

Non-local 이론을 적용한 단열전단밴드의 국부화에 대한 연구

이용성* · 이병섭* · 황두순* · 윤수진** · 홍성인***

A Study of Localization for Adiabatic Shear Band Using Non-local Theory

Y. S. Lee, B. S. Lee, D. S. Whang, S. J. Yoon and S. I. Hong

Abstract

Localized shear band is investigated through the analysis of one-dimensional model for simple shearing deformation of thermally rate dependent material. Generally mesh size or interval of nodes play an important role in determining the overall flow behavior of the material. In order to observe these size effects we adapted non-local theory by including higher order strain gradients of the equivalent strain into the constitutive equation for the flow stress. for the ease of convergence and numerical stability the implicit finite difference scheme is employed.

Key Words : Adiabatic Shear Band, Localization, Non-local Theory, Size Effect, Higher Order Strain Gradient, Finite Difference Method(FDM)

1. 서 론

전단밴드(shear band)는 소성변형중에 제한된 구간에 서 소성유동(plastic flow)이 집중되는 현상으로 많은 재료에 대해 실험적으로 증명되어 왔다. 이와 같은 전단밴드는 변형이 진행됨에 따라 내부의 변형률이 급격히 증가하면서 결국 재료의 파단에 이르게 된다. 전단밴드의 형성과 발전을 규명하기 위해 최근 수치해석적 접근이 시도되고 있는데, H.Kobayashi와 B.Dodd⁽¹⁾는 유한요소법(FEM)을 이용해 단열전단밴드의 형성을 수치적으로 연구하였고, H.P.Chelukuri 와 T.G.Shawki⁽²⁾는 양함수 유한차분법(explicit FDM)을 이용하여 에너지를 기반으

로 단열전단밴드의 국부화(localization)을 연구한 바 있다. 또한 수렴성과 수치적 안정성의 문제를 극복하기 위한 방법으로 Whang⁽³⁾등에 의해 음함수 유한차분법을 이용한 해석이 시도되기도 하였다.

유한요소법이나 유한차분법과 같은 수치해석적 분석방법은 실제 상황을 모사, 특히 대변형 소성 문제에 대하여 현재까지 가장 바람직한 도구로 이용되고 있는 것은 사실이지만 위의 두 가지 수치해석은 보다 실제 상황에 근접하고 더욱 정확한 결과를 얻기 위해서는 유한요소 해석에서의 요소의 크기(mesh size)나 유한차분 해석에서의 절점의 간격이 작거나 조밀(fine mesh)해질수록 유리하다.

* 충남대학교 기계공학과 대학원

** 국방과학연구소

*** 충남대학교 기계공학과

이러한 문제의 극복을 위해서 변형의 집중구간이나 특이점(singularity)이 예상되는 부분에서의 요소 또는 절점 크기의 조절을 통해 전체 모델에 대하여 불균일한 격자(mesh)를 구성하거나 재배치함으로써 문제 해결에 어느 정도 접근할 수 있다. 하지만 변형이 거의 무시될 수 있는 구간이나 자유경계(free boundary)에서의 적당하지 않은 요소선정에 따른 강체회전(rigid body rotation)의 과대평가 등은 앞의 방법만으로는 완벽한 해결에 도달할 수 없다.

따라서 본 연구에서는 최근에 새로이 대두되고 있는 이론으로서 위에서 언급된 문제의 극복을 위해 제안된 non-local 이론(strain gradient effect)을 소개하고, 이를 유한차분법(FDM)으로 적용하여 전단밴드 형성과 국부화의 진행에 따른 응력, 속도, 온도, 소성 변형률을 계산하고, 절점수에 따른 전단밴드의 변화를 관찰하였다. 또한 서로 다른 재료에 대한 전단밴드의 형성을 비교하였다.

