

## Switched Reluctance Motor와 Brushless DC Motor의 공극 변화에 따른 출력 특성 비교

윤찬호, 박금구, 이종찬, 전연도, 이 주  
한양대학교 전기공학과

### Analysis of Output Characteristic in accordance with Airgap Variation in Switched Reluctance Motor and Brushless DC Motor

C.H. Yoon, K.K. Park, J.C. Lee, Y.D. Chun, Ju Lee  
Department of Electrical Engineering, Hanyang University

**Abstract** - In this paper, we analyze the characteristics of electromotive force(emf), phase current and torque according to the length of the air gap using 2nd order FEM(Finite Element Method) in Synchronous Reluctance Motor(SRM) and Brushless DC Motor(BLDC) with same volume and size. In the analysis with FEM, we applied the time-step function considering the motor switch in the magnetic vector potential of the unknown node.

#### 1. 서 론

Switched Reluctance Motor(이하 SRM)는 토크/중량비가 크고, 구조가 간단하며, 신뢰도가 높아 1830년경 발표된 이래로 전자기술의 발전과 함께 고속 스위칭이 가능하게 되어, 산업용 모터와 전기 자동차용 모터로 적용되고 있다. Brushless Direct Current(이하 BLDC) 전동기는 기존의 DC 전동기에 있는 브러시와 정류자를 MOSFET와 같은 반도체 소자를 이용한 인버터로 대체시켜 전자적으로 정류를 하는 전동기이다. 이러한 영구자석형 BLDC 전동기는 자기적 에너지 밀도가 높아 효율이 좋으며 속도제어가 용이하여 A/V기기, 컴퓨터 기억장치등과 같이 정밀을 요하는 전기구동분야에 많이 사용되고 있다.

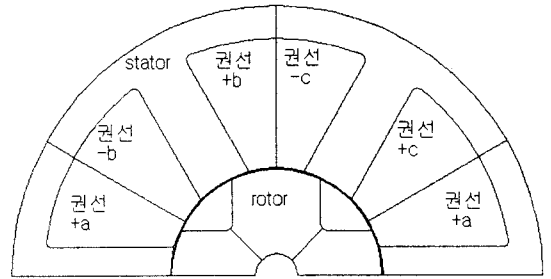
본 논문에서는 2차원 유한요소법을 이용하여 SRM과 BLDC 모터를 동일한 용량 및 치수에서 공극길이 변화에 따른 역기전력, 상전류, 토크 등의 특성을 비교하였다. 유한요소 해석시 미지절점의 자기벡터포텐셜에 대한 전자기 모터의 스위치를 고려한 시간차분법을 이용하였다.

#### 2. 유한요소법을 이용한 해석방법

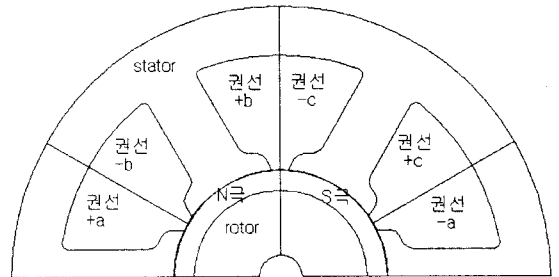
##### 2.1 해석 모델과 제한

표 1. SRM 및 BLDC의 해석모델의 제한

SRM	제한	BLDC
4	극 수	4
6	슬롯 수	6
3	상 수	3
19.7mm	회전자 외경	19.7mm
19.8, 19.9, 20.0	고정자 내경	19.8, 19.9, 20.0
50mm	고정자 외경	50mm
40mm	축 길이	40mm



(a) Switched Reluctance Motor



(b) Brushless DC 모터

그림 1. SRM 및 BLDC의 해석모델

##### 2.2 기본방정식

$$\nabla \times H = J, \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \tag{2.2}$$

$$B = \mu H + M \tag{2.3}$$

$$B = \nabla \times A \tag{2.4}$$

단,  $H$  : 자계의 세기 [A/m]  
 $B$  : 자속밀도 [Wb/m<sup>2</sup>]  
 $J$  : 전류밀도[A/m<sup>2</sup>]  
 $\mu$  : 철심의 투자율  
 $M$  : 영구자석에 의한 자화량(BLDC의 경우 적용)  
 $A$  : 자기벡터 포텐셜

식 (2.1)과 (2.4)로부터 Ampere 법칙을 적용하면

$$\nabla \times H = \nabla \times \frac{1}{\mu} (B - M) = J, \tag{2.5}$$

이 된다

식 (2.3)을 (2.4)에 대입하면

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} (\nabla \times A - M) = J, \tag{2.6}$$

$$\nabla \left( \frac{1}{\mu} \nabla \cdot \mathbf{A} \right) - \left( \nabla \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \right) \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_m \quad (2.7)$$

