 외력이 다음과 같이 표현되는 조화기진력이라고 해보자

$$f(t) = Fe^{j\omega t} \quad (2)$$

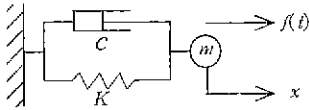


Fig. 1 Viscous Damping System

이 경우의 응답은 일반해와 특별해의 합으로 이루어지고, 일반해에 해당되는 부분은 감쇠비  $\zeta < 1$  일 때 각진동수의 감쇠진동으로 되고, 시간이 지남에 따라 감소해서 소멸하게 된다. 한편 특별해는 기진력과 동일한 조화함수로 남게 된다

그래서 기진력과 응답의 비 중 주파수  $\omega$ 의 성분  $G$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$G(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{1/k}{1 - \beta^2 + 2j\zeta\beta} \quad (3)$$

$$= \frac{1 - \beta^2 - 2j\zeta\beta/k}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2} \quad (\text{단 } \beta = \omega/\Omega)$$

식 (3)은 복소수로 표현되기 때문에, 그대로 이용하기보다는 크기(Amplitude)와 위상(Phase) 혹은 실수 및 허수부(Real, Imaginary Part)로 분리한 형태를 이용하게 된다. 우선 진폭과 위상으로 분리하면

$$G = |G|e^{j\phi}$$

$$|G| = \frac{1/k}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}}, \tan \phi = -\frac{2\zeta\beta}{(1 - \beta^2)} \quad (4)$$

한편 실수, 허수부로 분리하면 다음 식과 같다

$$G = G_{re} + jG_{im}$$

$$G_{re} = \frac{(1 - \beta^2)/k}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}, \quad (5)$$

$$G_{im} = \frac{-2\zeta\beta/k}{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}$$

이것은 식(2)에서 보여주듯이 기진력  $f(t)$ 가 처음부터  $\omega$ 의 성분밖에 포함되지 않은 특별한 조화함수의 경우에 대해서 미분방정식을 풀어서 응답을 구한

것이 된다. 식(3)~(5)는 출력인 응답과 입력인 기진력의 비, 즉 단위진폭의 기진력에 대한 응답진폭을 각 진동수  $\omega$ 의 복소함수형으로 표현한 것이다.

일반적으로 이와 같은 출력과 입력의 비로서 현상의 전달상태를 나타내는 것을 전달함수(Transfer Function)라고 부른다. 그리고 이 식들의 분모는 무차원 량이고,  $G$ 는 스프링강성의 역수 단위를 가지며, 동(動)컴플라이언스(Dynamic Compliance) 또는 컴플라이언스라 하며, 리셉턴스(Receptance)라고도 한다.

### 2.2 동강성(動剛性)

앞 절의 전달함수에서 동강성은 컴플라이언스의 역수  $1/G$  은 식(3)에 의해

$$1/G = F/X = k(1 - \beta^2 + 2j\zeta\beta) \quad (\text{단, } \beta = \omega/\Omega) \quad (6)$$

먼저 크기와 위상으로 분리해서 쓰면,

$$1/G = |1/G|e^{j\phi}$$

$$|1/G| = k\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}, \quad (7)$$

$$\tan \phi = \tan(-\phi) = 2\zeta\beta/(1 - \beta^2)$$

또한 실수와 허수부로 분리해서 쓰면,

$$1/G = (1/G)_{re} + (1/G)_{im}$$

$$(1/G)_{re} = k(1 - \beta^2), (1/G)_{im} = 2k\zeta\beta \quad (8)$$

동강성은 컴플라이언스의 역수이지만, 식(8), (5)를 비교하면, 서로 다른 것을 볼 수 있다. 이는 실수와 허수부로 분리했을 때, 역수관계가 성립하지 않음을, 즉 다음과 같은 관계에 주의해야 한다.

$$(1/G)_{re} \neq 1/G_{re}, \quad (1/G)_{im} \neq 1/G_{im}$$

이상의 요인을 이용해서 공작기계 구조물의 정강성과 동강성을 평가할 수 있다. 절삭점에서의 리셉턴스 주파수 응답의 어떤 진동수  $\omega$ 에서의 (절삭력 방향의) 기진력  $F$ 와 절삭점의 공구와 공작물의 상대변위  $X$ 에 관한 전달함수  $G$ 는 비례감쇠계로 근사하여 식 (3)을 다음과 같이 표시 할 수 있다

$$R(\omega) = \frac{X}{F}(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{f_m}{1 - (\frac{\omega}{\omega_m})^2 + 2j\frac{\omega}{\omega_m}\zeta_m} \right) \quad (9)$$