2. 이론

2.1 지배방정식

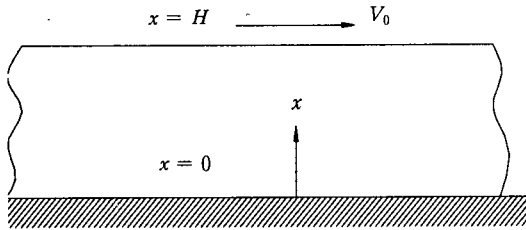


Fig. 1 Schematic of simple shearing

Fig. 1과 같은 1차원 단순전단모델에서의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \quad (1)$$

(the conservation of linear momentum)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = r_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + r_1 \tau \dot{\gamma}^p \quad (2)$$

$$r_0 = \frac{K}{\rho c_p}, \quad r_1 = \frac{\beta}{\rho c_p}$$

(the conservation of energy balance)

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = G \left[\frac{\partial v}{\partial x} - \dot{\gamma}^p \right] \quad (3)$$

(constitutive relation)

$$\tau = \phi(\dot{\gamma}^p, \gamma, T) \quad (4)$$

(flow stress relation)

여기서, K 는 열전도도(heat conductivity), ρ 는 밀도(mass density), c_p 는 비열(specific heat)을 나타내며 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

$$v(0, t) = 0, \quad v(1, t) = 1, \quad 0 \leq t < \infty \quad (5)$$

$$q(0, t) = q(1, t) = 0; \quad q = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad 0 \leq t < \infty \quad (6)$$

2.2 Non-local 효과 (strain gradient effect)

변형률 의존적인 등방성(isotropic) 재료의 항복함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f = \left(\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{1/2} - \tau \quad (7)$$

Zbib⁽⁴⁾는 고차항의 변형률과 변형률 증분 기울기가 변형의 비균질성과 전단밴드의 전개에 중요한 역할을 한다는 사실을 고려하여 유동응력을 변형률과 변형률증분, 변형률 기울기의 함수로 가정하였다.

$$\tau = x - g \quad (8)$$

$$x = \tau_0 T^\alpha \bar{\gamma}^b \dot{\gamma}^c \quad (8-1)$$

$$g = C_1 \nabla^2 \bar{\gamma} + C_2 \nabla \bar{\gamma} \cdot \nabla \bar{\gamma} + C_3 \nabla^4 \bar{\gamma} \quad (8-2)$$

$$C_1 = G \left(\frac{7-5\nu}{1-\nu} \right) \frac{d^2}{75}, \quad 1 \leq C_1 \leq 100$$

$$C_3 = G \left(\frac{7-5\nu}{1-\nu} \right) \frac{d^4}{2100}, \quad 0.035 \leq C_3 \leq 3.5$$

여기서, d 는 grain size를 나타낸다.

2.3 유한차분 수식화

주어진 지배방정식을 유한차분 수식화하면 다음과 같다.

$$v_j^{n+1} = v_j^n + \frac{k}{2\rho h} (\tau_{j+1}^n - \tau_{j-1}^n) \quad (9)$$

$$\tau_j^{n+1} = \tau_j^n + \frac{\mu k}{2h} (v_{j+1}^{n+1} - v_{j+1}^{n-1}) - (\mu k) \phi_j^n \quad (10)$$

$$-z T_{j+1}^{n+1} + 2(1+z) T_j^{n+1} - z T_{j-1}^{n+1} \quad (11)$$

$$= z T_{j+1}^n + 2(1-z) T_j^n + z T_{j-1}^n + 2k r_1 \tau_j^{n+1} \dot{\gamma}_j^n$$

$$\dot{\gamma}_j^{n+1} = \left[\dot{\gamma}_j^{n+1} \left(\frac{1}{T_j^{n+1}} \right)^a \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_j^n} \right)^b \right]^{\frac{1}{c}} \quad (12)$$

$$\nabla^2 \gamma = \frac{\gamma^{n+1} - 2\gamma^n + \gamma^{n-1}}{\Delta x^2} \quad (13)$$

$$\gamma_j^{n+1} = \gamma_j^n + k \dot{\gamma}_j^{n+1} \quad (14)$$

여기서, n 은 시간간격, i 는 격자간격, a, b, c 는 각각 열적민감도(thermal sensitivity), 변형률지수, 변형률 증분지수를 나타내며, $z = (\Delta x)^2 / \Delta t$, $k = \Delta t$, $h = \Delta x$ 이다.

