

## Inverted Pendulum을 위한 하이브리드 퍼지 제어기 설계

노 석 범, 오 성 권  
원광대학교 공과대학 제어계측공학과

### The Design of Hybrid Fuzzy Controller for Inverted Pendulum

Seok-Beom Roh and Sung-Kwon Oh  
Dept. of Control & Instrumentation Engineering, Wonkwang University

**Abstract** - In this Letter, we propose a comprehensive design methodology of hybrid Fuzzy controllers (HFC). The HFC comes as a form of a convex combination of a standard PID controller and a fuzzy controller. The design procedure dwells on the use of evolutionary computing (genetic algorithm) and an auto-tuning algorithm. The tuning of the scaling factors of the HFC is an essential component of the entire optimization process. A numerical study is presented and a detailed comparative analysis is also included.

#### 1. 서 론

현재까지 다양한 제어기 설계 방식과 제어알고리즘이 개발되었고 PID 제어기는 수치제어 분야의 기본적인 제어 구조로 자리를 잡았다. 그러나 PID 제어기는 선형 시스템의 제어에서조차 제어환경이나 제어변수의 변화에 매우 민감하며 복잡하고 비선형적인 공정에 적용 시에는 효율성에 대한 의문이 제기되어 왔다. 경험기반의 제어 알고리즘들 중에서 중요한 위치를 차지하고 있는 퍼지 제어기는 인간의 경험과 지식에 바탕을 둔 언어적 제어규칙을 사용할 수 있으며, 이로 인해 선형 시스템 뿐 아니라 비선형 시스템 제어에도 우수성이 입증되고 있다[8]. 그러나 최적의 퍼지규칙을 찾기 위한 일반적인 규칙이 개발되지 않았으며 언어적 제어 규칙이 편향적이 될 수 있다는 단점을 가지고 있다.

PID제어기는 시스템의 set point 주변의 선형 공간에서는 우수한 성능을 나타내며 퍼지제어기는 시스템의 set point에서 떨어진 비선형 공간에서 우수한 제어 성능을 나타낸다. 이와 같은 두 가지 제어기의 상호 보완 특성을 결합한 새로운 제어기의 필요성이 대두되었다. 본 연구는 hybrid fuzzy controller(HFC)의 설계방법을 제안한다. 최적화 측면에서 hybrid 제어기의 변수를 조정하기 위해 자동 동조 최적화 방법이 필요하다. 이런 관점에서 전역지역 탐색에 탁월한 성능을 가진 유전자 알고리즘을 적용하여 hybrid 제어기의 변수를 조정한다. 그러나 유전자 알고리즘은 지역극소점에 빠지면 조기 수렴하여 전역극소점을 차지 못하는 한계점을 지니고 있다[5]. 이를 극복하기 위해 적절한 초기 값을 설정해 주어야 하며 이를 위해 릴레이 자동동조방법, Cohen-coon[3] 방법 및 Haalman 방법[1][2]와 파라미터 추정모드를 기반으로 한 유전자 알고리즘을 소개한다[3]. 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 제어기에 적용시 PID 제어기의 파라미터를 구하는 여러 가지 방법, 즉 릴레이 자동동조 방법, Cohen-Coon 방법, Haalman 방법을 이용하여 구해진 파라미터 값을 유전자 알고리즘의 초기 값으로 설정한 뒤 이를 기준으로 범위를 구분, 확장하여 최적의 PID 파라미터를 구한다[1]. 그리고 기본, 축소, 확장의 세 가지 추정모드에 의한 자동튜닝 방법으로부터 퍼지 제어기의 환산계수를 구하여 하이브리드 퍼지 제어기의 성능을 개

선한다. 이 동조 알고리즘은 퍼지 제어기 및 여러 형태의 하이브리드 퍼지 제어기(FPI+PI, FPI+PID, FPI+PI, FPID+PID) 등에 효과적으로 적용될 수 있다. 본 논문에서 제안된 제어기의 우수성과 적용성을 입증하기 위하여 비선형 특성을 지닌 도립진자에 적용하여 모의 실험을 수행하였으며 제어기의 성능 평가 지수로서 ITAE(Integral of the Time multiplied by the Absolute value of Error), 오버슈트(overshoot), 상승시간(rising time)을 사용하였다.

#### 2. 하이브리드 퍼지 제어기의 설계

##### 2.1 하이브리드 퍼지 제어기(HFC)

HFC는 퍼지 제어기와 PID 제어기로 구성되어 있다. 즉, 기존의 PID 제어기와 퍼지 제어기의 장점을 융합 한 것으로, 본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 하이브리드 퍼지 제어기의 성능을 개선한다. 시스템에 대한 제어 입력은 퍼지 제어기 및 PID제어기 출력에 대한 퍼지 변수의 컨벡스 결합으로 각제어기 출력에 하중값을 곱한 합성치를 이용한다. 이의 기본 요소는 PID 파라미터, 환산계수, 언어적 제어규칙, 그리고 하중계수이다. 그림 1은 HFC의 구성 도를 나타낸다.

