

### 3상 AC/DC/AC PWM 컨버터의 직류링크 리플전류 해석

박영욱, 이동준, 석줄기  
영남대학교 전자정보공학부

### Analysis of DC Link Ripple Currents in Three-Phase AC/DC/AC PWM Converters

Young-Wook Park, Dong-Choon Lee, Jul-Ki Seok

School of Electrical Engineering and Computer Science, Yeungnam University

#### ABSTRACT

In this paper, dc link ripple currents for three-phase ac/dc/ac PWM converters are analyzed in a frequency domain. The expression of the harmonic currents is developed by using switching functions and exponential Fourier series expansion. The dc link ripple currents with regard to power factor and modulation index are investigated. In addition, the effect of the displacement angle between the switching periods of line-side converters and load-side inverters on the dc link ripple current is studied. The result of the dc link current analysis is helpful in specifying the dc link capacitor size and its life time estimation.

#### 1. 서 론

최근 3상 ac/dc/ac PWM 컨버터 시스템이 철강 압연, 엘리베이터, UPS 등 여러 산업 분야에 널리 사용되고 있다. 그림 1이 3상 ac/dc/ac PWM 컨버터 회로이다. 이 ac/dc/ac 컨버터의 직류링크 단에는 통상 큰 용량의 전해 커패시터가 사용되고 있다. 이러한 커패시터에 대한 용량 선정과 수명 추정은 시스템의 가격과 신뢰도 측면에서 매우 중요하다. 여기에 통상 직류링크 전류의 실효치가 이용되는데 보다 정밀한 용량 선정 및 수명 추정을 위해서는 직류링크 전류에 포함된 고조파 성분의 주파수 및 크기를 알 필요가 있다.<sup>[1]</sup>

지금까지 직류링크 전류의 분석에 대한 연구가 발표되어 왔지만 대부분 실효값만을 분석하였고<sup>[2,3]</sup> 주파수 분석에 관한 연구는 거의 이루어지지 않고 있다.<sup>[4,5]</sup>

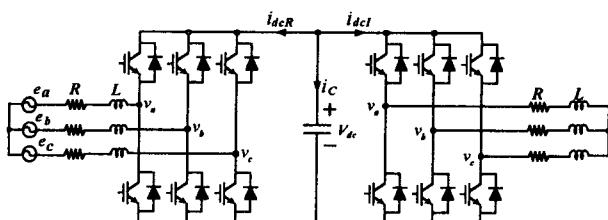


그림 1 3상 PWM ac/dc/ac 컨버터

Fig. 1 Three-phase PWM ac/dc/ac converter

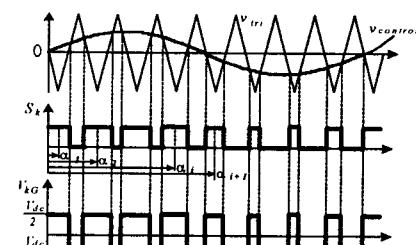
본 논문에서는, 3상 ac/dc/ac PWM 컨버터의 직류링크 리플 전류를 주파수 영역에서 분석한다. 전류의 주파수 성분은 스위칭 함수와 푸리에 급수전개를 이용하여 해석적인 방법으로 분석한다. 또, 전원 측의 컨버터와 부하측의 인버터 간의 스위칭 주기의 위상차에 해당하는 변위각(displacement angle)에 따른 리플 전류의 크기를 분석한다. 분석의 결과를 검증하기 위해 시뮬레이션으로 분석 결과의 타당성을 검증한다.

#### 2. 스위칭 펄스

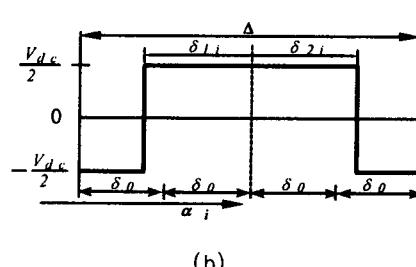
그림 2(a)는 스위칭 펄스를 나타내고 (b)는 (a)의 펄스 하나를 확대해서 나타낸 그림이다.

