

3차원 와전류 해석을 위한 등가자기회로방법의 개발

허진, 홍정표*, 현동석
 한양대학교 전기공학과, *창원대학교 전기공학과

Development of Equivalent Magnetic Circuit Network Method for 3-D Eddy Current Analysis

Jin Hur, Jung-Pyo Hong* and Dong-Seok Hyun

Dept. of Electric Eng. Hanyang University, *Dept. of Electric Eng. Changwon National University.

Abstract - A computational method for the 3 dimensional electro-magnetic induction problems has been developed. The proposed method is capable of modeling the eddy current and analyzing its characteristics using only scalar potential. A benchmark model of asymmetrical conductor with a hole is analyzed to verify the application of the developed method. The calculated value of magnetic flux density are compared with the measured value, and the results indicate that the developed method is valid

1. 서론

유도기뿐 아니라 다른 여러 전기기기에서도 전자유도 현상의 모델링은 전자기 시스템의 동작특성 해석에 있어서 매우 중요한 요소이다. 또한, 대부분의 전자기 시스템이 고정밀화 고효율화 되어감에 따른 해석 및 설계과정에서 시스템의 정확한 전자기적 분포특성계산에 대한 요구는 실제모델과 근사해석모델의 근본적인 접근차이로 발생하는 오차를 줄이기 위해서 실제모델에 충실한 3차원 해석을 더욱 필요로 하게 되었다. 따라서, 3차원 해석 문제로서의 전자유도현상에 관한 문제를 해석하기 위한 수치해석적인 방법이 중요하게 되었고, 이를 위하여 3차원 유한요소법과 경계요소법이 주로 이용되고 있다 [1],[2].

3차원 유한요소법을 적용하는 데는 계변수의 선택에 따라 여러 가지 방법이 있을 수 있으나 미지수의 수를 줄이기 위하여 벡터포텐셜과 스칼라 포텐셜을 혼용하여 사용하는 즉, 일반적으로 와전류가 유기되는 도체영역에서는 전류벡터포텐셜 \vec{T} 와 자기스칼라포텐셜 Ω 를 계변수로 하고 그 이외의 영역 즉 공기와 철심등 전류원이 존재하지않는 영역에서는 자기스칼라포텐셜 Ω 를 계변수로 사용하는 $\vec{T}-\Omega$ 법 등이 이용되고 있다.

그러나, 3차원 유한요소해석에서는 미지수가 엄청나게 증가하게 되어 많은 기억용량과 빠른 프로세서를 가진 컴퓨터의 사용이 필수적이며 계산시간도 매우 길어지게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위한 방법으로 그린함수(Green's function)를 이용한 경계적분방정식법을 이용하기도 하나 매질의 비선형성 및 경계면이 복잡할 경우 적용하기가 어렵고, 이에 유한요소법과 경계요소법을 혼용하여 사용하는 방법이 이용되고 있다[3]-[5]. 또한, 많은 계산시간 및 기억용량을 줄이기 위하여 등가자기회로방법등과 같이 스칼라포텐셜만을 이용한 수치해석 방법이 제안되기도 하였으나 이와 같은 방법은 전자유도현상을 해석할 수 없는 단점을 가지고 있었다[1]-[5].

본 논문에서는 기존의 등가자기회로방법을 이용하여 와전류에 의한 기자력을 기존의 회로망내에 수동소자로 나타내고, 이에따라 자기저항 및 기자력을 복소수로 나타내어 와전류를 해석하였다. 따라서 기존의 등가자기회

로망법에서와 같이 한 개의 절점에 대하여 한 개의 미지 변수로서 구성된 시스템 행렬식을 이용하여 추가적인 미지변수없이 비교적 빠른 시간 내에 3차원 전자유도현상을 해석하였다. 제안된 방법을 그림 1의 비대칭 홀(hole)을 갖는 도체에 적용하여 제안한 해석방법의 타당성을 검증하였다.