여기서,  $\mathbf{J}_m = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{M}$  이므로

$$\mathbf{J}_m = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (2.8)$$

위 식이 적용되는 해석영역을 1차 삼각요소로 분할하면 한 요소내에서 자기벡터퍼텐셜은 식(2.9)와 같다.

$$A^{(e)}(x, y) = \sum_{i=1}^3 N_{ie}(x, y) A_{ie} = [N] \{A^e\} \quad (2.9)$$

식(2.9)에서  $N_{ie}$ 는 요소형상함수이며, 아래의 식(2.10)과 같이 x-y 2차원 평면에 대해 좌표의 함수로 표현된다.

$$N_{ie}(x, y) = \frac{1}{2\Delta^e} (b_{ie} + c_{ie}x + d_{ie}y) \quad (2.10)$$

$$b_{ie} = x_{je}y_{ke} - x_{ke}y_{je} \quad (2.11)$$

$$c_{ie} = y_{je} - y_{ke}$$

$$d_{ie} = x_{ke} - x_{je} \quad (i, j, k \text{ 는 순환수})$$

$\Delta^e$ : 해당요소의 면적

한 요소내에서의 근사함수  $A^e(x, y)$ 를 식(2.7)에 대입하면 다음과 같은 요소잔차가 생긴다.

$$R^e = \frac{1}{\mu^e} \left\{ \frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2} \right\} + J_0^e \quad (2.12)$$

한 요소내에서의 잔차  $R^e$ 를 최소화하는  $A^e$ 를 구하기 위해서 요소잔차에 가중함수  $W_i^e$ 를 곱하여 전체 요소에 대해 적분한 값을 영이 되게 하는 가중잔차법을 사용하면 식(2.13)과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{e=1}^{N_e} \int_{D^e} \left[ \frac{1}{\mu^e} \left\{ \frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2} \right\} + J_0^e \right] W_i^e dD^e \quad (2.13)$$

(i=1, 2, 3)

여기서,  $N_i$ 는 전체요소수이다. 식(2.13)에서 가중함수  $W_i^e$ 를 요소에서의 보간함수  $N_i^e$ 로 사용하는 Galerkin 법을 사용하고 경계조건을 적용하여 Green의 정리를 사용하면 식(2.14)을 얻는다.

$$\sum_{e=1}^{N_e} \int_{D^e} \left[ \frac{1}{\mu^e} \left\{ \frac{\partial A^e}{\partial x} \frac{\partial N_i^e}{\partial x} + \frac{\partial A^e}{\partial y} \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \right\} - [N_i^e J_0^e] \right] dxdy = 0 \quad (2.14)$$

식(2.14)의 요소방정식을 matrix로 표시하면 식(2.15)와 같다.

$$[K_{ij}^e] \{A^e\} = [SF_j^e] \{i^e\} \quad (2.15)$$

여기서,

$$K_{ij}^e = \int_{D^e} \left( \nu \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \frac{\partial N_{je}}{\partial x} + \nu \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \frac{\partial N_{je}}{\partial y} \right) A_{ie} dxdy$$

$$= \frac{\nu}{4\Delta^e} \begin{bmatrix} c_{1e}c_{1e} + d_{1e}d_{1e} & c_{1e}c_{2e} + d_{1e}d_{2e} & c_{1e}c_{3e} + d_{1e}d_{3e} \\ c_{2e}c_{1e} + d_{2e}d_{1e} & c_{2e}c_{2e} + d_{2e}d_{2e} & c_{2e}c_{3e} + d_{2e}d_{3e} \\ c_{3e}c_{1e} + d_{3e}d_{1e} & c_{3e}c_{2e} + d_{3e}d_{2e} & c_{3e}c_{3e} + d_{3e}d_{3e} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

$$SF_j^e = \int_{D^e} \frac{N_j}{S} N_{ie} dxdy = \frac{\Delta^e N_j}{3S} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

전 영역에 대한 계 matrix 방정식은,

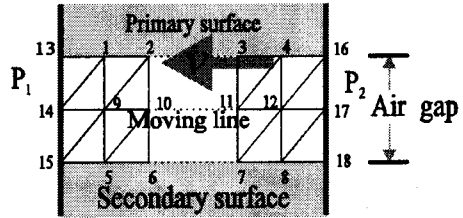
$$\sum_{e=1}^E [K_{ij}^e] \{A^e\} - [SF_j^e] \{i^e\} = \{0\} \quad (2.18)$$

$$[K] \{A\} - [SF] \{i\} = \{0\} \quad (2.19)$$

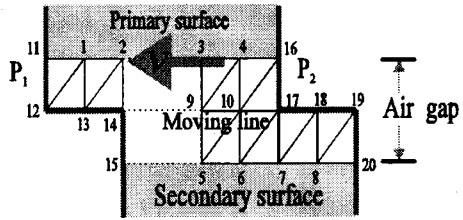
### 2.3 이동에 따른 요소분할

동특성을 해석하려면 회전자의 위치 변화에 따른 새로운

요소분할이 필요하게 된다. 그림(2)에서와 같이 이동하는 부분의 요소를 이동하는 형태로 하여 손쉽게 요소분할 할 수 있다.



