

# 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정의 유한요소 시뮬레이션

김용석\* · 김영탁\*\*

## Finite Element Simulation of Axisymmetric Tube Hydroforming Processes

Y. S. Kim and Y. T. Keum

### Abstract

An implicit finite element formulation for axisymmetric tube hydroforming is investigated. In order to describe normal anisotropy of the tube, Hill's non-quadratic yield function is employed. The frictional contact between die and tube and frictionless contact between tube and fluid are considered using the mesh-normal vector computed from finite element mesh of the tube. In order to verify the validity of the developed finite element formulation, the axisymmetric tube bulge test is simulated and simulation results are compared with experimental measurements. In the axisymmetric tube hydroforming process, an optimal hydraulic curve is pursued by performing the simulation with various internal pressures and axial forces.

**Key Words :** Tube Hydroforming, Finite Element Simulation, Axisymmetric Tube Bulge Test, Optimal Hydraulic Curve

### 1. 서론

튜브 하이드로포밍은 직선이나 굽혀진 관을 금형 속에 넣고 관 끝을 밀봉한 후 유체로 내부를 채우고 유압으로 압력을 가하여 금형 형상을 갖는 최종 부품을 만드는 방법으로서 기존의 방법에 비해 공정수를 줄이고, 용접을 제거하여 생산능력을 향상시키며, 제품의 디자인 자유도를 크게 할 수 있는 장점이 있다. 따라서, 자동차 회사나 항공사에서 많은 연구와 적용이 이루어지고 있다.

Rama 등<sup>(1)</sup>이 튜브 하이드로포밍을 수치적으로 해석하였으며 Longwu 등<sup>(2)</sup>은 유한요소 분석을 통해 두께분

포의 민감도와 소성변형을 구배를 나타냈다. Ahmed 등<sup>(3)</sup>은 관재 부품의 벌징 성형의 발전을 개략 표현했다. 국내에서도 최근 튜브 하이드로포밍에 대한 연구가 활발히 진행되어 지고 있으며, 김성태 등<sup>(4)</sup>은 축압력과 내압을 적용하는 하이드로포밍 시뮬레이터를 개발했다.

본 연구에서는 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정을 성형 해석하기 위하여 유한요소 방정식을 정식화하고 이를 바탕으로 내연적 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다. 튜브 벌징 성형해석을 통해 개발된 프로그램의 정확도를 검증하였으며, 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정을 해석하여 내압과 축압에 의한 적정 성형 곡선을 제시하였다.

\* 한양대학교 일반대학원 정밀기계공학과

\*\* 한양대학교 기계공학부

## 2. 수학적 모델링

본 연구에서는 평형 방정식과 해석의 정확도를 높이기 위한 통합 지배 방정식을 구성하고 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정의 유한요소 방정식을 정식화하였다.

### 2.1 항복이론 / 변형 경화 법칙

평면 응력 상태에 있는 수직이방성 재료의 거동을 예측하기 위한 Hill의 새로운 항복이론에서 변형을 속도장의 항복조건식은 다음과 같다.

$$\Delta \bar{\epsilon} = D_1 \left[ |\Delta \epsilon_1 + \Delta \epsilon_2| \frac{M}{M-1} + D_2 |\Delta \epsilon_1 - \Delta \epsilon_2| \frac{M}{M-1} \right]^{\frac{M-1}{M}} \quad (1)$$

여기서  $D_1$ 과  $D_2$ 는 각각 소재의 수직 이방성을 묘사하기 위한 물질상수이다.

변형 경화 법칙은 변형률 속도항을 고려하는 강점소성 유한요소 수식화에 주로 사용되는 응력-변형률 관계식이다.

$$\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon} + \epsilon_0)^n (\dot{\bar{\epsilon}}/\gamma)^m \quad (2)$$

여기서,  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\epsilon}$ ,  $K$ ,  $n$ ,  $m$ 은 유효응력, 유효변형률, 강도계수, 가공경화 지수, 변형률속도 민감도지수를 각각 나타낸다. 또한,  $\gamma$ 는 기본 변형률 속도(base strain rate)이고,  $\epsilon_0$ 는 이전 변형률(pre-strain)이다.

