2001년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2001.7.18-20

계통제약하에서의 Interior Point 법을 이용한 경제급전

김경신 이승철
중앙대학교 전자전기공학부

Application of Interior Point Method to Security Constrained Economic Dispatch

Kyoung-Shin Kim. Seung-Chul Lee.
School of EEE. Chung-Ang University

Abstract - This Paper presents an application technique for solving the Security Constrained Economic Dispatch (SCED)problem using the Interior Point Method.
The optimal power flow solution is obtained by optimizing the given generation cost objectives function subject to the system security constraints.
The proposed technique is applied to a prototype 6-bus system for evaluation and test.

1. 서 론

전력에 대한 생산, 수송, 판매를 1개의 전력회사가 일관하던 전력시장의 독점체제가 최근 전력산업의 구조개편에 따라 생산, 수송, 판매가 분리되고 다수의 사업자가 등장하고 있다. 이에 따라 전력시장에는 자유경쟁이 도입되게 되었으며, 경영효율개선을 위한 각 발전회사내에서의 계통운용회사와의 협조하에서의 발전력배분이 새로이 대두되고 있다. 이러한 발전력배분을 위해 사용되는 기본적인 기법이 경제급전이다.[1] 경제급전은 발전연료비를 최소화하면서 부하전력을 공급하기 위해 발전량을 배분하는 문제이며, 계통의 물리적 제약조건을 반영한 것이 선로 제약을 고려한 경제급전(SCED : Security Constrained Economic Dispatch)이다[2,3].
SCED 문제를 풀기 위해서는 SCED문제를 정확하게 수식화해야 하고, 최적화된 해를 구하기 위한 보다 효율적인 알고리즘을 이용해야 한다[2]. SCED를 풀기 위해 지금까지 많은 알고리즘이 제안되었는데, 그 알고리즘 중에서 널리 사용되었던 것이 Linear Programming, Quadratic Programming, Newton-Rhaphon, Continuation Method 등이 있다. 그러나 계통의 규모가 점차 커짐에 따라서 보다 빠르게 수렴하고 신뢰할 수 있는 안정된 최적화 기법이 요구되게 되었다[2,4].
1980년대 초에 Karmarkar에 의해 LP를 푸는 새로운 방법이 제안되었는데 Simplex법과 달리 가능해영역의 내부를 가로질러 최적해를 찾는 방법으로 이를 내점법(Interior Point Method : IP)이라고 한다. LP의 경우 제약조건들로 이루어지는 각 coner point들을 순차적으로 방문해가며 최적해를 구하는 반면에 IP기법의 경우는 초기치로부터 직접 최적해에 접근해 갈 수 있으므로, 해에 보다 빨리 수렴할 수 있는 가능성이 있다[4].
본 논문에서는 OPF(Optimal Power Flow)에서 SCED의 식을 유도하고, 새로운 알고리즘인 IP법에 설명하고, 특히, SCED 문제에 Primal Affine Scaling IP기법을 적용하고자 한다.

2. 선로제약을 고려한 경제급전의 수식화

선로 제약을 고려한 경제급전의 식은 최적조류계산을 구하는 식에서 전력시스템의 특성에 따라 유효전력과 무효전력의 분할계산을 실시하여 유효전력 부분에서 얻어지는 SCED의 수식으로 구성된다.

$$Min\{C_t = \sum C_i(P_i)\} \tag{1a}$$

$s.t.$

$$P_k = \sum_{j\in k} V_k V_j [G_{kj}\cos(\theta_k - \theta_j) + B_{kj}\sin(\theta_k - \theta_j)],\ k\in N \tag{1b}$$

$$P_i^m \le P_i \le P_i^M,\ i\in G \tag{1c}$$

$$|S_l| \le S_l^M,\ l\in T \tag{1d}$$

여기서,
C_t: 총 연료비용 C_i: 각 발전기 i의연료비
P_k: 모선 k에서의 유효전력 S_l: 선로 l에 흐르는 피상전력
V_i, θ_i : 모선 i에서의 전압 및 전압 위상각
G_{kj}, B_{kj}: 모선 $k-j$간의 모선어드미턴스행렬의 유·무효분
N, G, T: 각각 총 모선수, 발전기 모선수, 선로수

