

축소모델 확장 칼만필터를 이용한 유도전동기의 센스리스 벡터제어

허종명* 서영수
명지대학교*

Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Using a Reduced-model Extended Kalman Filter

Jong-Myung Heo* Young-Soo Seo
Myongji University*

Abstract - This paper presents a detailed study of the reduced-model extended Kalman filter(EKF) for estimating the rotor speed of an induction motor drive. The general structure of the Kalman filter is reviewed and the various system vectors and matrices are defined. By including the rotor speed as a state variable, the EKF equations are established from a discrete two axis model of the three-phase induction motor. using the software MATLAB/Simulink, simulation of the EKF speed estimation algorithm is carried out for an induction motor drive with indirect vector control.

1. 서 론

유도전동기의 가변속 제어는 벡터제어 이론을 이용하여 정밀제어를 요구하는 분야까지 응용 범위를 넓혀가고 있다.

따라서 유도전동기의 입력 전압과 전류를 MRAS , Neural-Network, Fuzzy 등과 같은 추정이론들을 응용한 속도 추정 제어[1][2], 철손을 고려한 제어[3] 그리고 고주파에서의 돌극성을 이용한 센스리스 제어[4]등 많은 연구가 되고 있다.

본 논문에서는 유도 전동기 벡터제어를 위한 속도 추정 방법으로 축소모델 확장칼만필터의 사용을 제안하였다. 이 방법은 상태변수 차수를 감소시켜 알고리즘을 수행하므로서 구현이 간단하고,알고리즘 수행 시간을 단축할 수 있는 장점이 있다.

2. 본 론

2.1 동기 회전 좌표계의 모델링

농형 유도 전동기의 고정자 및 회전자 전압 방정식은 식1과 같다.

$$\begin{aligned} v_{qs} &= R_s i_{qs} + p\lambda_{qs} + \omega_e \lambda_{ds} \\ v_{ds} &= R_s i_{ds} + p\lambda_{ds} - \omega_e \lambda_{qs} \\ v_{qr} &= R_r i_{qr} + p\lambda_{qr} + \omega_{sl} \lambda_{dr} = 0 \\ v_{dr} &= R_r i_{dr} + p\lambda_{dr} - \omega_{sl} \lambda_{qr} = 0 \end{aligned} \tag{식1}$$

식1를 유도전동기 해석에 적합한 동기 좌표계로 변환하여 행렬형태로 나타내면 식2와 같다.

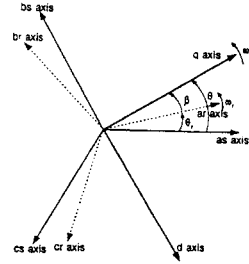


그림1. 고정좌표계와 동기회전좌표계와의 관계

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^e \\ v_{ds}^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & \omega_e L_s & pL_m & \omega_e L_m \\ -\omega_e L_s & R_s + pL_s & -\omega_e L_m & pL_m \\ pL_m & \omega_{sl} L_m & R_r + pL_r & \omega_{sl} L_r \\ -\omega_{sl} L_m & pL_m & -\omega_{sl} L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{qr} \\ i_{dr} \end{bmatrix} \tag{식2}$$

2.2 확장 칼만필터(EKF)

유도전동기의 회전자 순시 속도를 추정 하려고 하는 ω_r 를 새로운 상태 변수로 잡으면 전체적인 상태 변수는 다음과 같다.

$$x(k) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [i_{qs} \ i_{ds} \ \lambda_{qr} \ \lambda_{dr} \ \omega_r]^T$$

$$u(k) = [v_{qs} \ v_{ds}]^T$$

$$y(k) = [i_{qs} \ i_{ds}]^T$$

비선형 상태방정식은 식3,식4와 같다.

$$\dot{x}(k+1) = f[x(k), u(k), k] + Gw(k) \tag{식3}$$

$$y(k) = h[x(k), k] + v(k) \tag{식4}$$

노이즈 가중행렬(G)과 출력 행렬(H)은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{L_m}{\tau-r} t_s & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{\tau-r} t_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P}{2J} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.3 회전자 속도 추정을 위한 축소 모델 EKF

식2를 고정자 전류성분과 회전자 자속성분으로 정리하면 식5와 같다.