(a) 초기모양에 대한 요소 분할



(b) 이동한 후의 요소 분할

그림 2. 이동에 따른 요소분할

### 2.4 맥스웰 응력법을 이용한 토크 계산

어떤 물체에 작용하는 전자기력  $F$ 는 Maxwell 응력으로 부터 식(2.20)과 같이 계산된다.

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\mu_0} \oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{s} = \frac{l_{stk}}{\mu_0} \oint_l (\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}) dl \quad (2.20)$$

여기서,  $n$ 과  $l$ 은 그림(3)에 나타난 바와 같으며  $P$ 는 Maxwell Stress tensor로서 식(2.21)과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} (B_x^2 - \frac{1}{2} |B|^2) & B_x B_y \\ B_y B_x & (B_y^2 - \frac{1}{2} |B|^2) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

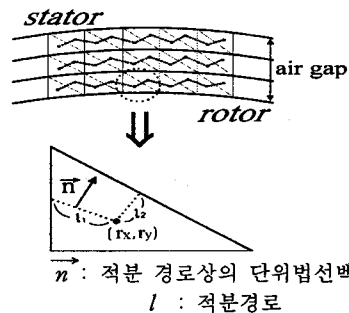


그림 3. 공극에서의 적분경로

그림(3)에서 공극내 1개의 요소중 삼각형의 중점을 지나는 적분경로  $l$ 상에 작용하는 힘  $F_x^{(e)}$ ,  $F_y^{(e)}$ 를 구하면 식(2.22)와 식(2.23)과 같다.

$$F_x^{(e)} = \frac{l_{stk} \cdot l}{\mu_0} \left[ (B_x^{2(e)} - \frac{1}{2} |B^{(e)}|^2) n_x + B_x^{(e)} B_y^{(e)} n_y \right] \quad (2.22)$$

$$F_y^{(e)} = \frac{l_{stk} \cdot l}{\mu_0} \left[ B_y^{(e)} B_x^{(e)} n_x + (B_y^{2(e)} - \frac{1}{2} |B^{(e)}|^2) n_y \right] \quad (2.23)$$

식(2.22), 식(2.23)에서  $B_x^{(e)}$ ,  $B_y^{(e)}$ ,  $B^{(e)}$ 는 각각

다음 식으로부터 계산된다.

$$B_x^{(e)} = \frac{\partial A^{(e)}}{\partial y} = \frac{1}{2J^{(e)}} (d_{1e}A_{1e} + d_{2e}A_{2e} + d_{3e}A_{3e}) \quad (2.24)$$

$$B_y^{(e)} = -\frac{\partial A^{(e)}}{\partial x} = -\frac{1}{2J^{(e)}} (c_{1e}A_{1e} + c_{2e}A_{2e} + c_{3e}A_{3e}) \quad (2.25)$$

$$B^{(e)} = \sqrt{B_x^{(e)2} + B_y^{(e)2}} \quad (2.26)$$

여기서,  $A^{(e)}$ 는  $A$ 의 z성분  $A_x^{(e)}$ 이며,  $c_{ie}$ 와  $d_{ie}$  식 (2.11)에 나타나 있다. 적분경로  $l$ 에 작용하는 토오크는 식 (2.27)와 같이 계산된다.

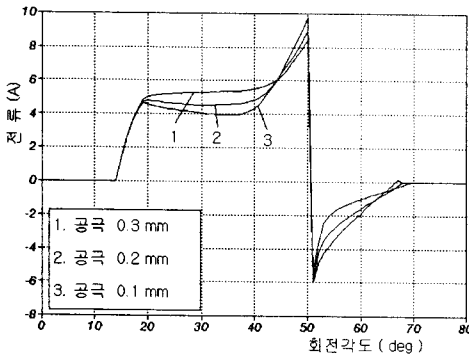
$$\begin{aligned} T^{(e)} &= \mathbf{F}^{(e)} \times \mathbf{r}^{(e)} \\ &= (F_x^{(e)}\mathbf{a}_x + F_y^{(e)}\mathbf{a}_y) \times (r_x^{(e)}\mathbf{a}_x + r_y^{(e)}\mathbf{a}_y) \\ &= (F_y^{(e)}r_x - F_x^{(e)}r_y)\mathbf{a}_z \end{aligned} \quad (2.27)$$

따라서, 회전자 표면에 작용하는 전체 토오크는 식 (2.28)에 의하여 구할 수 있다.