스위칭 펄스 하나의 주기는 한 스위칭 주기내에서 펄스의 개수  $p$ 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta = 2\pi/p \quad (1)$$



(a)



(b)

그림 2 정현파 전압변조방식과 PWM펄스 한 주기

Fig. 2 Sinusoidal pulse width modulation and a cycle of PWM waveform

여기서,  $\delta_{1i}$ ,  $\delta_{2i}$ 는 한 개의 펄스에서의 펄스 폭을 나타내는 변조각을 의미한다.  $\delta_0$ 는 한 개 펄스의 4등분에 해당하는 각을 나타낸다.

펄스의 왼쪽에서의 평균전압  $V_{1i}$ 는 아래와 같다.

$$V_{1i} = \beta_{1i}(0.5V) \quad (2)$$

$$\text{여기서, } \beta_{1i} = \frac{\delta_{1i} - \delta_{2i}}{\delta_0} \quad (3)$$

고주파 PWM에서는, 반주기 동안의 평균전압은 크기가  $V_m$ 인 사인 함수에 비례하므로,

$$\beta_{1i}(0.5V_{dc}) \propto V_m \sin(\alpha_i - \delta_0) \quad (4)$$

여기서,  $V_{dc}$ 는 직류 링크 전압이다.

사인파의 크기와 변조지수의 관계는 아래와 같고,

$$V_m = M(0.5V_{dc}) \quad (5)$$

$$\text{따라서, } \beta_{1i} = M \sin(\alpha_i - \delta_0) \quad (6-b)$$

$$\beta_{2i} = M \sin(\alpha_i + \delta_0) \quad (6-b)$$

식 (3)과 (4)의  $\beta$ 를 이용하여 변조각을 나타내면,

$$\delta_{1i} = \delta_0 [1 + M \sin(\alpha_i - \delta_0)] \quad (7-a)$$

$$\delta_{2i} = \delta_0 [1 + M \sin(\alpha_i + \delta_0)] \quad (7-b)$$

$i$ 번째 펄스에 의한  $n$ 차 고주파 성분의 크기  $C_{ni}$ 는

$$C_{ni} = j\left(\frac{1}{2\pi n}\right) \left\{ e^{-jn\delta_{2i}} - e^{jn\delta_{1i}} \right\} e^{-jn\alpha_i} \quad (8)$$

와 같다.

$p$ 개의 펄스로 구성된 기본파 주기에서의 전체 고주파 성분의 크기는 다음과 같다.

$$C_n = \sum_{i=1}^p C_{ni} \quad (9)$$

식 (9)는 스위칭 함수 ( $S_k$ ) 및 인버터의 폴전압 ( $V_{kG}$ )에 포함된 고주파 계수를 나타낸다.

### 3. 직류링크 전류의 분석

스위칭 함수와 인버터 폴전압의 고주파 계수를 이용하여 컨버터, 인버터 양단의 직류 링크 전류를 유도할 수 있다.

#### 3.1 인버터 상전류 유도

인버터  $k$ 번째 암의 폴전압의  $n$ -차 고주파 성분의 크기를  $V_{kGn}$ 이라 하면 고주파 전류  $i_{kn}$ 은 다음과 같다.

$$i_{kn} = \frac{V_{kGn}}{Z_{kn}} \quad (10)$$

여기서,  $Z_{kn}$ 은 각 상의 단자와 직류 링크단의 가상 중성점 사이의 임피던스이다. 또, 상전류는

$$i_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{V_{kGn}}{Z_{kn}} \right) e^{jn(\theta-\phi)} \cdot e^{-jn2\pi(k-1)/3} \quad (11)$$

과 같고, 여기서  $\phi$ 는 역률각을 나타낸다.

