

# 국내 주요 비금속 광물의 역산법에 의한 분쇄율 및 분쇄분포 상수 결정

조희찬<sup>1)</sup>, 김정윤<sup>1)</sup>, 이훈<sup>1)</sup>

## 1. 서론

분쇄에 대한 수학적 모델은 어느 입자에 대한 분쇄 특성을 두 가지의 가장 기본적인 변수인 분쇄율<sup>1)</sup>(specific rate of breakage)과 분쇄분포<sup>1)</sup>(breakage distribution)를 통해 표현된다. 분쇄율은 화학반응식의 반응상수에 해당하는 것으로, 입자가 충격을 받을 때 분쇄가 일어날 확률을 의미하고, 분쇄분포는 입자가 분쇄되었을 때 그 파편의 입도 분포를 나타내는 것이다. 분쇄분포의 측정은 BII Method<sup>2)</sup>를 많이 이용하나 짧은 분쇄시간에서 이차분쇄가 일어나지 않는 단일 입도의 시료만이 가능하고 계산에 많은 시간이 소요될 뿐 아니라 정확한 값을 구하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 비선형계획법(Non-Linear-Programing)을 이용하는 역산법(Back-Calculation)으로 여러 분쇄 시간에 대해 가장 적합한 분쇄율과 분쇄분포 상수를 효과적으로 찾고자 한다.

## 2. 이론적 고찰

역산법은 실험한 데이터를 바탕으로 비선형계획법(Nonlinear-Programing)을 이용하여 분쇄율 및 분쇄분포 상수를 구하는 방법이다. 비선형계획법은 기본적으로 어떤 제약 조건에서 목적함수의 값을 최소로 만드는 것을 기본으로 하고 있다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Min } f(x) \quad (1)$$

$$\text{sub to : } g_i(x) \geq 0, \quad h_i(x) = 0$$

본 연구의 목표는 실험값과 연산치의 차이의 제곱을 더한 SSQ(Sum Of Squares)을 최소화하는 것이다. 따라서 분쇄율과 분쇄분포 상수를 찾기 위한 역산법의 기본적인 비선형계획법의 형태는 다음과 같다.

$$\text{Min : } \sum (p_i \text{ observed} - p_i \text{ computed})^2 \quad (2)$$

$p_i$  : 분쇄산물 중  $i$  크기 입자의 입도분포

$$\text{Sub to : } A, \alpha, \Phi, \gamma, \beta > 0$$

목적함수가 정해지면 해를 찾기 위한 방법은 크게 두 가지로 나뉜다. 하나는 미분을 필요로 하지 않는 Searching method로 Simplex Method<sup>3)</sup>, Pattern Move Method<sup>3)</sup> 등이 있고, 다른 하나는 미분을 이용하는 Gradient 방법의 Method로 Steepest Descent Method<sup>3)</sup>, Conjugate Gradient Method<sup>3)</sup> 등이 있다. 본 연구에서는 미분을 사용하지 않는 Method로 Simplex Method를, 미분을 이용하는 Method는 Conjugate Gradient Method를 이용하였다. Simplex Method는  $n$  차원의 공간에  $n+1$ 개의 점으로 Simplex를 형성한 뒤  $n+1$ 개의 점 중 목적함수의 값이 가장 큰 것을 작은쪽으로 이동시켜 최소해를 구하는 방법이고, Conjugate Gradient Method는 미분을 통해 목적함수의 감소율을 가장 크게 하는 방향을 결정하여 최소해에 접근해 가는 방법이다. Simplex Method와 Conjugate Gradient Method의 일반적인 알고리즘을 Fig.1, Fig.2에 도시하였다.

### 3. 본론

실험을 통해 입도구간별 분쇄시간에 따른 입도분포를 구한 후 시료의 기본적인 분쇄율을 알아보기 위하여 분쇄시간에 따른 최초구간의 시료의 비율을 표시한 First-Order-Plot을 구하였다.(Fig.3, Fig.4, Fig.5) 석회석, 활석, 납석 모두 최초 2분까지는 빨리 감소하나 2분 후에는 감소율이 낮아지는 현상이 나타났는데 이는 원석으로부터 Jaw Crusher, Roll Crusher를 이용하여 만든 시료가 판상 형태의 입자를 많이 포함하고 있기 때문으로 보인다. 즉 판상 모양의 경우 구형물체에 비해 쉽게 분쇄되기 때문에 초기에는 높은 분쇄율을 보이거나 분쇄가 진행될수록 이런 판상 형태의 입자들이 소멸됨에 따라 분쇄율이 감소한다. 실제공정에서 시료들은 판상보다는 구형의 경우가 대부분이므로 후기(2분 이후)의 분쇄율이 더 적합할 것으로 사료되며, 분쇄시간 2분의 입도분포를 Feed-Data로 사용하여 나머지 분쇄시간에 대한 입도분포의 실험값을 바탕으로 Simplex Method와 Conjugate Gradient Method의 2개의 Method를 통해 분쇄율 및 분쇄분포 상수를 구하였다. 두 방식에 의해 구해진 결과는 동일하였으며 이때 분쇄율과 분쇄분포 상수는 Table.1에 나타난 바와 같다. 일반적으로 미분을 하지 않는 Method들이 Searching하는 시간이 더 소요된다고 알려져 있는데, 본 연구에서도 Simplex Method의 경우 300회, Conjugate Gradient Method는 17회의 계산 수행 후 답을 구해 그 경향을 확인할 수 있었다.