2. 본론

2.1 유도전류의 모델링

일반적으로 등가자기회로를 이용한 전자계의 모델링은 전기회로와 자기회로가 각각 정의되고 이것들이 암페어의 법칙과 패러데이 법칙에 의하여 연결된다. 변위전류가 무시되는 준정상상태의 시변자계에 대해서 맥스웰 방정식과 보조방정식 및 오옴의 법칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E} &= -\sigma \frac{d\vec{B}}{dt} & \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\ \nabla \times \vec{H} &= \vec{j} & \nabla \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}, & \phi &= BA, & \vec{j} &= \sigma \vec{E}_e \end{aligned} \quad (1)$$

위식으로부터 유도전류밀도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\nabla \times \vec{j}_e = -\sigma \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (2)$$

이는 다음의 식(3)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_{ez}}{\partial y} - \frac{\partial J_{ey}}{\partial z} &= -\sigma \frac{dB_x}{dt} \\ \frac{\partial J_{ex}}{\partial z} - \frac{\partial J_{ez}}{\partial x} &= -\sigma \frac{dB_y}{dt} \\ \frac{\partial J_{ey}}{\partial x} - \frac{\partial J_{ex}}{\partial y} &= -\sigma \frac{dB_z}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\partial J_{ex} / \partial u$ 는 Taylor시리즈를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left[\frac{\partial J_{ex}}{\partial u} \right]_{i+1/2,j,k} \approx \frac{\Delta J_{ex}}{\Delta u} \quad (4)$$

여기서, ΔJ_{ex} 는 두 절점을 흐르는 각 방향으로의 유도전류이고, Δu 는 각방향으로의 미소변위를 나타내며, i, j, k 는 절점번호이다.

2.2 등가자기회로망의 구성

와전류에 의한 기자력을 포함한 지배방정식을 나타내

면 다음과 같다.

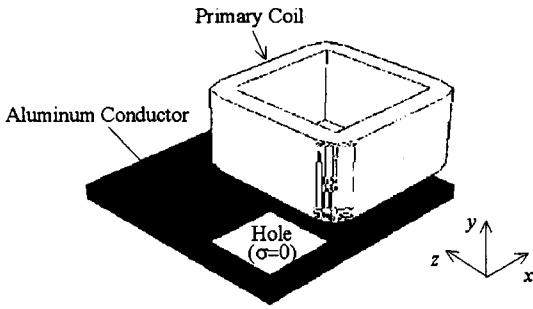


그림 1. 해석모델
Fig. 1. Analysis model

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int \vec{J}_F \cdot d\vec{s} + \int \vec{J}_e \cdot d\vec{s} \quad (5)$$

여기서, \vec{J}_F 는 입력전류밀도이고, \vec{J}_e 는 유도전류밀도이다. 식(5)로부터 와전류에 의한 기자력과 그에 따라 변화된 퍼미언스를 다음과 같은 형태로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_N &= P_N F_N \quad (6) \\ P_N &= P_m + j P_{ind} \\ F_N &= F_m + j F_{ind} \end{aligned}$$

이로부터 해석모델에 대하여 전체영역을 매질의 종류에 따라 영역을 구분한 후, 영역을 세밀히 요소분할하고, 각요소의 중점에 절점을 잡고 이를 잇는 등가자기회로망을 구성하게 된다.

각 절점에 대하여 자속과 자기저항의 곱이 기자력과 등가라는 조건과 자속의 연속조건으로부터 절점방정식을 구성하고, 절점방정식을 조합한 계방정식으로부터 전체 해석영역의 각절점에서의 자위를 계산한다. 이때 구동벡터인 각 요소에서의 기자력은 전기자권선의 기자력으로부터 구하며, 계산된 각절점의 자위와 절점사이의 자기저항과 단면적으로부터 자속밀도를 계산하고, 이로부터 맥스웰 응력법을 이용하여 특성을 해석하고자 한다. 그림 2는 임의의 절점 (i,j,k) 에 대해 x, y, z 방향에 따른 3차원 등가자기회로망의 기본적인 구성을 나타내고 있다. 구성된 등가자기회로망으로부터 한 절점에서 자속량의 유출입양이 불변이라는 자속의 연속조건을 적용하면 다음과 같이 된다.

$$\sum_{x,y,z} \Phi_{i,j,k} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{y_{i,j-1,k}} &= P_{y_{i,j-1,k}} (U_{i,j,k} - U_{i,j-1,k} + E_{i,j-1,k}) \\ B_{y_{i,j-1,k}} &= \Phi_{y_{i,j-1,k}} / S_{y_{i,j-1,k}} \end{aligned}$$

위의 (7)식을 모든절점에 대해 절점방정식을 구성하면 절점의 수만큼의 대수방정식을 얻을 수 있고, 이 대수방정식은 식(8)과 같이 행렬의 형태로 표현할 수 있다.