또, 각 상의 전류의 합은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$i_o = \sum_{k=1}^3 i_k \quad (12)$$

$$= \sum_{k=1}^3 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{V_{kGn}}{Z_{kn}} \right) e^{jn(\theta-\phi)} \cdot e^{-jn2\pi(k-1)/3} \right\} \quad (13)$$

각 상의 임피던스가 동일하다고 가정하면,

$$i_o = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \left( \frac{V_{kGn}}{Z_n} \right) e^{jn(\theta-\phi)} \sum_{k=1}^3 e^{-jn2\pi(k-1)/3} \right\} \quad (14)$$

식(14)에 기하 급수(geometric series)를 적용하면

$$\sum_{k=1}^3 e^{-jn2\pi(k-1)/3} = e^{-jn(3-1)/3} \frac{\sin(\pi n)}{\sin(\frac{\pi n}{3})} \quad (15)$$

식 (15)는 3의 배수를 제외한 모든 정수에서 그 값이 “0”이므로 식 (11)은 3배수 고주파 성분을 제외한 형태로 다음과 같이 다시 나타낼 수 있고, 이는 물리적인 실제 시스템과 잘 일치하는 결과이다.

$$i_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{V_{kGn}}{Z_{kn}} \right) e^{jn\theta} \cdot e^{-jn2\pi(k-1)/3} \quad (16)$$

여기서,  $n \neq sq, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

#### 3.2 스위칭 함수 $S_k$ 유도

스위칭 함수  $S_k$ 는 식 (9)의 고주파 계수를 이용하여 식 (14)과 유사하게 나타낼 수 있다.

$$S_k = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{jm\theta} \cdot e^{-jm2\pi(k-1)/3} \quad (17)$$

#### 3.3 인버터의 직류 링크 전류 해석

인버터 전체 직류 링크 전류는 다음 식과 같다.

$$i_{dcl} = \sum_{k=1}^3 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{V_{kGn}}{Z_n} \right) e^{jn\theta} e^{-jn2\pi(k-1)/3} \right. \\ \left. \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{jm\theta} e^{-jm2\pi(k-1)/3} \right\} \quad (18)$$

또, 식 (14)에서와 같이 기하 급수를 적용하면,

$$i_{dcl} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} 3 \left( \frac{V_{A_n}}{Z_n} \right) \cdot \\ A_m e^{j(s-3)s} e^{-js^2} \quad (19)$$

$$n \neq 3s, m+n = 3s, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

식 (19)는 직류링크 전류를 시간 축 상에서 표현한 일반식이다.

또한,  $I_{dcl}$ 의 지수함수 형태의 푸리에 급수 전개를 이용하면 직류링크 전류의 주파수 영역에서의 일반적인 표현식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$B_l = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_{dc} \cdot e^{-jl\theta} d\theta \quad (20)$$

여기서,  $B_l$ 은  $I_{dcl}$ 의  $l$ -차 고주파 성분의 크기를 나타낸다. 식 (19)를 식(20)에 대입하면, 아래와 같다.

$$B_l = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} 3 \cdot \left( \frac{V_{A_n}}{Z_n} \right) \cdot \\ A_m \cdot e^{-js^2(3-1)} \quad (21)$$

여기서,  $n \neq 3s, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,

$$m+n = 3s, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, l = s q$$

식 (21)은 직류링크 전류의 주파수 영역에서의 일반적인 표현식이다. 위 식은 3상 인버터의 고주파 성분에는 3배수 고주파만 존재하는 물리적인 현상과 일치한다.