여기에서  $j$ 는 허수,  $\omega_m, \zeta_m$ 은  $m$ 차 고유모드에 있어서 고유진동수와 감쇠비이다.  $f_m (= 1/k)$ 은 절삭점에서의 기진력과 변위 사이의 Modal Flexibility 이고, 다른 고유 모드가 존재하지 않을 때,  $m$ 차 고유진동수에서의 리셉턴스 값은 식 (9)에서 다음 식과 같이 근사할 수 있다

$$R(\omega) \cong \frac{-jf_m}{2\zeta_m} + \sum_{n=1, n \neq m}^{\infty} \left( \frac{f_{in}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \right) \quad (10)$$

식(9)의  $\omega$ 에 0을 대입한  $R(0)$ 은, 정컴플라이언스  $f_s$ 와 등가이기 때문에, Modal Flexibility  $f_m$ 과 정컴플

라이언스  $f_s$  사이에는 다음 식이 성립한다.

$$f_s = \sum_{m=1}^{\infty} f_m \quad (11)$$

위에서 전체 고유모드에 걸친 Modal Flexibility  $f_m$ 의 총합은, 정킴플라이언스  $f_s$ 에 일치하는 것을 알 수 있다.

### 3. 동강성 평가 및 최적화

#### 3.1 동강성 평가

공작기계의 가동시에 있어서 재생형 자려 채터진동 발생하면, 공구와 공작물 사이의 진동 빈위가 무척 증가하고, 공작물의 가공면 표면조도도 증가한다. 이 때문에 재생형 자려 채터진동의 발생은, 극도로 낮은 가공정도와 가공능률을 가져온다. 그래서 재생형 자려 채터진동에 대한 안정 한계는, 공구와 공작물 사이의 상대 컴플라이언스 즉, 리셉턴스  $R$ 의 최대치  $R_{m,max}$  ( $m$ 차 고유모드에 있어서 최대로 한 다)의 크기에 의존하게 된다. 엄밀하게는 최대가 되는 지점의 실수부의 크기가 평가되지만 그것은 불필요하게 복잡한 해석을 필요로 한다. 가능하면  $R_{m,max}$ 를 실용적으로 이용하는 것이 바람직하다 또한 재생형 자려 채터진동에 대한 안정성을 증가하기 위해서는  $R_{m,max}$ 를 작게 해야 한다.

설계단계에서 특성 파악에 있어서, 진동 감쇠능 과 같이 정확하게 모델화가 곤란하고, 기진력 방향 이 변동하는 등 명확하게 설정하기 어려움이 있다. 특히 결합부의 감쇠능에는 접촉면의 특성 및 유막의 상태 등이 관계해서, 설계단계의 해석을 위한 자료 에는 필연적인 오차를 포함하게 된다. 만일 그 감쇠 능의 데이터가 에매할 경우에는, 얻어진 결과를 그 대로 설계에 적용해도 도움이 되지 않을뿐더러, 잘못된 결론을 이끌어 내게 될지도 모른다. 이러한 상 황에 있어서도 성능에 관한 평가를 가능하게 하는 것이 "Modal Flexibility" 개념이다.

각 고유모드에 있어서 리셉턴스는 그때의 Modal Flexibility  $f_m$ 과 감쇠능을 나타내는 감쇠비  $\xi_m$ 의 크기 에 의존하게 된다 따라서 리셉턴스가 큰 고유 모드 에서는  $f_m$ 이 크고, 또한  $\xi_m$ 이 작게 된다.

고유진동수, Modal Flexibility 및 정킴플라이언스 는 설계 단계에서 구조해석에 의해 거의 정확하게 구해지지만, 감쇠비를 많은 고유 Mode에 걸쳐서 정 확하게 구하는 것은 거의 불가능하다. 그러나 리셉 턴스 주파수 응답의 대략적인 형상은 고유진동수의 값과 Modal Flexibility의 분포에 의해서 정해지고, 고 유진동수 부근에 있어서만 감쇠비의 값이 영향을 미 친다는 것을 알아야 한다. 그리고 이 감쇠비는 경험 적으로 정해지는 것이 많았다.