실계통에서 무효전력은 지역변전소나 부하중심에서 보상되어, $r = R_l/F_l$이 매우 작으므로 식(1d)는 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$S_l = \sqrt{R_l^2 + F_l^2} = F_l\sqrt{1 + \left(\frac{R_l}{F_l}\right)^2} = F_l\sqrt{1 + r^2} \approx F_l \tag{2}$$

$$|F_l| \le F_l^m$$

2.1 선로제약을 고려한 경제급전의 선형화

2.1.1 일반발전분배계수(GGDF)

일반발전분배계수(Generalized Generation Distribution Factor : GGDF)는 일반적인 종래의 발전이동분배계수(Generation Shift Distribution Factor : GSDF)를 대체하기 위해 개발되었다.
GSDF는 각 발전의 발전량 변화에 대해 선로조류의 변화량을 나타내는 계수로서 이 계수를 사용하면 발전출력량에 변화가 있을 경우 조류계산을 하지 않고 변화된 선로조류를 구할 수 있다. 하지만 부하가 변하여 전체 계통 발전량이 변할 경우에는 이 계수를 사용할 수가 없다. 이러한 단점을 극복하기 위해 GGDF가 개발되었다.
선로에 흐르는 유효전력과 발전기출력과의 관계를 GGDF를 사용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_l = \sum \beta_{i,l} P_i \tag{3}$$

여기서,
P_i : 발전기 i의발전량, F_l : 선로에 흐르는 유효전력
$\beta_{i,l}$: 발전기 i에 대한 선로 l의 GGDF

2.1.2 전력수급평형식(Power Balance Equation)

전력수급평형식을 고려해보면,

$$\sum_{i\in G} P_i = P_D + P_L \tag{4}$$

여기서, P_D : 계통의 총 부하, P_L : 계통의 총 손실
식(4)에서 만약 부하가 일정하다면 발전량의 미소변화는 손실의 변화로 나타낼 수 있으므로, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{i \in G} \Delta P_i = \Delta P_L \tag{5}$$

2.1.3 증분송전손실계수(ITLF)

송전손실과 발전출력과의 관계를 나타내기 위해 증분손실계수(Incremental Transmission Losses Factor : ITLF)가 사용되는데 증분손실계수(r_i)는 다음과 같이 정의된다.

$$r_i = \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \tag{6}$$

발전기의 발전량이 변할 경우 그때 발생하는 손실의 변화량은 증분손전손실계수의 정의에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta P_L = \sum_{i \in G} r_i \Delta P_i \tag{7}$$

2.1.4 SCED의 선형화

2.1.1~2.1.3을 이용하면 식(1)에서 정식화된 SCED 식을 다음과 같이 선형화된 식으로 쓸 수 있다.

$$Min\{\Delta C_t = \sum_{i \in G} (b_i + 2c_i P_i) \Delta P_i\} \tag{8a}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (1 - r_i) \Delta P_i = 0 \quad , \quad i \in G \tag{9}$$

$$\Delta P_i^m \le \Delta P_i \le \Delta P_i^M \quad , \quad i \in G \tag{10}$$

$$\sum_{i \in G} \beta_{i,l} \Delta P_i \le \Delta S_i^M \tag{11}$$

3. Interior Point Method

Karmarkar에 의해 제안된 Prima Affine Scaling 법에대해 설명할 것이다.

3.1 Primal Affine Scaling Method

선형계획법의 표준형을 살펴보면 다음과 같이 최소화하려는 목적함수와 등식제약조건, 그리고 비부조건으로 이루어져 있다.

$$Min\ c^T x \tag{12}$$

$s.t.$

$$Ax = b \tag{13}$$

$$x \ge 0 \tag{14}$$

여기서, c와 x는 n-vectors, b는 m-vectors, A는 full rank m×n matrix이다.
초기값을 x_0라고 하고, 새로운 내부 가능해를 x_{new}라고 하면, x_{new}는 위의 제약조건을 만족해야만 한다.

$$x_{new} = x_0 + dx, \quad dx : step\ direction\ vector \tag{15}$$

$$Ax_{new} = A(x_0 + dx) = Ax_0 + Adx = b \tag{16}$$

$$c^T x_{new} = c^T(x_0 + dx) = c^T x_0 + c^T dx \tag{17}$$

식(16)에서 $Ax_0 = b$이므로,

$$Adx = 0 \tag{18}$$

식(17)에서는 $c^T x_{new} \le c^T x_0$이므로,

$$c^T dx \le 0 \tag{19}$$

식(18)과 식(19)를 만족시키기 위해서, 다음과 같이 투영연산자(Projection Operator)를 정의한다.

