

# 벡터 유한 요소를 이용한 고주파수 3차원 전자탐사 모델링

손정술<sup>1)</sup>, 송윤호<sup>2)</sup>, 서정희<sup>3)</sup>

## 1. 서론

유한요소법을 이용한 3차원 전자탐사 모델링은 전자기장의 연속성을 유한요소 근사해가 충족시키지 못함으로 인해 야기되는 "벡터 기생해 (vector parasite)"라는 근본적인 문제 (Lynch and Paulsen, 1991) 때문에 많은 오차를 발생시킨다. 이러한 기생해의 문제를 해결하기 위한 많은 연구 중, 비교적 최근에 소개된 방법이 벡터 유한요소법 (vector finite element method)인데 (Nedelec, 1981) 이 방법에서는 계산하고자 하는 값들이 전자기장의 성분들 중 경계면에 평행한 성분들과 연관되어지므로, 경계면에 수직하는 전자기장의 성분에서 전자기장의 연속성의 문제로부터 발생하는 벡터 기생해의 문제점이 전혀 없다는 장점을 가진다. 이러한 벡터유한요소법은 전자기장의 계산 문제에 주로 동원되어왔으나 물리탐사 분야에서는 아직까지 이용된 바 없는데, 이는 종래의 전자탐사 분야가 변위전류를 무시할 수 있는 준정적 근사 대역의 주파수를 사용하였기 때문이다.

그러나 최근 환경오염문제에 대한 적용 등을 목적으로, 유전율에 의한 변위전류를 함께 고려하는 고주파수 전자탐사의 필요성이 증대되고 있다. 고주파수 대역의 모델링에서는 종래의 절점에 기반한 유한요소법을 사용할 경우 벡터기생해에 의한 오차가 필연적으로 발생하므로, 이 연구에서는 벡터 유한요소법을 이용하여 고주파수 대역의 3차원 전자탐사 수치 모델링 알고리즘을 개발하였다. 알고리즘의 검증을 위해서 층서구조해와 비교하여 보았으며, 주파수를 100 MHz까지 높여서 고주파수 전자탐사 모델링에의 적용성을 확인하였다.

## 2. 이차장을 이용한 유한 요소 모델링

유한요소법을 이용한 3차원 전자기장의 계산은 맥스웰의 방정식으로부터 유도된 이차 미분 방정식으로부터 유도된 등가의 변분식을 이용하여 계산하게 된다. 송신항이 포함된 맥스웰의 방정식을 유한요소법에 그대로 적용하는 경우에는 송신항의 특이성으로 인해 발생하는 수치적인 문제가 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 전체장보다는 이차장만을 계산하도록 맥스웰의 방정식을 변형하였으며, 이를 변분식의 유도에 사용하였다. 변분식의 유도에는 비교적 이론이 간단하고, 임의의 미분방정식에의 적용이 가능한 가중 잔여법을 이용하였다. 한편, 자기장에 대한 미분방정식인 경우 전기적인 물성인 전기전도도와 유전율과 관련되는 admittivity에 대한 공간적인 미분을 포함하고 있음으로 인해, 수치적인 오차를 유발하는 문제점을 가지고 있다. 따라서, 이 연구에서는 일반적인 지구물리 모델링의 경우에 위와 같은 문제점이 없는 전기장에 대한 미분식을 이용하여 변분식을 유도하였다. 벡터 기생해의 문제점을 해결하기 위해서 기저함수가 크기와 방향을 가지는 벡터요소를 유한요소법의 유도에 이용하였다. 그림 1에 본 연구에서 이용한 선형 일차 육면체 (hexahedron) 요소와 벡터 유한요소법을 적용하기 위한 모서리를 도시하였다.

유한요소법을 적용하였을 경우 결과적으로 얻게되는 식은  $\mathbf{Ax} = \mathbf{B}$  와 같이 표현되는 행렬식이며, 이와 같은 행렬식을 풀기 위한 방법으로 이 연구에서는 기억용량과 계산시간 면에서 유리한 반복적인 방법을 사용하였다. 사용된 방법은 BiCG 법을 복소 행렬의 계산으로 확장한 CBCG (Complex Bi-Conjugate Gradient) 법이며, 수렴속도를 향상시키기 위한 선처리기로서는 Point Jacobi 법을 사용하였다.

인위적인 경계면의 처리를 위해서, 이 연구에서는 비교적 그 수식이 간단하고 적용이 쉬운 2차 RBC를 사용하였으며, 송신항에 포함되는 일차장의 계산에는 반 무한 매질에서의 EMID code (Pellerin et al., 1995)의 결과를 이용하였다. 계산되는 값들은 전기장으로, 실제 해석에 이용되는 자료인 자기장을 계산하기 위해서는 전기장을 미분하는 과정이 필요하게 되며, 이 연구에서는 전기장의 미분에서 일반적으로 이용하는 차분식을 사용하지 않고 맥스웰의 방정식의 적분식의 변형된 형태를 이용하여 자기장을 계산하였다.