3. 결과 및 고찰

해석에 사용된 재료는 Ti-15-3 이며, table 1 은 재료의 열적, 기계적 물성치를 나타내고, table 2 는 실험적으로 구해진 재료의 유동응력-변형률 선도로부터 구해진 값들이다.

Table 1 Thermal and mechanical properties

Material	Ti-15-3
Thermal conductivity	15W/(m °K)
Mass density	4800 kg/m ³
Specific heat	500 J/(kg °K)
Flow stress	787 MPa
Shear elastic modulus	99.3 GPa

Table 2 Parameters for Ti-15-3

Material	Ti-15-3
Thermal sensitivity	-0.38
strain hardening exponent	0.01
rate hardening exponent	0.01

Fig. 2 는 시간간격(time increment) $\Delta t = 0.0048$ 로 하여 $t = 0.024$ 까지의 소성변형률 증분의 변화를 나타낸 그림이다. 그림에서처럼 변형이 진행됨에 따라 중심부에서 소성변형률 증분값이 93정도로 급속히 성장되며 그폭이 좁아지는 국부화 현상을 관찰할 수 있다.

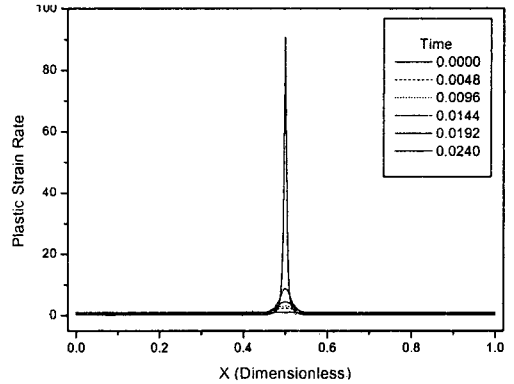


Fig. 2 Variation of plastic strain rate for spatial distribution in Ti-15-3

이러한 중심부에서의 국부화 현상은 시간의 경과에 따라 전단밴드의 속도기울기(velocity gradient)가 급속히 증가하기 때문이며, 소성변형률 증분의 성장은 소성변형률(plastic strain)의 증가를 가져온다.

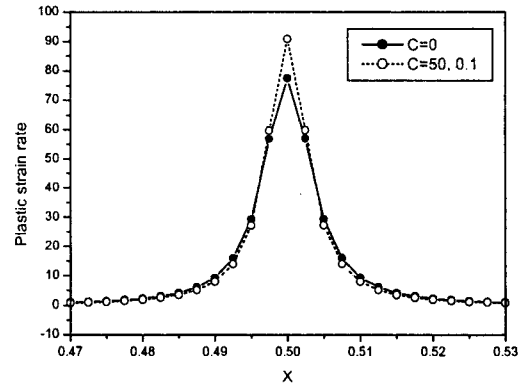


Fig. 3 Plastic strain rate distribution across the shear band with or without strain gradient (Ti-15-3)

Fig. 3 은 변형률 기울기(strain gradient)의 효과를 적용한 경우와 그렇지 않은 경우에 대하여 소성변형률 증분(plastic strain rate)의 분포를 나타낸 것이다. 변형률 기울기를 적용한 경우에 전단밴드의 폭이 더 좁고 peak의 값도 78에서 93으로 더 크게 나타남을 볼 수 있다. 재료의 grain size 에 의존적인 C 값은 변형률 기울기의 크기를 결정하게 되고, 이를 적용함으로써 전단밴드의 폭과 국부화 거동을 나타내는데 밀접한 관련이 있음을 알 수 있다.

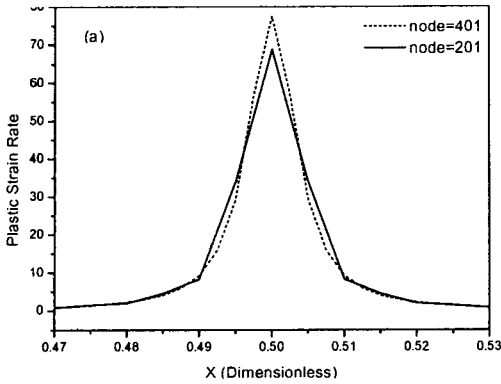


Fig. 4(a) Plastic strain rate distribution across the shear band for different mesh densities without strain gradients