위와 같이 구성된 퍼미언스 계수행렬은 $n \times n$ 대칭행렬이며 주 대각 성분이 구하고자하는 절점과 인접한 6개의 절점사이에 존재하는 6가지의 퍼미언스들의 합으로 구성되므로 계수매트릭스의 주대각 밴드폭이 좁고, 이산도(sparsity)가 매우 좋게된다.

$$[P] \{U\} = \{F\} \quad (8)$$

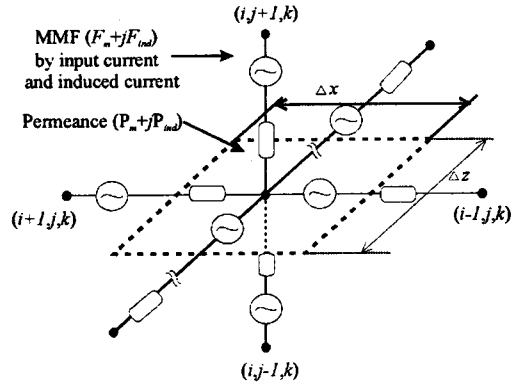
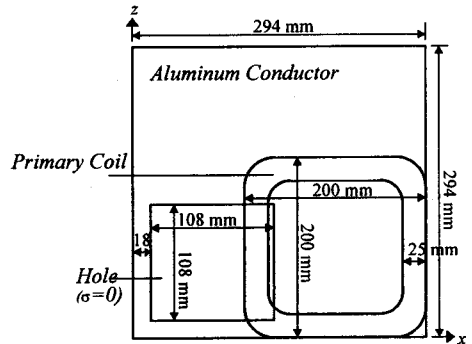


그림 2.
Fig. 2. Flow of magnetic flux at a node

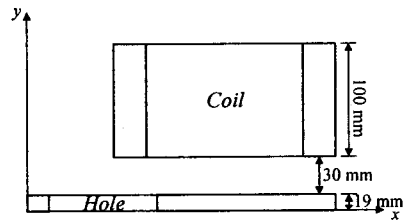
- [P] : 퍼미언스 계수행렬
- { U } : 절점자위 행렬
- { F } : 구동벡터 (기자력×퍼미언스)

3. 해석결과

개발된 방법의 효율성을 검증하기 위하여 그림 1의 Hole을 갖는 Al도체판에 대한 모델을 대상으로 개발된 방법을 적용하였다. 해석모델에 대한 제원은 그림 3에 나타나 있다. 코일의 암페어턴수는 2742(AT)이고 주파수는 50(Hz)이다. 알루미늄의 도전율은 3.526×10^7 (S/m)이다.



(a) 측면도



(b) 정면도

그림 3. 해석모델의 단면도 및 제원
Fig. 3. Plane view and Specification of the ana model

그림 4와 5는 코일에 시변전류가 가해졌을 때 A/도체판이 있을 경우와 없을 경우에 대한 수직방향의 자속 밀도를 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 그림 4의 A/도체판이 없는 경우 코일의 중심부에서 볼록한 형태의 자속밀도를 가지나 그림 5에서는 A/도체판에 유기된 와전류에 의한 자속에 의하여 그 중심부에서 오목한 형태를 가짐을 볼 수 있다.

그림 6은 각 방향 성분에 대하여 이를 비교한 것이다. 또한 그림 7은 해석된 결과와 실험치를 비교한 것이다. 해석결과로부터 개발된 방법이 비교적 정확한 결과를 가져옴을 알 수 있다. 따라서 개발된 해석방법이 전체적으로 추가적인 변수없이 단지 한 개의 절점에 대하여 한 개의 복소변수를 이용하여 해석을 행함으로써 벡터포텐셜을 이용하는 경우보다 계산시간상에서도 상당히 많은 시간을 줄일 수 있음을 알 수 있다.