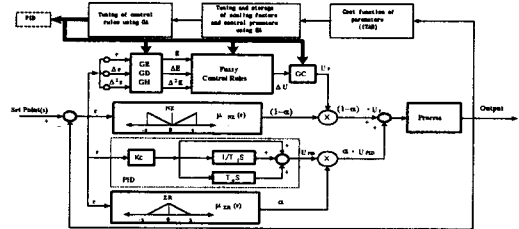


그림 1 하이브리드 퍼지 제어기의 구성도

Fig.1 The schema of a hybrid fuzzy controller

여기서  $e$ 는 오차,  $\Delta e$ 는 오차의 변화,  $\Delta^2 e$ 는 오차의 변화의 변화,  $\Delta U$ 는 제어 출력의 변화,  $G_E, G_D, G_H, G_C$ 는 퍼지 환산계수,  $K_C$ 는 비례이득,  $T_I$ 는 적분시간,  $T_D$ 는 미분시간,  $(1-a)$ 는 퍼지 제어기의 하중계수,  $a$ 는 PID제어기의 하중계수,  $U_{FPI}$ 는 퍼지 제어기의 제어 출력,  $U_{PID}$ 는 PID 제어기의 제어 출력,  $U_F$ 는 퍼지 제어기의 제어 출력,  $U$ 는 두 제어출력 이 결합된 하이브리드 퍼지 제어기의 제어 출력을 나타낸다. 하이브리드 퍼지 제어기는 PID 제어기와 퍼지제어기의 효과 적인 합성을 위하여 그림 2와 같이 표현되는 하중 계수를 이용한다. 설정치와 공정 출력의 절대오차가 크면  $a$ 는 작으므로 퍼지 제어기의 영향이 크고, 그 반대이면 PID 제어기의 영향이 크게된다. 이와 같이 하중계수인 이 가장치로부터 과도상태 부근에서는 퍼지 제어기의 영향이, 정상상태 부근에서는 PID제어기의 영향이 보다 강하게 나타난다. 하이브리드 퍼지 제어기는 이 하중계수에 의한 제어 출력 특성의 상호 깊은 균형으로부터 공정 출력성능을 향상시키며, 이 합성 제어 출력은 식 (1)과 같다.

$$U = a \cdot U_{PID} + (1-a) \cdot U_F \quad (1)$$

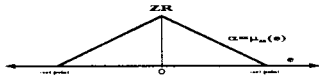


그림 2 하중계수의 멤버십 함수

Fig. 2 Membership function of weighting coefficient

HFC는 식(2)과 같은 퍼지 논리 규칙에 의하여  $n$ 개의 퍼지 제어규칙을 구성한다.

$$R^i: \text{IF } E \text{ is } A_i, \Delta E \text{ is } B_i \text{ and } \Delta^2 E \text{ is } C_i \\ \text{Then } \Delta U \text{ is } D_i, \quad (2)$$

여기서,

$R^i$ :  $i$ 번째 제어규칙 ( $i=1,2,\dots,n$ )

$E$ : 오차,  $\Delta E$ : 오차의 변화,  $\Delta^2 E$ : 변동오차의 변화

$\Delta U$ : 제어 입력의 변화

$A_i, B_i, C_i$ : 퍼지 변수,  $D_i$ : 싱글톤(Singleton)

각각의 규칙에 있어 전반부의 적합도는 식(3)과 같고, 퍼지 제어기의 비퍼지화 과정을 거친 후반부 추론결과 값은 식(4)와 같다.

$$w_i = \min(\mu_{A_i}(E), \mu_{B_i}(\Delta E), \mu_{C_i}(\Delta^2 E)) \quad (3)$$

$$\Delta U^* = \sum_{i=1}^n w_i D_i / \sum_{i=1}^n w_i \quad (4)$$

전체적인 제어 규칙은 표 1과 같다.

표 1 퍼지 제어규칙

Table 1 Fuzzy control rules

(a) In case of 2-fuzzy variables

		$\Delta E$						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
E	NB	-m3	-m3	-m3	-m3	-m2	-m1	0
	NM	-m3	-m3	-m3	-m2	-m1	0	m1
	NS	-m3	-m3	-m2	-m1	0	m1	m2
	ZO	-m3	-m2	-m1	0	m1	m2	m3
	PS	-m2	-m1	0	m1	m2	m3	m3
	PM	-m1	0	m1	m2	m3	m3	m3
	PB	0	m1	m2	m3	m3	m3	m3

(b) In case of 3-fuzzy variables

		$\Delta^2 E = N$			$\Delta^2 E = Z$			$\Delta^2 E = P$		
		N	Z	P	N	Z	P	N	Z	P
E	N	-m3	-m3	-m2	-m3	-m3	-m2	-m3	-m3	-m2
	Z	-m2	-m1	0	-m2	-m1	0	-m2	-m1	0
	P	0	m1	m3	0	m1	m3	0	m1	m3

식(2)의 제어규칙에서 입·출력 변수의 멤버십 함수는 각각  $[-1,1]$ 에 의해 표준화된 삼각형 형태와 싱글톤(Singleton)을 사용한다.