### 3. 알고리즘 검증

그림 2는 본 연구에서 대상으로 하고 있는 고주파수 탐사에서의 적용성을 확인하기 위하여 100 MHz의 주파수를 이용하는 경우의 층서구조 모형을 도시한 것이다. 전체 모델의 크기는 6 m x 6 m x 6 m 모형을 설정하였으며, 격자간격은 0.1 m로, 송신원으로는 수직 자기 쌍극자를 이용하였다. 일차장의 영향이 적은 지하에서의 전기장 만을 결과의 비교에 사용하였으며, 송신원에서 1 m 떨어진 곳에 시추공을 설정하였다. 일차장과 계산되는 이차장 그리고, 이 둘을 더하여 계산되어지는 전체장과의 상관관계를 살펴보기 위해, 그림 3에 모든 자료를 함께 도시하였다. 계산되는 이차장 및 이를 일차장과 더한 전체장인 경우, 본 연구에서 계산되는 결과가 층서구조의 해와 잘 일치하고 있는 것을 확인할 수 있다.

전기전도도 이상체와 함께 유전율 이상체에 의한 반응 또한 살펴보기 위해서 두번째 층의 전기전도도는 반무한 매질의 전기전도도로 설정하고, 상대 유전율만 25로 변화시킨 모델에 마찬가지로 100 MHz의 주파수를 적용한 결과를 그림 4에 도시하였다. 전기전도도 이상체에 의한 반응인 그림 3과 마찬가지로 그림 4에도 일차장, 이차장 그리고 전체장을 함께 도시하였으며, 결과를 살펴보면 유전율 이상체에 적용하였을 경우에도 전기전도도 이상층만 있을 경우와 마찬가지로 계산된 전체장이 층서구조의 해와 잘 일치하고 있는 것을 확인할 수 있다.

### 4. 참고문헌

- Lynch, D., R., and Paulsen, K., D. 1991, Origin of Vector Parasites in Numerical Maxwell Solutions : IEEE Trans. Microwave Theory and Technique, 39(3), 383-394
- Nedelec, J., C., 1980, Mixed finite elements in : Numer. Math., 35, 315-341
- Pellerin, L., Labson, V. F. and Pfeifer, M. C., 1995, VETEM - A vary early time electromagnetic system: Proceeding of the Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems(SAGEEP), 725 -731

---

**주요어:** 3차원 전자탐사 모델링, 유한요소법, 고주파수, 벡터요소

- 1) 서울대학교 지구환경시스템공학부
- 2) 한국 지질자원연구원
- 3) 서울대학교 지구환경시스템공학부

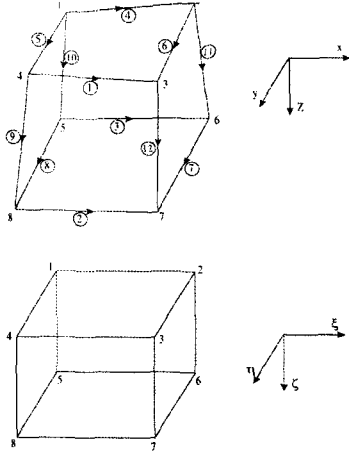


Fig 1. Coordinate configuration and node and edge numbering scheme for 1st order hexahedral edge element.

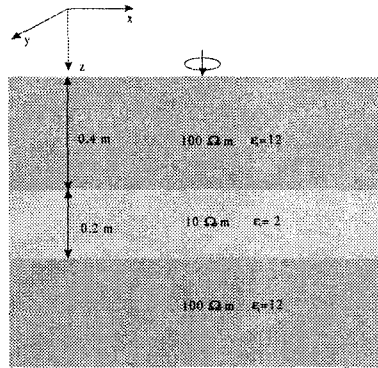


Fig. 2 Three-layer earth model for high frequency modeling test.

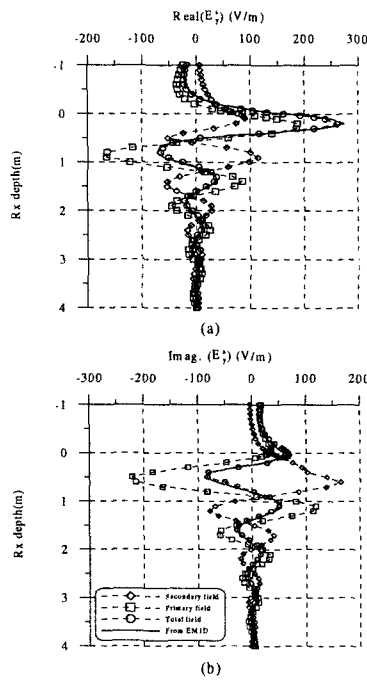


Fig. 3 Plots of the horizontal electric fields ( $E_y$ ) along the hole for the model shown in Fig. 2. (a) Real, (b) Imaginary components..

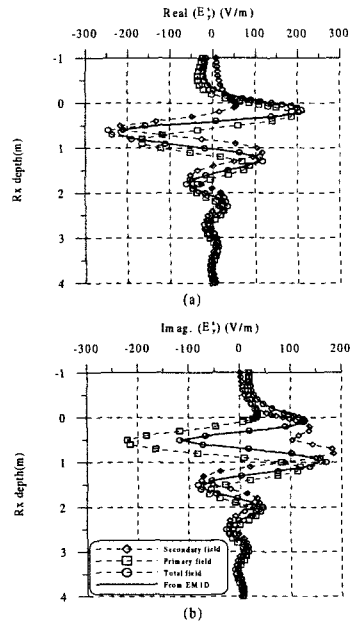


Fig. 4 Plots of the horizontal electric fields ( $E_y$ ) along the hole for the model shown in Fig. 2. Secondary layer has pure dielectric anomaly of  $\epsilon_r = 25$ . (a) Real, (b) Imaginary components.