#### 3.2 동강성 평가를 통한 단일 목적 최적화

동적 최적화에 있어서는, 정적으로 구현된 최적 화 모델을 대상으로 유전자 알고리즘을 적용하여 최 적화를 실시한다. 동강성의 최대화라는 단일 목적함 수를 가지기 때문에 최적화 알고리즘의 적용이 용이 하고 또한 해가 국소적인 최적치에 수렴할 가능성도 작아지게 된다.

Fig 2와 같이 본 연구에 적용되는 킬형 공작기계 구조물은 운동 특성에 따라 연결부를 가지고, 여러 결합부가 포함되는 이 시스템에서 결합부의 특성은 상당한 영향력을 가지게 된다. 결합부의 감쇠효과 증가는 결합부 강성의 저하 즉, 정킴플라이언스  $f_s$ 의 증가를 초래할 수 있고, 또한  $f_s$ 의 증가는 결합부에 축적되어지는 복원에너지의 분포 비율이 크게 되는 것을 의미하기도 한다. 그리고  $m$ 차 고유모드에 있어 서, 결합부에서의 복원에너지 분포 비율이 크게 되 면, 고유모드의 감쇠비  $\xi_m$ 이 증가하게 되고, 이는 리 셉턴스의 최대치  $R_{m,max}$ 를 얻을 수는 있지만 정킴플 라이언스  $f_s$ 의 바람직하지 못한 증가를 가져오는 서 로 상반되는 관계를 만든다. 그래서 적절한 감쇠비 의 설정은 정강성 및 동강성의 최적화를 동시에 만족할 수 있는 해를 구할 수 있게 한다.

즉, 감쇠효과를 메개 변수로 해서 리셉턴스의 최 대값을 최소화하면서 정킴플라이언스의 증가량을 최 소화하는 문제는 다목적함수의 문제가 된다. 하지만 본 연구에서는 정적으로 안정화 된 모델을 가정하여 식(3)의 동(動)킴플라이언스  $G(\omega)$ 를 목적함수로 정의 하고 동강성(動剛性) 평가함수의 최소화 문제로 다 음과 같이 정식화한다.

$$\text{Minimize } \Psi_1(G(\omega))$$

$$\text{Subject to } C_v = x, -x_j^U \leq 0, \quad (12)$$

$$C_v = x_j^L - x, \leq 0, \quad i=1,2 \quad j=1,2,3$$

그리고 단위 조화기진력(Unit Harmonic Excitation force)을  $x$  방향으로 적용하고, 또한 유전자 알고리즘 을 이용하여 최적화를 수행하기 위하여 목적함수를 다음 식과 같이 변환한다.

$$\Psi_1 = R_{m,max} \quad (13)$$

여기서  $R_{m,max}$ 는 가진(加振)점 자신의 동킴플라이 언스(리셉턴스)를 평가하는데, 최대 값을 탐색해서 목적함수로 설정한다. 그리고 유전자 알고리즘을 이 용하여 전역적인 최적값을 탐색할 수 있도록 적합도 함수(Fitness Function)를 다음과 같이 정의한다.

$$\text{Fitness} = \frac{C_1}{C_2 + \Psi_1}$$

where  $C_1, C_2$ : Constant

$\Psi_1$  Object Function for Optimization step

### 3.2 켈형 공작기계 구조물의 최적화

본 연구에서 적용되는 모델은 Fig. 2와 같은 초고속형 Line Center 인데, 이는 단독기 및 트랜스퍼 라인에서, Flexible Line을 구성하기 위한 전용기로서 중추적인 역할을 할 수 있는 기계구조물이다. 또한 전용기로 사용될 때는 자동차 및 전자제품의 생산을 위한 다수의 주축을 갖는 기기에 비해 켈과 크레들로 이송 축을 대신하며, 하나의 주축을 갖는 특성을 지닌 켈형 고속 Machining Center로서의 역할을 충실히 해낼 수 있는 기기이다