$$P = I_n - A^T(AA^T)^{-1}A \tag{20}$$

식(20)에서 정의한 P는 모든 벡터 z에 대해서, y=Pz 라면, 이 벡터 y는 Ay=0을 만족한다. 또한 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$P = P^T \text{ and } P = P^2 \tag{21}$$

따라서, $dx = P(-c)$라고 하면, dx는 다음과 같이 식(18)~(19)를 만족한다.

$$Adx = AP(-c) = 0 \tag{22}$$

$$c^T dx = -c^T Pc = -c^T P^2 c = -(Pc)^T (Pc) = -|Pc|^2 \le 0 \tag{23}$$

vector x에 scaling operation을 적용하기 위해 우선 diagonal scaling matrix는 다음과 같다.

$$D = diag(x_1, x_2, \cdot \cdot \cdot, x_n) \tag{24}$$

scailed vector x'는

$$x' = D^{-1}x \tag{25}$$

식(25)를 이용하여, 식(12)~(14)를 scailing 할 수 있다.

$$Min\ c'^T x' \tag{26}$$

$s.t.$

$$A'x' = b \tag{27}$$

$$x' \ge 0 \tag{28}$$

여기서,
$A' = AD$, $c' = Dc$
scailed projection operator는 다음과 같다.

$$P' = I_n - A'^T(A'A'^T)^{-1}A' \tag{29}$$

또, scailed direction vector dx'는

$$\begin{aligned} dx' &= -P'c' = -D[c - A^T(AD^2A^T)^{-1}AD^2c] \\ &= -D[c - A^T y] \quad Letting\ y = (AD^2A^T)^{-1}AD^2c \end{aligned} \tag{30}$$

식(25)에 의해 $dx = Ddx'$이므로,

$$\begin{aligned} dx &= -D^2[c - A^T y] \\ &= -D^2 z \quad Letting\ z = c - A^T y \end{aligned} \tag{31}$$

3.2 Primal Affine Scaling Method의 알고리즘

primal affine scailing method의 계산절차를 정리하면 다음과 같다.

i . 초기 가능해를 x_0를 구하고, 허용오차 ε를 정한다.
ii . scailing matrix D(k)를 정한다.

$$D(k) = diag(x_1(k), x_2(k), \cdot \cdot \cdot, x_3(k))$$

iii . y값을 구한다.

$$y(k) = (AD^2(k)A^T)^{-1}AD^2(k)c$$

iv . z값과 dx값을 구한다.

$$z(k) = c - A^T y(k)$$

$$dx(k) = -D^2(k) z(k)$$

v . 개선된 해를 구한다.

$$x(k+1) = x(k) + \frac{\rho}{\alpha} dx(k)$$

여기서, ρ는 $0 < \rho < 1$이고, 대개 0.95~0.995사이의

값을 취한다.
step size인 α는 다음식에 의해 구할 수 있다.

$$\alpha = Max\left\{ -\frac{x_i(k)}{dx_i(k)} : \forall\ dx_i(k) < 0,\ 1 \le i \le n \right\}$$

vi. 최적판정을 하여 오차범위내에 수렴하면, 멈추고, 오차범위내에 수렴하지 않으면, 단계 ii로 간다.

$$\frac{|c^T x - b^T y|}{|1 + c^T x|} \le \varepsilon$$

4. 사례연구

IP법을 적용한 SCED를 3기 6모선 계통에 적용하였다.

4.1 적용 계통의 입력 데이터

적용계통의 입력데이터는 참고문헌[3]에 있으며, 발전기 데이터는 다음 표와 같다.

표 1 발전기 데이타

모선 번호	발전기 [MW]		연료비계수		
	하한	상한	a[R]	b[R/MW]	c[R/MW²]
1	50	200	213.1	11.669	0.00533
2	35	150	200.0	10.333	0.00889
3	45	180	240.0	10.833	0.00741

4. 2 IP 적용결과

IP법을 적용한 SCED를 6모선계통에 구현했으며, 주어진 제약조건(선로용량, 발전용량 상·하한)에 따라 연료비를 최소화하도록 하였다.