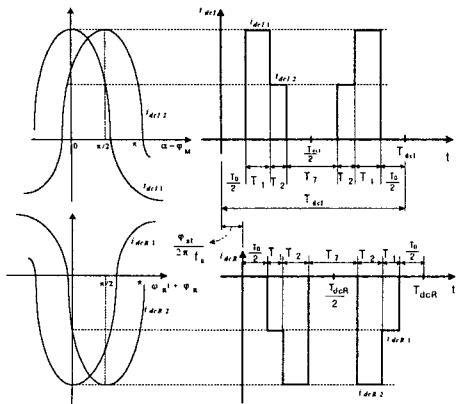


그림 3 스위칭 펄스와 변위각

위 : 인버터, 아래 : 컨버터

Fig. 3 Switching pulses and displacement angle.  
top; inverter, bottom; converter

### 3.4 커패시터를 흐르는 직류링크 전류

전원측 컨버터의 직류링크 전류도 인버터에서와 동일한 방법으로 얻을 수 있다. 인버터와의 차이점은 컨버터 단에 존재하는 전원전압이다. 전원전압을 고려한 컨버터 측의 상전류는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$i_{kn} = \frac{V_{kGn} - E_{kl} \cdot e^{j\omega_k t}}{Z_{kn}} \quad (22)$$

여기서,  $E_{kl}$ 과  $\omega_k t$ 는  $k$ 상의 전원전압의 크기와 주파수를 나타낸다.

위의 결과를 이용하여 마지막으로 커패시터를 흐르는 직류링크 전류는 아래와 같이 컨버터와 인버터의 각 고조파 성분의 변위각을 고려한 벡터 합으로 구할 수 있다.

$$\vec{i}_{Cn} = \vec{i}_{dcRn} + \vec{i}_{dcIn} \cdot e^{j\varphi_{st}} \quad (23)$$

그림 3은 PWM 컨버터와 인버터의 스위칭 주기의 차이에 해당하는 변위각을 나타낸다. 커패시터를 흐르는 직류링크 전류는 변위각  $\varphi_{st} = 0, \pi, 2\pi$ 에서 최소가 된다. 이 값에서 환류(freewheering)상태가 중첩되는 구간이 가장 길기 때문이다. 이런 관점에서 변위각이  $\varphi_{st} = \pi/2, 3\pi/2$ 에서 리플 전류가 가장 크게 나타난다. 이 변위각은 PWM제어의 하나의 자유도의 역할을 하고, 이 각을 제어함으로써 커패시터를 흐르는 리플 전류를 최소화할 수 있다.

## 4. 분석 및 시뮬레이션 결과

유도한 계산식은 MathCad를 통해 분석하였고 Psim을 이용한 시뮬레이션을 통해 분석한 결과가 유효함을 검증하였다.

시뮬레이션에 사용한 데이터는 다음과 같다;

$$V_s = 220[V], 60[Hz], V_{dc} = 350[V], C = 3300[\mu F].$$

그리고 시스템의 동작 조건은 표 1과 같다.

표 1 동작 조건

Table 1 Operation Condition

	컨버터	인버터
R, L	$1[\Omega], 0.006[H]$	$7.52[\Omega], 0.014[H]$
역률	1	0.8
변조지수	1	0.8
$f_1, / f_s$ pulse per cycle	3420 / 60 [Hz] 57	3420 / 60 [Hz] 57

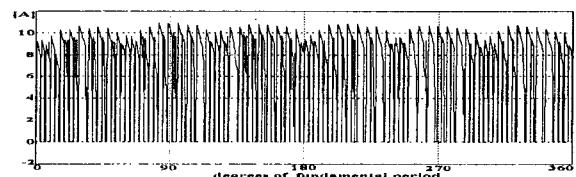
그림 4는 직류 링크 전류의 시간 축 상의 파형을 나타내고 있다. 직류링크 전류는 PWM에 의한 파형이므로 불연속적인 형태의 파형을 나타내고 있으며 그 외형은 역률이 1부근에서는 스텝형태가 나타나지 않지만, 역률이 낮을 경우에는 전기각  $60^\circ$ 마다 스텝의 형태를 나타내게 되며 역률이 더 낮으면 그 값이 양의 값과 음의 값을 모두 갖게 된다.