### 2.2 유한요소 수식화

#### 2.2.1 평형방정식

유한 요소법에서  $\delta(\Delta \mathbf{u})$ 는 가상의 절점변위를 의미하고, 힘평형 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{F}_i(\Delta \mathbf{u}) = \mathbf{F}_e(\Delta \mathbf{u}) \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_i = \int_V \bar{\sigma} \frac{\partial \Delta \bar{\epsilon}}{\partial \Delta \mathbf{u}} dV. \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e &= \mathbf{F}_{e1} + \mathbf{F}_{e2} + \mathbf{F}_{e3} \\ &= \int_{A_c} f_{e1} dA_{c1} + \int_{A_c} f_{e2} dA_{c2} + \mathbf{F}_{e3} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,  $\mathbf{F}_i$ 는 튜브의 소성변형에 대한 내부 저항력이고,  $\mathbf{F}_e$ 는 외부접촉력을 나타내며,  $\mathbf{F}_{e1}$ 은 금형과 튜브 소재의 접촉력,  $\mathbf{F}_{e2}$ 는 액압면에 의해 튜브 소재에 가해지는 액압,  $\mathbf{F}_{e3}$ 는 축방향 하중을 각각 나타낸다.

#### 2.2.2 외부 접촉력

다음과 같은 점진함수를 도입하였다.

$$\phi(\Delta \mathbf{u}_t) = \tanh\left(\frac{3 \|\Delta \mathbf{u}_t\|}{\delta}\right) \quad (6)$$

여기서,  $\delta$ 는  $\|\Delta \mathbf{u}_t\|$ 의 미소량으로 수치해석에서 지정하는 파라미터이고, 튜브 요소의 상대적 미끄럼 변위 증분  $\Delta \mathbf{u}_t$ 는 접선방향의 변위 증분의 높이다. 이 때 금형과 튜브 소재 사이에 존재하는 외부접촉력은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_{e1} = (\mathbf{n} - \mu \phi(\Delta \mathbf{u}_t) \mathbf{t}) P_1 \quad (7)$$

여기서,  $P_1$ 는 튜브 요소와 금형의 수직 접촉력이다.

액압면과 박관 접촉에 의한 외부접촉력과 축방향 하중은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F}_{e2} = \mathbf{n} P_2 \quad (8)$$

$$\mathbf{F}_{e3} = (\mathbf{n} + \mathbf{t}) P_3 \quad (9)$$

여기서,  $P_2$ 는 작용하는 액압의 크기이며  $P_3$ 는 튜브 끝단에 작용하는 축방향 하중의 크기이다.

#### 2.2.3 튜브 요소

튜브 형상을 갖는 부품을 2차원적으로 단면 해석하기 위해서는 Fig. 1과 같은 튜브 요소가 필요하다. 성형이 진행되면서 요소는 다음과 같은 축 방향 변형률과 원주 방향 변형률을 갖게 된다.

$$\epsilon_x = \ln \frac{l_x}{L_x} \quad (10)$$

$$\epsilon_\theta = \ln \frac{l_\theta}{L_\theta} \quad (11)$$

여기서,  $L_x$ 와  $L_\theta$ 는 각각 시간  $t$ 에서 튜브 요소의  $x$ 방향과  $\theta$ 방향의 길이가 되며,  $l_x$ 와  $l_\theta$ 는 각각 시간  $t + \Delta t$ 에서의 요소의  $x$ 방향과  $\theta$ 방향의 길이이다.

### 2.3 통합 방정식

본 연구는 기하학적 구속조건과 힘평형 조건을 동시에 포함하는 미지의 종속벡터  $\mathbf{r}$ 을 도입하여 다음과 같은 통합시스템 방정식을 정의하였다.

$$\mathbf{R}_i(\Delta \mathbf{r}) = \mathbf{R}_e(\Delta \mathbf{r}) \quad (12)$$

식(12)를 종속벡터의 시도증분  $\Delta \mathbf{r}^*$ 에 관하여 테일러 급수로 전개한 후, 선형화시키면 다음과 같은 유한요소 기초 뉴턴-랩슨 방정식을 얻을 수 있다.

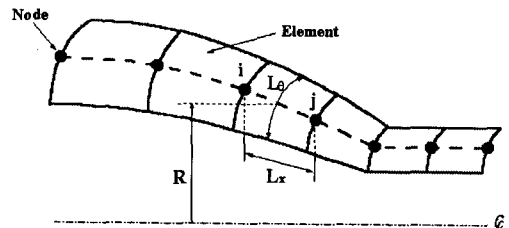


Fig. 1 Schematic illustration of axisymmetric elements

$$K_r \cdot \delta r = R_e - R_i \quad (13)$$

여기서,  $K_r$ 은 통합된 접선 강성행렬이다.

### 3. 수치해석

개발된 프로그램의 정확성을 검증하기 위하여 튜브 벌징 해석을 수행하고 튜브 벌징 시험의 측정치와 비교하였다. 또, 내압과 축압이 동시에 고려되는 축대칭 튜브 하이드로포밍 해석을 통해 성형성을 관찰하였다.