## 2.2 제어 파라미터 및 퍼지 환산계수 동조를 위한 자동 동조 HFC

[단계 1] 공정의 동적 특성과 제어 목적을 고려하여 아래의 제어기 중에 적절한 제어기를 선택한다.

(PI, PID, FPI : fuzzy PI, FPID : fuzzy PID, FPI+PI, FPI+PID, FPID+PI and FPID+PID)

[단계 2] 제어기의 파라미터와 퍼지 제어기의 전·후반부 멤버십 함수 수 및 초기 제어규칙을 결정한다.

[단계 3] 제어 파라미터를 추정하기 위하여 유전자 알고리즘의 초기 값(초기영역)을 설정한다.

1. PID 제어기의 파라미터를 위한 초기값 선정은 Cohen-coon 방법, Haalman 방법, 릴레이 동조방법을 사용한다. 각각의 방법에 의해 구해진 값들을 0%, ±50%, ±100% 배율로 확장 및 세분화하여 유전자 알고리즘의 초기값(초기영역)으로 사용한다.

2. 퍼지 제어기의 환산계수(GE, GD, GH, GC)의 초기 값은 공정 설정치, 공정 편차 및 공정 이득을 이용하여 구한다. 구해진 값들은 BM, CM, EM의 세 모드로 구분하여 유전자 알고리즘의 초기범위로 사용한다. 환산계수 GE, GD, GH는 공정 출력과 설정치와의 오차를 퍼지 규칙의 전반부 소속함수로 표현하기 위한, 즉  $[-1,1]$ 의 표준화된 퍼지 값 ( $E, \Delta E, \Delta^2 E$ )으로 표현하는 수치를 의미한다. 그리고 GC는 퍼지 추론 규칙의 출력을 공정의 차원

과 일치시키는 환산계수이다. 따라서 이들 퍼지 환산계수는 일종의 표준화를 위한 계수로서 표현될 수 있다. 퍼지 규칙에 있어 각각의 전·후반부 환산계수의 표현은 식(5)와 같다. 유전자 알고리즘을 이용하여 환산계수를 동조함에 있어 그림 3과 같이 표현되는 세 가지 모드를 사용한다. CM은 BM을 25% 축소시킨 것이며, EM은 BM을 25% 확장시킨 것이다.

$$E(kT) = \text{error}(kT) \times GE \quad (5.a)$$

$$\Delta E(kT) = [\text{error}(kT) - \text{error}(k-1)T] \times GD \quad (5.b)$$

$$\Delta^2 E(kT) = [\text{error}(kT) - 2\text{error}(k-1)T + \text{error}(k-2)T] \times GH \quad (5.c)$$

$$U(kT) = U(k-1)T + \Delta U(kT) \times GC \quad (5.d)$$

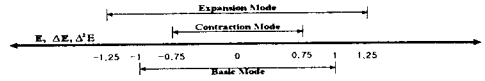


그림 3 환산계수 추정을 위한 세 가지 모드

Fig. 3 Three types of modes for estimation of scaling factors

[단계 4]

하이브리드 퍼지 제어기에서 PID 파라미터와 퍼지 환산계수 GE, GD, GH 및 GC를 유전자 알고리즘을 이용하여 동시에 동조한다. 퍼지 제어규칙의 후반부 멤버십 함수 파라미터  $m1, m2, m3$ 를 동조한다.

## 3. 최적화 자동동조 알고리즘

제어기 설계시 무엇보다도 중요한 것은 제어 파라미터를 최적으로 동조하는 것이다. 설정치와 공정 출력치와의 오차를 최소화시키며, 단위 입력에 대한 제어 응답특성을 최적화하기 위하여 ITAE를 유전자 알고리즘의 목적함수로 사용한다[1]. 즉, 유전자 알고리즘을 이용하여 그림 4로 표현되는 HFC의 제어 파라미터를 동시에 자동 동조하게 된다. 본 논문에서는 유전자 알고리즘의 세대는 100세대, crossover rate는 0.6, mutation rate는 0.35로 설정하였다. 그림 4는 유전자 알고리즘의 초기치 설정방법을 보여주고 있다.