그림 5와 6은 직류링크 전류의 주파수 영역에서의 분석의 결과와 시뮬레이션 결과를 나타낸다. 각각의 결과가 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

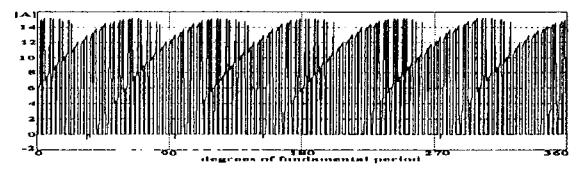
그림 7은 부하측 인버터가 비동기(asynchronous) PWM의 결과를 나타내고 있으며 그 결과는 동기가 맞을 경우와 큰 차이가 없으므로 유도한 수식이 비동기 PWM에서도 적용이 가능함을 알 수 있다.

그림 8은 변조지수와 역률의 변동에 따른 직류링크 전류의 실효치를 나타낸다.

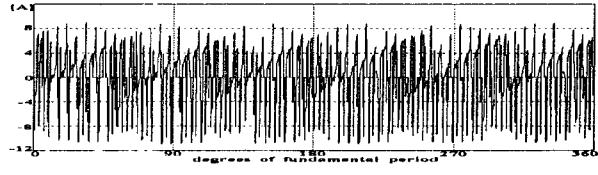
그림 9는 변위각에 따른 직류링크 전류의 실효값을 나타내고 있다. 위에서 언급한 바와 같이 리플 전류는  $\varphi_{st} = \pi/2$ 에서 가장 큰 값을 갖게 되고,  $\varphi_{st} = 0, \pi$ 에서 최소값을 가짐을 알 수 있다.



(a) PWM converter

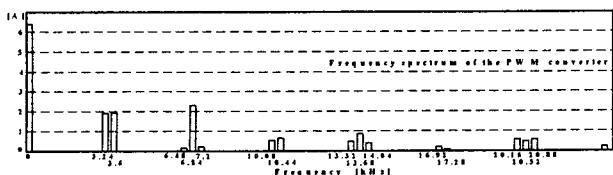


(b) PWM inverter

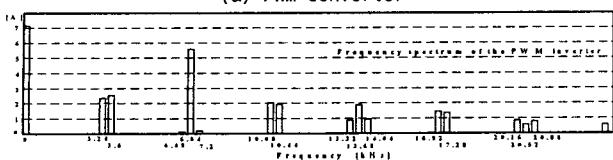


(c) DC link capacitor

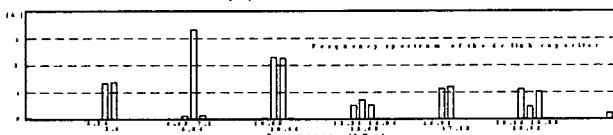
그림 4 시간축상의 직류링크 전류 파형  
Fig. 4 Dc link current waveform in time domain



(a) PWM converter

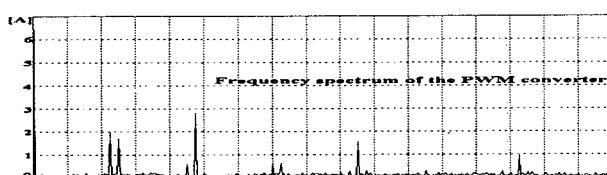


(b) PWM inverter

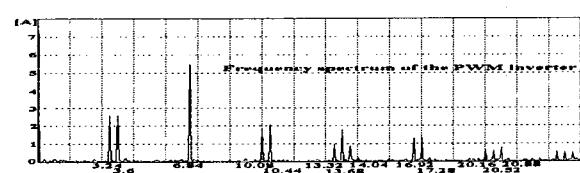


(c) DC link capacitor

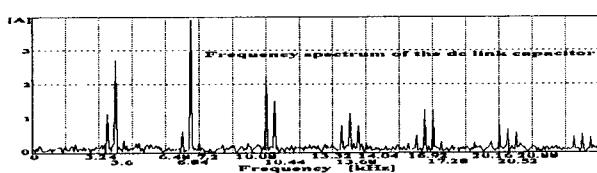
그림 5 직류링크 전류의 주파수 스펙트럼(분석결과)  
Fig. 5 Harmonic spectrum of dc link current(analysis)