#### 3.1 튜브 벌징 성형

튜브 벌징은 튜브 재료의 성형성 평가를 위해 많이 사용되고 있는 성형 실험으로서, 본 연구에서는 개발된 프로그램의 정확성을 검증하기 위하여 이 튜브 벌징을 성형 해석하였다. 본 튜브 벌징 성형해석에서 사용한 재료의 물성치는 Table 1과 같다.<sup>(5)</sup> 튜브의 순수한 벌징 효과를 관찰하기 위해 튜브의 양 끝을 고정하였다. Fig. 2는 튜브 벌징 성형의 다이 배치도이다. Fig. 3은 내압에 따른 벌징 높이를 시뮬레이션 결과와 실험 측정치를 비교한 그림이다. 내압이 증가함에 따라 벌징되는 형상은 대체적으로 실험 결과와 비슷한 경향을 나타내고 있다. 같은 압력이 주어질 때 실험 결과보다 해석 결과가 성형이 조금 더 진행 된 것을 알 수 있었다. 튜브 벌징 시험에서 가장 주의 깊게 관찰해야 하는 인자는 재료의 두께이다. 내압에 따른 중심부위에서의 두께를 Fig. 4에 나타내었다. 같은 압력에서 해석 결과가 실험 결과보다 두께가 더 두꺼운 것을 볼 수 있는데, 이는 압력이 튜브 전체에 벌징의 형상에 따라 수직방향으로 이상적으로 작용하는데 반해, 실험에서는 튜브의 용접선이나, 재료의 불균일로 인해 국부적으로 두께가 불균일하기 때문인 것으로 추정된다.

#### 3.2 축대칭 튜브 하이드로포밍

축대칭 튜브 하이드로 포밍은 다이 형상이 주어지기 때문에, 성형이 진행될수록 튜브는 금형 형상에 따라 벌징이 진행되게 된다. 본 해석에서 적용한 축대칭 튜브의 물성치와 금형 형상은 각각 Table 1와 Fig. 5에 각각 나타내었다. 튜브 하이드로포밍 공정에서 가장 중요하게 고려되어야 할 것이 내압과 축 압입량의 최적 경로를 찾는 것이다. 즉, 파단과 주름이 생기지 않으며 원하는 형상을 얻을 수 있어야 한다. 본 연구에서는 축대칭 튜브의 적절한 액압 곡선을 찾기 위해 서로 다른 축압을 조정하여 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 6은 각각의 경우에 축 압입량에 따른 내압의 크기를 나타내고 있다.

Case1(C1)과 Case2(C2)는 최종 액압은 비슷하나 축 압입량이 서로 다른 결과를 나타냈다. 영역A(Region A)에서는 파단이 발생하는 영역이며, 주름이 발생하는 영역은 영역 B(Region B)이다. 각각의 경우에 최종형상을 Fig. 7에 나타내었다. 최종 형상은 Fig. 6의 축 압입량에 따라 결정되어짐을 확인할 수 있다. 즉, 축 압입량이 내압보다 성형성에 더 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있으며, 소재의 가공성을 향상시키고 있음을 볼 수 있다. 위 사실을 종합해 볼 때, 본 튜브 하이드로포밍 공정 해석에서 C1의 경우가 더 많은 성형이 진행되어 원하는 금형 형상에 가깝게 성형됨으로 최적의 액압 곡선으로 간주된다.

Table 1 Material properties used in the simulation of tube bulging test[1]<sup>(5)</sup> and the axisymmetric tube hydroforming simulation[2]

Properties	Value[1]	Value[2]
Diameter	57.15 mm	40 mm
Thickness	0.6 mm	1.2 mm
Yield Stress	289 MPa	215 MPa
Ultimate tensile strength	652 MPa	-
Strength coefficient	1451 MPa	534 MPa
Strain-hardening coefficient	0.6	0.207