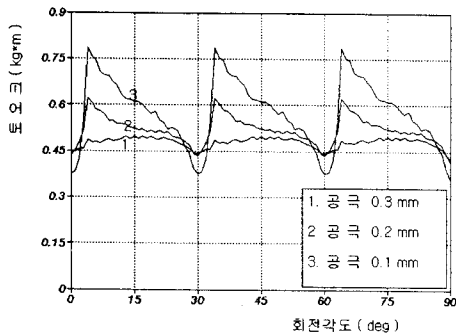
$$T = \sum_{i=1}^m T_i^{(e)} \quad (2.28)$$

단, m은 한층의 공극 요소수

### 3. 해석 결과



(a) 전류 곡선



(b) 토크 곡선

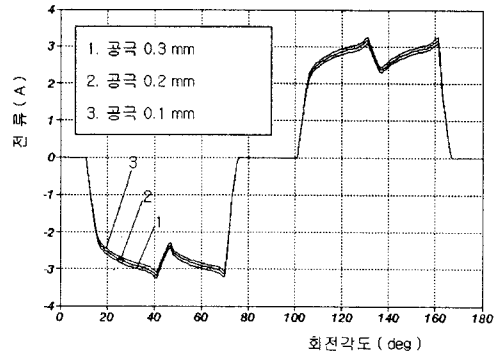
그림 4. SRM 전류와 토크 곡선

그림(4)는 SRM의 공극이 각각 0.1mm, 0.2mm, 0.3mm 일 때 상전류와 발생토크를 나타내는 그래프이다. 공극의 변화에 따라 전류와 토크의 변화가 크게 나타남을 볼 수 있다.

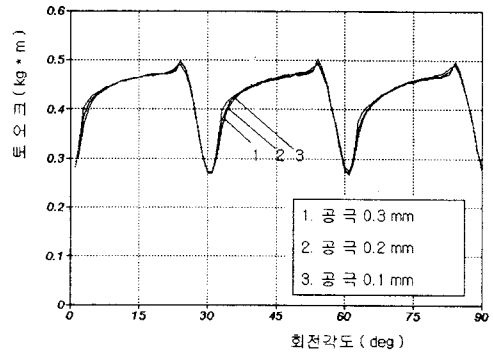
그림(5)는 SRM과 마찬가지로 공극이 각각 0.1mm, 0.2mm, 0.3mm일 경우 BLDC의 전류와 토크 곡선을 나타내었다. 이 그림에서는 공극의 차이에 따라 전류와 토크가 크게 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있다.

표(2)에서는 그림(4)와 (5)에서 나타난 전류의 실효치

와 토크 평균의 비를 나타내었다. BLDC는  $K_T$  상수가 큰 차이를 보이지 않은 반면, SRM은 공극에 따라  $K_T$  상수가 크게 차이가 나는 것을 확인할 수 있다.



(a) 전류 곡선



(b) 토크 곡선

그림 5. BLDC 전류와 토크 곡선

표 2. SRM과 BLDC의  $K_T$ 의 비교

SRM의 $K_T$	공극의 크기	BLDC의 $K_T$
0.10831	0.1mm	0.19725
0.08772	0.2mm	0.19152
0.07275	0.3mm	0.18754

### 4. 결 론

그림(4)와 (5)에서 보이는 바와 같이 SRM은 공극의 차이에 따라 전류와 토크의 특성 곡선이 모두 다르게 나타나 있는 것을 알 수 있지만, 이와는 반대로 BLDC 모터의 경우는 공극의 변화에 따른 전류와 토크의 특성 곡선의 차이가 크지 않다는 것을 알 수 있었다. 그러므로 이 특성 곡선에서 SRM이 BLDC보다는 공극의 변화에 더 민감하게 반응한다는 것을 알 수 있었다.

표(2)에서는 SRM과 BLDC의 토크와 전류의 비를 나타내는 상수  $K_T$ 를 나타내 보았다. 이는 전류에 대한 토크의 Sensitivity를 나타내는데, 이 결과도 마찬가지로 SRM이 BLDC 모터보다 더 민감하게 작용한다는 것을 알 수 있었다.

### [참 고 문 헌]

- [1] 姜榮奎, "영구 자석의 자화분포를 고려한 구형과 전압구동 BLDC 전동기의 특성해석", 碩士學位論文, p.7~11, 1997년
- [2] 오근용, "동특성 유한요소법과 최적화 기법을 이용한 스위치드 리액턴스 모터 (SRM)의 특성 해석 및 형상 최적화에 관한 연구", 석사학위논문, p.7~16, 1996년