(a) PWM converter



(b) PWM inverter



(c) DC link capacitor

그림 6 직류링크 전류의 주파수 스펙트럼(시뮬레이션결과)  
Fig. 6 Harmonic spectrum of dc link current(simulation)

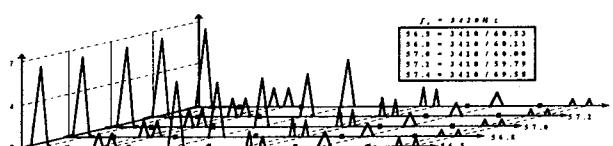


그림 7 비동기 PWM에서의 인버터 직류링크 전류 스펙트럼  
Fig. 7 Harmonic spectrum of inverter input current for asynchronous PWM

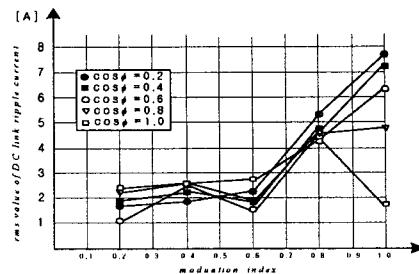


그림 8 역률에 따른 직류링크 리플전류

Fig. 8 Dc link ripple currents with regard to power factor

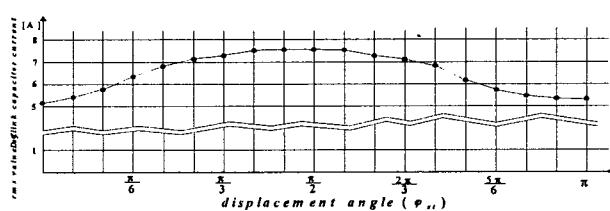


그림 9 변위각에 따른 직류링크 리플 전류의 실효치

Fig. 9 Rms value of the dc link ripple currents as a function of displacement angle

## 5. 결 론

본 논문에서는 3상 ac/dc/ac PWM 컨버터의 직류링크 리플 전류를 주파수축 상에서 스펙트럼 분석을 수행하였다. 분석은 스위칭 함수와 지수함수 형태의 퓨리에 급수를 이용하였다. 또, 컨버터와 인버터의 스위칭 주기의 위상차에 해당하는 변위각(displacement angle)에 따른 직류링크 전류의 크기를 분석하였다. 그리고 해석결과와 수치적인 시뮬레이션 결과가 잘 일치함을 확인하였다. 제안된 주파수분석 기법은 직류링크 커패시터의 용량 선정 및 커패시터 수명 추정에 유용하게 이용될 수 있을 뿐만 아니라 PWM 동작의 이해에도 도움이 될 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] Amine Lahyani, Pascal Venet and Guy Grelet, "Design of processing system for state diagnosis of electrolytic capacitors," EPE Journal, pp. 19-24, Feb., 2001.
- [2] P. A. Dahono, Y. Sato, and T. Kataoka, "A novel method for analysis of inverter currents," IEE Conf., pp. 407-412, Oct., 1994.
- [3] P. A. Dahono, Y. Sato, and T. Kataoka, "Analysis of ripple components of the input current and voltage of PWM inverters," INT. J. Electronics, vol. 80, no. 2, pp.265-276, 1996.
- [4] P. D. Evans and R. J. Hill-Cottingham, "DC link current in PWM inverter," IEE proc. on Electric Power Applications, vol. 133, no.4, July, 1986.
- [5] L. Sack, "DC link current in bidirectional power converter with coordinated pulse patterns," EPE proc., Trondheim, pp. 239-244(vol. 4), 1997.