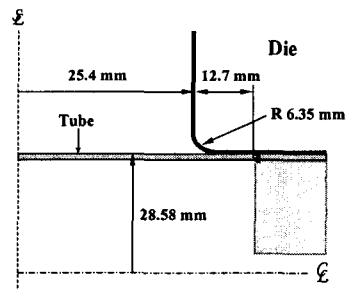


Fig. 2 Tooling geometry of the tube bulging<sup>(5)</sup>

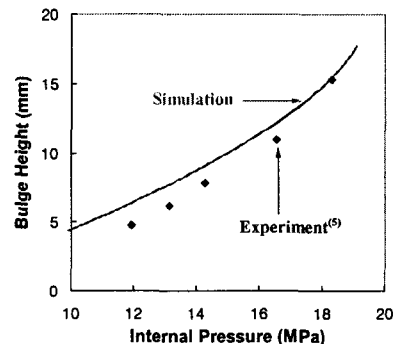


Fig. 3 Bulge height associated various internal pressures

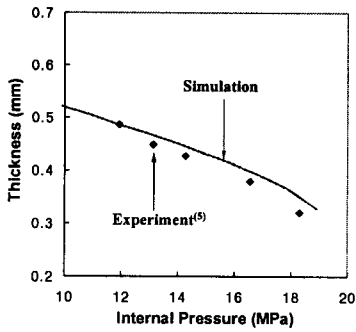


Fig. 4 Thickness at center associated with internal pressures

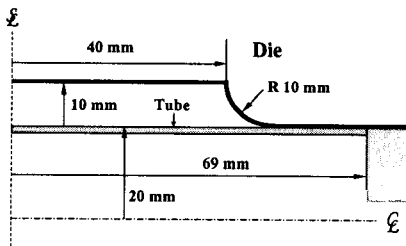


Fig. 5 Tooling geometry of the axisymmetric tube hydroforming

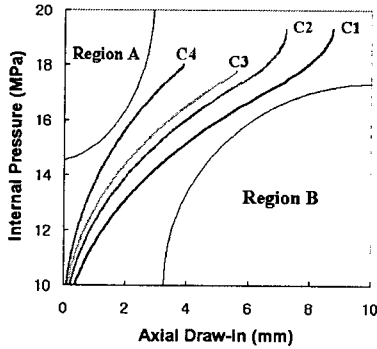


Fig. 6 Relationship between internal pressure and axial draw-in amount

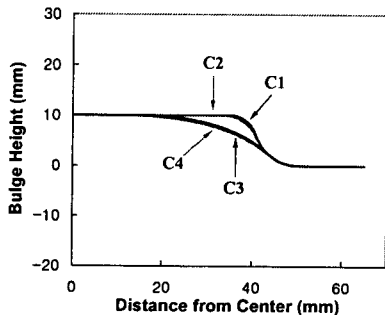


Fig. 7 Formed tube geometries at the various cases shown in Fig. 6

#### 4. 결론

본 연구에서는 축대칭 튜브 액압 성형 공정의 유한요소 해석을 위해 소재와 액압, 축압을 묘사할 수 있는 유한요소 방정식을 정식화하고 프로그래밍하여 튜브 벌징 시험 해석 및 축대칭 튜브 하이드로포밍 공정을 해석하였다. 본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 축대칭 튜브 요소에 Hill의 비이차 수직이방성 항복조건을 도입하고 액압 성형 공정을 해석할 수 있는 강점소성 내연적 유한요소 방정식을 수식화하였다.

(2) 개발된 프로그램의 해석 결과를 실험 결과와 비교하여 유한요소 수식화의 정당성을 검증하였다.

(3) 축압에 따른 내압 곡선을 달리하여 축대칭 튜브 하이드로포밍을 수행한 결과 개발된 프로그램은 성형에 적절한 액압 곡선을 제시하는데 효과적인 수단이 될 수 있음을 보였다.

#### 후기

이 논문은 1999년도 학술진흥재단의 연구비에 의하여 지원되었음. (KRF-99-041-E00087) 또한, 본 연구를 위해 도움을 주신 구분영 박사께 감사드립니다.

#### 참고 문헌

- (1) Rama, S. C. and Zhang, J. M., 1999, "A numerical approach to analyze tubular hydroforming", NUMISHEET'99, pp. 497~502.
- (2) Longwu, W. and Yong, Yu., 1996, "Computer simulations of forming automotive structural parts by hydroforming process", NUMISHEET'96, pp. 324~329.
- (3) Ahmed, M and Hashmi, M.S.J., 1997, "Estimation of machine parameters for hydraulic bulge forming of tubular components", J. Mat. Proc. Tech., Vol. 64, pp. 9~23.
- (4) 김성태, 임성연, 이택근, 김영석, 2000, "관재 하이드로포밍에 의한 성형 공정의 실험적 연구", 한국소성가공학회지, 제9권 제1호, pp. 35~42.
- (5) Sokolowski, T., Gerke, K., Ahmetoglu, M. and Altan, T., 2000, "Evaluation of tube formability and material characteristics: hydraulic bulge testing of tubes", J. Mat. Proc. Tech., Vol 98, pp. 34~40.