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^e \\ v_{ds}^e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & w_e k_1 & 0 & w_e k_2 \\ -w_e k_1 & R_s & -w_e k_2 & 0 \\ -\frac{L_m}{\tau_r} & 0 & \frac{1}{\tau_r} + p & w_{sl} \\ 0 & -\frac{L_m}{\tau_r} & -w_{sl} & \frac{1}{\tau_r} + p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^e \\ i_{ds}^e \\ \lambda_{qr}^e \\ \lambda_{dr}^e \end{bmatrix} \quad \text{식5}$$

식5에서 입력변수 $u(k)$, 출력변수 $y(k)$, 상태변수 $x(k)$ 를 벡터로 분할하여 다시 정리하면

$$\begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & F \\ G & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \quad \text{식6}$$

여기에

$$E = \begin{bmatrix} R_s & w_e k_1 \\ -w_e k_1 & R_s \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & w_e k_2 \\ -w_e k_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -\frac{L_m}{\tau_r} & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{\tau_r} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_r} + p & w_{sl} \\ -w_{sl} & \frac{1}{\tau_r} + p \end{bmatrix}$$

식6을 고정자 전압방정식에 대해 정리 하면

$$u = Ey + Fx$$

출력 방정식을 유도하기 위한 출력 변수 y 에 대하여 정리 하면 다음과 같다.

$$y = -E^{-1}Fx + E^{-1}u \\ = Cx + Du$$

식6을 회전자 전압방정식에 대해 정리 하면

$$0 = Gy + Hx + px$$

위식을 미분연산자 p 에 대해 전개하면

$$px = -Hx - Gy \\ = -Hx - G(Cx + Du) \\ = (-H - GC)x - GDu \\ = Ax + Bu \quad \text{식7}$$

각 상태변수에 대해서 상태 방정식을 유도하기 위해 식7을 이용하여 정리하면

$$p \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^e \\ \lambda_{dr}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & -(w_{sl} + a_2) \\ w_{sl} + a_2 & a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^e \\ \lambda_{dr}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & -b_2 \\ b_2 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}^e \\ v_{ds}^e \end{bmatrix} \quad \text{식8}$$

$$a_1 = \frac{1}{\tau_r} \left(1 + \frac{L_m w_e^2 k_1 k_2}{\Delta} \right) \quad a_2 = \frac{L_m R_s w_e^2 k_2}{\Delta} \\ b_1 = \frac{L_m R_s}{\tau_r \Delta} \quad b_2 = \frac{L_m w_e k_1}{\tau_r \Delta} \quad \Delta = r_s^2 + w_e^2 k_1^2$$

각 출력 변수에 대해 정리 하면

$$\begin{bmatrix} i_{qr}^e \\ i_{dr}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_2 \\ c_2 & c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^e \\ \lambda_{dr}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 & -d_2 \\ d_2 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}^e \\ v_{ds}^e \end{bmatrix}$$

$$c_1 = -\frac{w_e^2 k_1 k_2}{\Delta} \quad c_2 = \frac{R_s w_e^2 k_2}{\Delta} \quad d_1 = \frac{R_s}{\Delta} \quad d_2 = \frac{w_e k_1}{\Delta}$$

축소모델 상태방정식에 회전자 속도 ω_r 를 첨가하여 새로운 상태방정식을 유도하면 비선형 방정식은 다음과 같다.

$$p \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^e \\ \lambda_{dr}^e \\ \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \lambda_{qr}^e - (w_{sl} + a_2) \lambda_{dr}^e + b_1 v_{qs}^e - b_2 v_{ds}^e \\ (w_{sl} + a_2) \lambda_{qr}^e + a_1 \lambda_{dr}^e + b_2 v_{qs}^e + b_1 v_{ds}^e \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{식10}$$

비선형 상태 방정식 식 10과 출력 방정식 식 11은 모델링 및 측정 오차를 포함하고 있다. 따라서 노이즈 성분을 고려하여 다음과 같이 상태공간 모델로 표현 할 수 있다.

$$x(k+1) = f[x(k), u(k)] + Gw(k) \quad \text{식11}$$

$$y(k) = h[x(k)] + v(k) \quad \text{식12}$$

여기서 $x = [x_1, x_2, x_3]^T = [\lambda_{qr}^e, \lambda_{dr}^e, \omega_r]$

$$y = [i_{qs}^e, i_{ds}^e]^T$$

$$u = [v_{qs}^e, v_{ds}^e]^T$$

상태 변수에 관해 전개하면

$$px_1 = a_1 x_1 - (\omega_e - x_3 + a_2) x_2 + b_1 (v_{as}^e + \omega_1) - b_2 (v_{ds}^e + \omega_2) \quad \text{식13}$$

$$px_2 = (\omega_e - x_3 + a_2) x_1 + a_1 x_2 + b_2 (v_{as}^e + \omega_1) + b_1 (v_{ds}^e + \omega_2) \quad \text{식14}$$

$$px_3 = \frac{P}{2J} \omega_3$$

노이즈 가장 행렬은 다음과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} b_1 & -b_2 & 0 \\ b_2 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{P}{2J} \end{bmatrix} \quad \text{식16}$$

상태 방정식 식 11과 출력 방정식 식 12는 비 선형 방정식이므로 EKF 알고리즘에 적용하기 위해서는 선형화 과정이 필요하다.