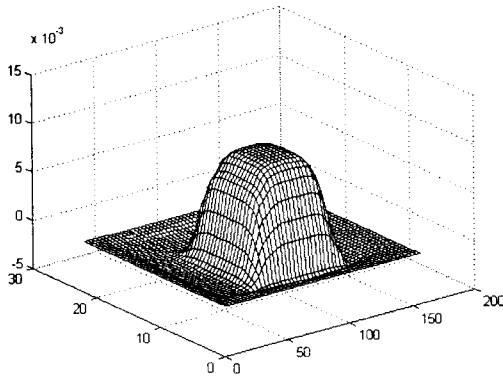


그림 1.

Fig. 4. Vertical magnetic flux density without conductor

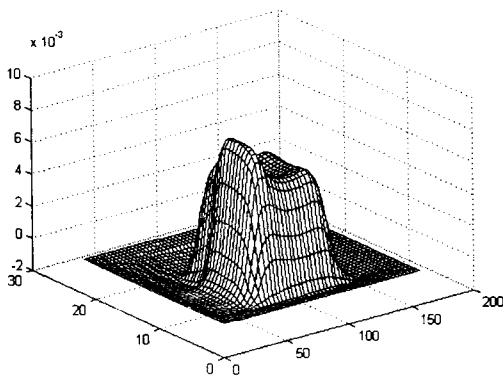


그림 1.

Fig. 5. Vertical magnetic flux density with A conductor

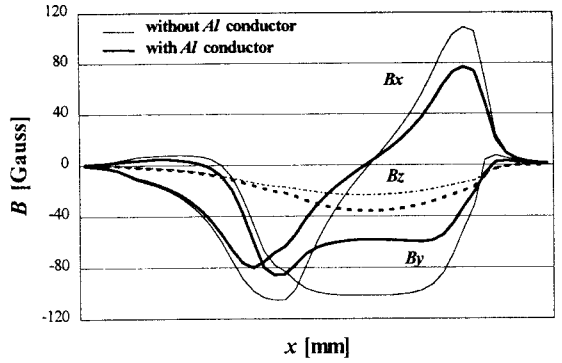


그림 6. 각 방향의 자속밀도

Fig. 6. Magnetic flux density of each direction

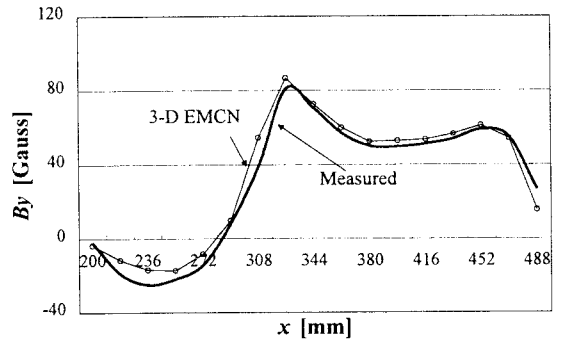


그림 7. 실험치와의 비교

Fig. 7. Comparison between developed new EM results and measured ones.

4. 결 론

(참 고 문 헌)

- [1] J. Hur, H. A. Toliyat and J. P. Hong, "Dynamic analysis of Linear Induction Motor Using 3D Equivalent Magnetic Circuit Network (EMCN) Method", *Journal of Electric Machines and Power Systems*, Vol. 29, No. 6, 2001.
- [2] J. Hur, J. P. Hong and H. A. Toliyat, "3-D Time-Stepping Analysis of Induction Motor Using New Equivalent Magnetic Circuit Network Method", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 37, 2001. (to be published)
- [3] Li Lin and C. Xiang, "Analysis of 3D Nonlinear Eddy Current Problem Using the Field Variables H and E Directly", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 33, No. 2, 1997.
- [4] M. E. Baran and A. J. Gpetze, "Equivalent Circuit AC Machine Based on Field Analysis", *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 9, No. 2, 1994.
- [5] D. Albertz and G. Henneberger, "Calculation of 3D Eddy Current Fields using both Electric and Magnetic Vector Potential in Conducting Regions", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 34, No. 5, 1998.