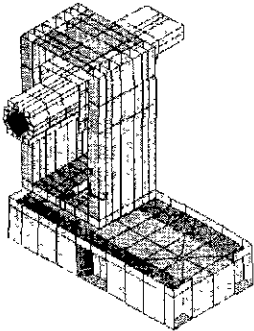


Fig. 2 Dynamic Analysis Model with 3 type Element

#### 3.2.1 구조부재 및 결합부의 단순화

Fig. 2의 공작기계 구조모델을 이용해서, 제안한 설계최적화 방법의 유용성을 예증한다. 공작기계의 고정도, 고능률을 실현하기 위해서는 칼럼부재가 가장 중요하지만, 여기에서는 칼럼부재를 포함한 모든 부재를 대상으로 상세설계를 고려한다. 절삭하중에 의해 발생하는 변형은 부재(Components)사이에서 전달되는 힘의 유동(Force Flux)의 결과로 발생한다. 따라서 변형을 보다 현실적으로 예측하기 위해서는 각 부재들 사이의 결합부 모델이 필요하게 된다. 또한 정력학적 해석에 비해서 동력학적 해석은 시간 및 주파수의 증분에 따라 반복적인 해석이 수행되어야 하기 때문에 시간을 많이 요하게 된다. Fig. 2의 유한요소 모델에서는 9종류의 두께에 해당하는 단면 특성이 적용되었고, 결합부의 특성을 평가하기 위하여 TSDA요소(Translational Spring-Damper Element)가 적용되었다 이 부분에서 스프링 상수 값은 THK 모델의 실험값을 이용하여 계산하였다

#### 3.2.2 동강성 평가 결과

유전자 알고리즘을 이용하여 30세대 동안 최적화를 행한 결과 동컴플라이언스  $R_{mx}$ 는 다음과 같이 최적화 되고 있음을 알 수 있었다

$$R_{mx}(Non-Damping) = 0.3738 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow R_{mx}(Optimized with Damping) = 0.82188 \times 10^{-6}$$

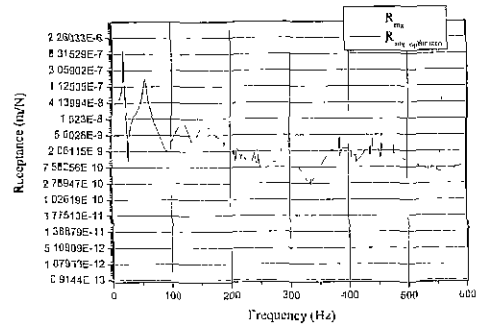


Fig. 3 Optimized Dynamic Compliance  $R_{m, max}$

## 4. 결론

본 연구의 등적 최적화에 있어서는 정적으로 안정된 구조부재를 사용하고, 결합부의 감쇠계수를 새로운 설계변수군으로 정의하여, 전 주파수 영역에서 동컴플라이언스(리셉턴스)의 최대치  $R_{m, max}$ 를 최소화했다. Fig. 3에서 볼 수 있듯이 동컴플라이언스의 값은 3차 및 9차 모드에서 상대적으로 높은 값을 가지고 있고, 최적화 과정 중 1차에서 x방향의 동컴플라이언스  $R_{mx}$ 값이 최대값( $R_{m, max}$ )으로 이동해서 존재하고 있음을 알 수 있었다

## 참고문헌

- 1 이영우, 성활경, "유전자 알고리즘을 이용한 공작기계 구조물의 다단계 동적 최적화", 한국정밀공학회 2000년도 춘계학술대회논문집, 2000
- 2 이영우, "유전자 알고리즘을 이용한 공작기계 구조물의 다단계 및 다목적 최적화에 관한 연구", 창원대학교 박사학위논문, 2001
- 3 D. E. Goldberg. "Genetic Algorithm in Search Optimization and Machine Learning", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., pp.1-88, 1989.
- 4 M Yoshimura, "Design Optimization of Machine-tool Dynamics Based on an Explanation of Relationships between Characteristics (1st Report)", JSPE. Vol.53, No. 4, pp. 601-606, 1987
- 5 M Yoshimura, "Measurement of dynamic rigidity and damping property for simplified joint models and simulation by computer", Annals of the CIRP, Vol 25, No.1, pp.193, 1977