역산법으로 구한 분쇄율 및 분쇄분포 상수를 바탕으로 Reid Solution<sup>4)</sup>을 이용하여 각 분쇄시간에 따른 구간별 입도분포를 추정하였다. 이를 실제 실험값의 구간별 입도분포와 같이 도시하면 Fig.6, Fig.7, Fig.8 와 같다.

### 4. 결론

국내에서 생산되고 또한 폭넓게 사용되고 있는 주요 비금속 광물 중 석회석, 활석, 납석에 대해 분쇄율 및 분쇄분포 상수를 역산법으로 구하였다. 본 연구에 이용된 역산법은 Simplex Method와 Conjugate Gradient Method의 두 방식이며, 이 방식들을 이용하여 실험자료를 토대로 분쇄율 및 분쇄분포 상수를 구하였다. 역산법에 의해 구해진 상수들을 분쇄의 수학적 model에 적용하여 분쇄산물의 입도분포를 예측하여 보았으며 그 결과 실제 실험자료와 잘 일치함을 확인하였다.

### 5. 참고문헌

1. Austin, L. G., "A Review Introduction to the Mathematical Description of Grinding as a Rate Process," Powder Technology, Vol. 5, 1971, pp 1-17
2. Austin, L. G., Klimpel, R. R. and Luckie, P. T., "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling", SME-AIME, New York, NY, 1984, pp. 205-230
3. Mordecai Avriel, "Nonlinear Programing: Analysis and Methods", Prentice-Hall, INC, pp 244-246, 299-307
4. Kelsall, D.F. and Reid, K.J., "The Derivation of a Mathematical Model for Breakage," American Institute of Chemical Engineers-Institution of Chemical Engineers Symposium, Series No.4, 1965, pp 14-20

Table 1. Breakage parameters calculated by Back-calculation method

Sample	A	$\alpha$	$\varphi$	$\gamma$	$\beta$
Limestone	0.34	0.76	0.58	0.91	5.21
Talc	0.25	0.35	0.41	0.76	6.38
Pyrophyllite	0.18	0.90	0.40	0.71	4.91