식 11의 $f(\cdot)$ 와 식 12의 $h(\cdot)$ 를 선형화한 Jacobian 행렬은 식 17,18과 같다.

$$F(k) = \frac{\partial f[x, u, t]}{\partial x} \Big|_{\hat{x}(k|k)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + a_1 & (-\omega_e + x_3 - a_2) t_s & x_2 t_s \\ (\omega_e - x_3 + a_2) t_s & 1 + a_1 & -x_1 t_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{식17}$$

$$H(k) = \frac{\partial h[x, t]}{\partial x} \Big|_{\hat{x}(k|k)} = \begin{bmatrix} c_1 t_s & -c_2 t_s & 0 \\ c_2 t_s & c_1 t_s & 0 \end{bmatrix} \quad \text{식18}$$

식17,식18을 이용하여 EKF의 Prediction Equation과 Correction Equation에 의해 상태변수를 추정한다.

1. $\hat{x}(k+1|k) = \hat{x}(k|k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f[\hat{x}(t|k), u(t), t] dt$
2. $P(k+1|k) = F(k+1|k) \cdot P(k|k) \cdot F^T(k+1|k) + Q_d(k)$
3. $K(k+1) = P(k+1|k) \cdot H_x^T(k+1) \cdot [H_x(k+1) \cdot P(k+1|k) \cdot H_x^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}$
4. $P(k+1|k+1) = [1 - K(k+1) \cdot H_x(k+1)] \cdot P(k+1|k)$
5. $\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1) \cdot [Z(k+1) - h[x(k+1|k), u(k+1), k+1]]$

위 1에서 5의 과정을 반복하여 상태변수를 추정해 나가게 된다. 이때 Filter의 구조는 상태변수들의 공분산 P의 초기치 P_0 와 잡음의 공분산의 $Q_d(k)$, $R(k)$ 를 제외하고는 자동으로 결정되어진다.

따라서 P_0 와 Q와 R의 선정만이 남게 되는데, 이때 이들 잡음의 공분산은 물리적인 시스템에서의 실제 잡음

과 외란 뿐만 아니라 모델이 실제 시스템을 얼마나 잘 모델링 되었는지도 나타낸다.

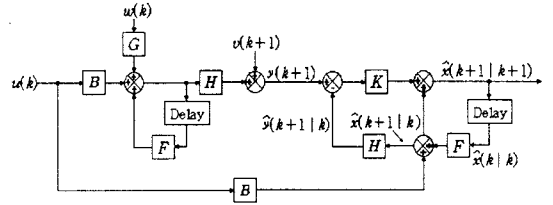


그림 2. 칼만필터 알고리즘

3.시물레이션

그림3은 유도전동기에 정격부하,측정 노이즈를 출력 전류의 10%인가시 추정속도가 실제속도에 양호 하게 추정됨을 알수 있었으며 측정노이즈를 출력 전류에 20%인 가 시에도 양호한 추정을 얻을수 있었다. 또한 부하 변화에 따른 q축 전류(i_{qs}), a상 전류(i_{as})도 양호한 응답을 나타내었다.

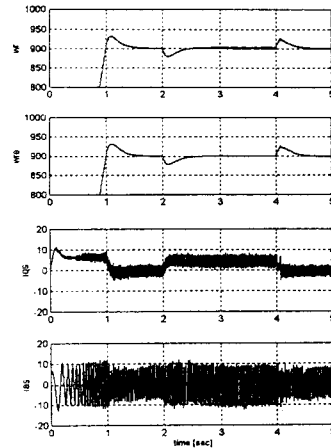


그림3 부하 변동에 대한 속도제어

4.결론

본연구에서는 노이즈 성분을 고려하여 공분산을 설정하므로 정격 출력전류의 10%노이즈 주입시와 20% 주입시 가 동일한 응답 특성을 확인 할 수 있었으며,또한 축소 모델 EKF를 이용한 속도센서없는 유도전동기의 백터제어는 전차수 EKF에 비해 구현하기 쉽다는 이점을 확인 할수 있었다.

[참고 문헌]

1. F. Peng, and T. Fukao, "Robust Speed Identification for Speed-Sensorless Vector Control of Induction Motors", IEEE Trans. IA, vol. 30, No 5, pp.1234~1240, 1994.
2. Joao L.Afonso etc."Fuzzy logic techniques applied to the control of a three-phase induction motor",ISIE , P1179~1184,1997
3. Dong-Seok Hyun Speed sensorless direc vector control of induction motors considering iron-loss KIPE, P501~504, 1999.7
4. Seung-Ki Sui "Sensorless speed control of induction motor in wide speed range"KIEE, P2487~2489,1999.7