선로의 과부하를 해소하기 위하여 필요한 일반화발전분배계수와 증분송전손실계수를 표시하면 표2와 표3과 같다.

표 2 일반화발전분배계수

선로 번호	일반화발전분배계수(GGDF)		
	발전기번호		
	1	2	3
1(1-2)	0.3569	-0.1276	-0.0637
2(1-4)	0.3635	0.0372	0.0540
3(1-5)	0.3047	0.0800	-0.0121
4(2-3)	0.0970	0.1481	-0.2509
5(2-4)	0.0146	0.3309	0.2368
6(2-5)	0.0597	0.1579	0.0232
7(2-6)	0.1768	0.2370	-0.0727
8(3-5)	-0.0092	0.0550	0.2833
9(3-6)	0.1016	0.0941	0.4723
10(4-5)	0.0423	0.0368	-0.0406
11(4-6)	0.0573	-0.0008	-0.0726

표 3 증분송전손실계수

증분송전손실계수(ITLF)		
발전기 번호		
1(slack)	2	3
0	0.0486	0.0566

SCED에 IP를 적용한 결과는 표 4와 같으며, 초기발전량은 손실을 무시한 경우의 최적값이다.

기존의 Simplex법과 비교하면 최종출력량과 총연료비는 거의 같았다.

실행시간면에서는 Simplex법이 0.43초, IP법이 0.38초로 IP법의 수렴 속도가 약간 빠르게 나타났다.

표 4 최종 발전량과 연료비

모선 번호	발전기 번호	초기출력량[MW]	최종출력량[MW]
1	1	50.5974	95.1878
2	2	119.7750	59.9919
3	3	45.0019	60.4950
총연료비용[R/h]		3124.9	3146.5

5. 결 론

본 논문은 전력계통의 경제운용을 위해 선로 제약을 고려한 경제급전에 대해서 기술하였다. 선로 제약을 고려한 경제급전의 수식을 나타냈으며, 일반화발전분배계수와 증분선로손실계수를 이용한 선형화 방법을 보였다. 그리고 선형계획법의 최적화 기법으로 최근 각광받고 있는 내점법(IP)을 이용하여 선로 제약을 고려한 경제급전의 최적해를 구했다.

본 논문에서는 3기 6모선의 계통에 선로 제약을 고려한 경제급전을 적용하여 Simplex법과 비교하여 수렴속도의 우수성을 보였긴 했으나, 6모선 계통의 경우 제약조건의 수가 적기 때문에 시간 차이가 크게 나지 않았다.

비록 본 논문에서 IP법을 이용하여 선로 제약을 고려한 경제급전 문제를 해결하였으나, 보다 규모가 큰 계통에 적용하여 수렴속도의 차이를 정확히 입증해야 할 것이며, IP법의 초기치 해를 구하는 알고리즘은 앞으로도 연구해야 할 과제로 남아 있다.

[참 고 문 헌]

[1] F. Nishimura, R.D. Tabors, M.D. Ilic, and J. R. Lacalle-Melero, "Benefit Optimization of Centralized and Decentralized Power System in a Multi-Utility Environment", IEEE Trans. on PWRS, Vol 8, No. 3, pp.1180-1186, Aug. 1996.

[2] Luis S. Vargas, Victor H. Quintana and A Vannelli, "A Tutorial Description of an Interior Method and its Applications to Security Constrained Economic Dispatch", IEEE Trans. on Power System Vol 8, No. 3, pp.1315-1324, 1993

[3] Allen J Wood, "Power Generation, Operation, And Control", John Wiley & Sons, INC. 1984

[4] Ami Arbel, "Exploring Interior-Point Linear Programming", The MIT Press, 1993

[5] Ng W.Y., "Generalized Generation Distribution for Power System Security Evaluation", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-100, No. 4 pp. 1001-1005, 1981

[6] Hadi Saadat, "Power System Analysis", McGraw-Hill New York, 1999

[7] Pai, M. A., "Computer Techniques in Power System Analysis", McGraw-Hill, New Delhi, 1979

[8] Stott B. and Marino J. L., "Linear Programming Power System Network Security Applications.", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS No.3, pp837-848, 1979

[9] Anthony Vannelli, "Teaching Large-Scale Optimization by an Interior Point Approach", IEEE Trans. on Education, Vol.36 No.1, 1993