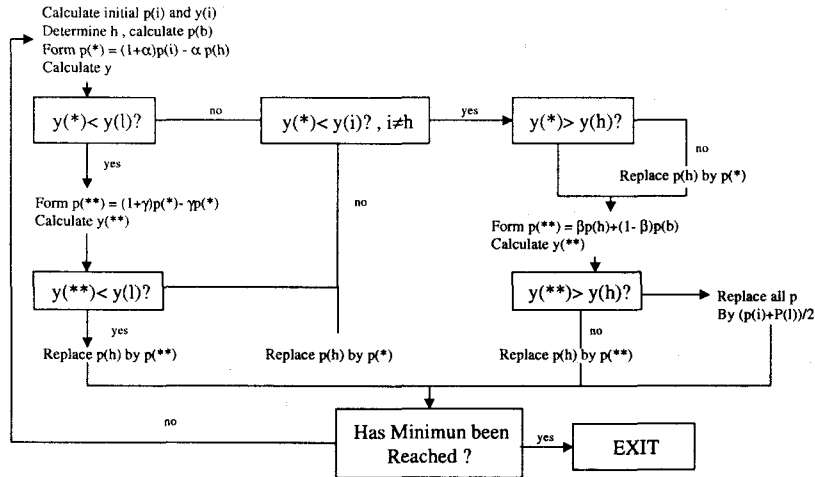


Fig.1 Simplex Method Algorithm

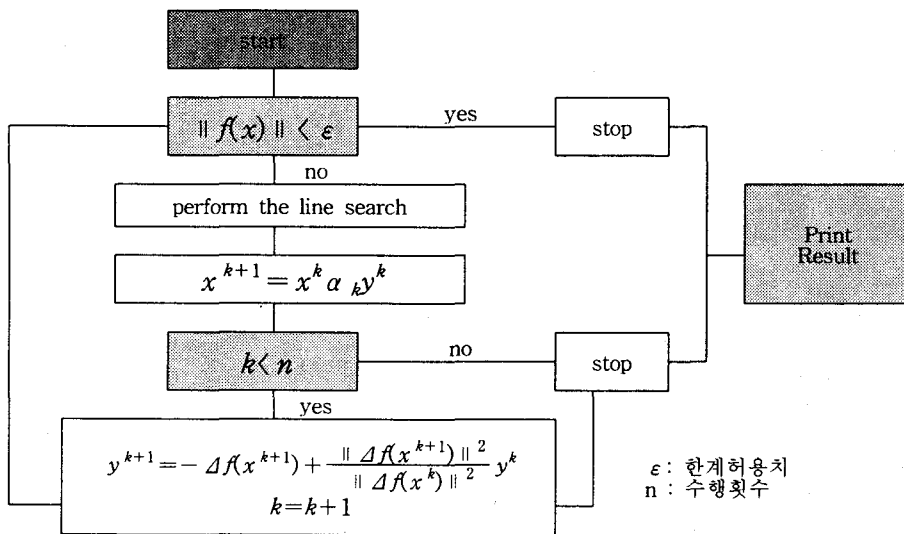


Fig.2 Conjugate-Gradient-Method Algorithm

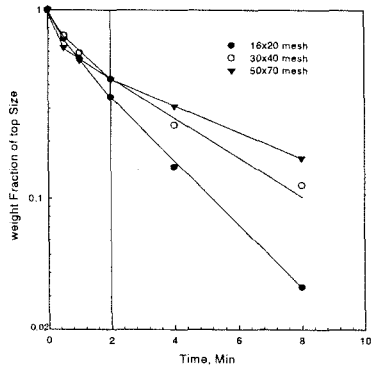


Fig.3 First-order plot: Limestone

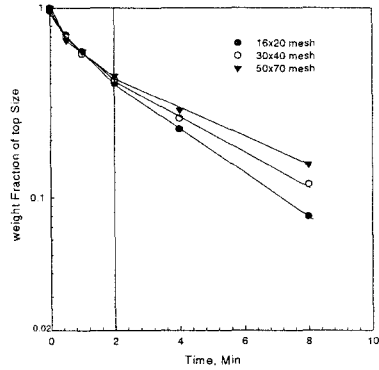


Fig. 4 First-order plot: Talc

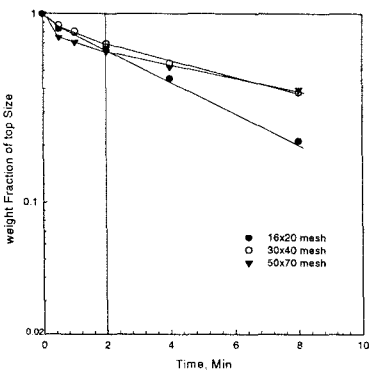


Fig. 5 First-order plot: Pyrophyllite

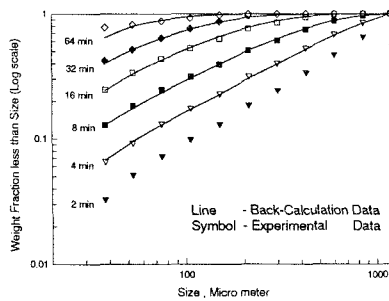


Fig. 6 Comparison of the experimental and simulated size distributions for Limestone

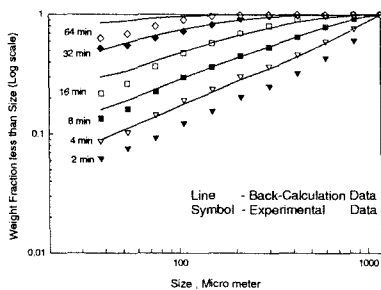


Fig. 7 Comparison of the experimental and simulated size distributions for Talc

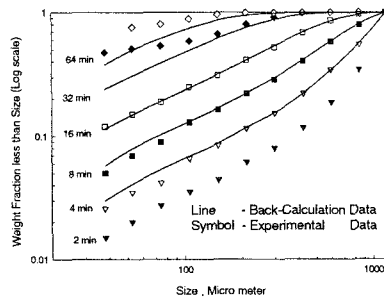


Fig. 8 Comparison of the experimental and simulated size distributions for Pyrophyllite

주요어 : 분쇄, 분쇄율, 분쇄분포, breakage, distribution, 역산법, 비선형계획

1) 서울대학교 지구환경시스템공학부