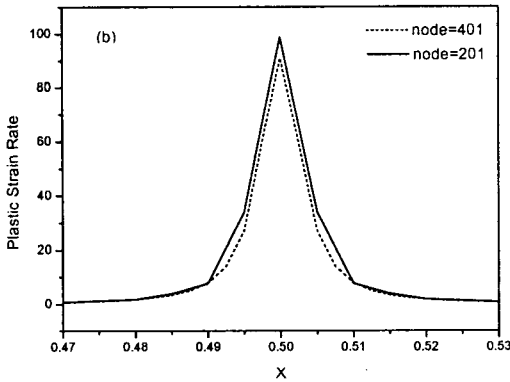


Fig. 4(b) Plastic strain rate distribution across the shear band for different mesh densities with strain gradients

strain gradient 항의 적용유무가 격자크기에 따라 변형과 전단밴드의 형성에 어떤 영향을 미치는지를 관찰하기 위해 절점수를 201개와 401개로 바꾸어서 해석한 결과를 Fig.4 에 나타내었다. 그림에서 보는 것처럼 strain gradient 항을 적용하지 않은 (a)의 경우 절점수가 201로 작을 때 전단밴드의 폭이 보다 넓어지고 소성변형률 증분의 peak값도 줄어드는 반면, (b)의 경우에는 strain gradient 항을 적용함으로써 변형률 증분의 분포가 (a)에 비해 절점수에 상대적으로 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다.

4. 결론

단열전단밴드에 대한 수치적 해석을 위해 일반화된 단순전단 문제(simple shear problem)에 대해서 유한요소

해석 또는 유한차분 해석시의 격자크기에 의존하지 않는 Non-local 이론을 구성방정식에 적용하여 그에 따른 변화를 관찰하였다. 단순전단 문제에 있어서 상단에 일정한 속도가 주어진 경우 일정한 변형률 증분과 균일한 온도 상승이 발생하며, 실제 재료의 내부결합 등의 불균일성(inhomogeneity)을 수학적 섭동(perturbation)으로 표현하여 전단력에 따른 불균일성의 거동을 연구한 결과, 이 불균일성의 진전은 중심부에 변형이 집중되어 나머지 영역과 다른 경향을 가지는 전단밴드를 형성하고, 변형률의 증가에 따라 불균일성의 진전이 급격히 가속화되는 국부화현상을 관찰할 수 있었다. 또한 Non-local 이론을 적용함으로써 strain gradient 항이 변형의 형태와 전단밴드의 형성에 영향을 주며 해석 모델의 격자크기 또는 절점의 수에 상대적으로 의존하지 않음을 확인할 수 있었다.

참고 문헌

- (1) H.Kobayshi and B.Dodd, 1989, "A Numerical Analysis for the Formation of Adiabatic Shear Bands Including Void Nucleation and Growth", Int.J. Impact Eng, pp1~13.
- (2) H.P.Chelukuri and T.G.Shawki, 1995, "An Energy Based Localization Theory : 1.Basic Framework, 2.Effects of the Diffusion, Inertia and Dissipation numbers", Int.J.Plasticity,pp15-40, pp41~64.
- (3) 황두순, 이병섭, 이용성, 윤수진, 홍성인, 2000, "재료의 특징에 따른 국부화에 대한 수치해석적 연구", 한국소성가공학회지, 9권, 4호, pp.395~403.
- (4) H.M.Zbib, 1994, "Size Effect and Shear Banding in Viscoplasticity with Kinematic Hardening", Theory and Applications, ASME, AMD-Vol.183.
- (5) H.M.Zbib and E.C.Aifantis, 1988a, "On the Localization and Post-localization Behavior of Plastic Deformation", Res Mechanica, Vol. 23, pp. 261~277.
- (6) C.Fressengeas, 1989, "Adiabatic Shear Morphology at Very High Strain Rates", Int.J.Impact Eng Vol.8. No.2, pp.141~157.
- (7) A.M.Merzer, 1982, "Modeling of Adiabatic Shear Band Development from Small Imperfections", J.Mech. Phys.Solids Vol.30 No.2, pp.323~338.