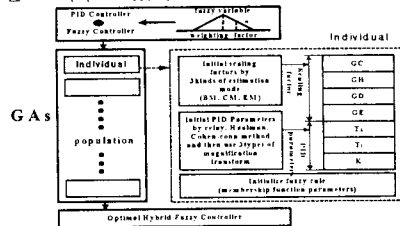


그림 4 최적 제어 파라미터를 위한 유전자 알고리즘의 초기치 설정

Fig 4 Constructing individual of Genetic Algorithms for optimal control parameters

## 4. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과고찰

본 논문에서는 제안된 Hybrid fuzzy controller (HFC)의 제어 성능을 평가하기 위하여 대표적인 비선형 시스템인 Inverted Pendulum에 제어기를 적용시켜 시뮬레이션을 수행하였다

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -(I+m^2)b & 0 & 0 \\ I(M+m)+MmI^2 & I(M+m)+MmI^2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -mIb & mI(M+m) \\ I(M+m)+MmI^2 & I(M+m)+MmI^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I+mI^2 \\ I(M+m)+MmI^2 \\ 0 \\ mI \\ I(M+m)+MmI^2 \end{bmatrix} \cdot U \quad (6)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x \\ x \\ \theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기에서, 상태변수  $x$  는 cart의 속도,  $\theta$  는 진자의 각속도이다. 본 논문에서는 진자의 회전각  $q$ 만을 고려하여 제어를 설계하였다. 즉 시스템으로 출력으로 진자의 회전각  $q$ 만을 고려하였다. 표 2와 3은 각각 초기 진자의 각도가 0.12(rad)와 -0.08(rad)일 때 유전자 알고리즘을 이용하여 동조된 PID 파라미터와 scaling factor 와 제어성능지수 ITAE 값을 보여주고 있다.

표 2 HFC의 파라미터 및 성능지수(초기값 : 0.12rad)  
Table 2 Parameters and ITAE of HFC(Initial value :0.12rad)

		FPID+PID		
		Basic Mode	Contraction Mode	Expansion Mode
PID 파라미터	K	75.1394	140.8812	69.9911
	Ti	0.2070	0.6098	0.0256
	Td	0.2053	0.1113	0.2313
퍼지 환산 계수	GE	7.0223	6.1894	10.4073
	GD	33.4535	14.0003	61.2200
	GH	22.5099	34.8553	35.8785
	GC	0.671554	0.6818	0.5144
ITAE		0.000151	0.000212	0.000130

표 3 HFC의 파라미터 및 성능지수(초기값 : -0.08rad)  
Table 3 Parameters and ITAE of HFC(Initial value:-0.08rad)

		FPID+PID		
		Basic Mode	Contraction Mode	Expansion Mode
PID 파라미터	K	45.7818	57.4162	47.5851
	Ti	1.0647	0.3254	1.0047
	Td	0.3489	0.2019	0.3397
퍼지 환산 계수	GE	12.0479	8.1745	11.4706
	GD	37.4971	29.8357	37.8396
	GH	34.6232	50.9572	29.4297
	GC	0.96774	0.6877	1.2341
ITAE		0.000164	0.000273	0.000129

그림 5(a), (b)는 진자의 초기값이 0.12(rad)일 경우 하이브리드 퍼지 제어기(FPID+PID)의 제어 입력, PID 제어기 및 퍼지 제어기의 제어 입력 그리고 PID 제어기 및 퍼지 제어기의 하중계수에 의한 가중치를 나타낸다.

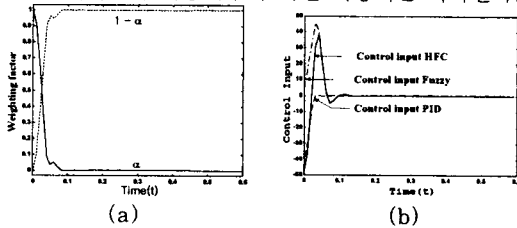


그림 5. HFC의 하중 계수와 제어입력  
Fig 5. Weighting Factor and Control Input of HFC

위 그림과 같이 과도 상태에서는 퍼지 제어기의 가중치가 정상 상태에서는 PID 제어기의 가중치가 높음을 알 수 있다. 이는 단위계단응답에 있어 멤버십 함수에 의한 그림 2로 표현되는 가중치에 따라 과도상태에서는 퍼지 제어기가 보다 활성화되고 정상상태에서는 PID 제어기가 보다 활성화되어 각각의 제어기의 장점을 최대한 활용하여 하이브리드 퍼지 제어기의 응답특성을 개선함을 알 수 있다. 그림 6 은 진자의 초기값이 0.12(rad)일 경우 하이브리드 퍼지 제어기(FPID+PID)와 고전 PID제어기의 응답을 비교한 것이다. 그림에서 보듯이 overshoot 뿐만 아니라 상승 속도등 모든 측면에서 HFC가 고전 PID보다 성능이 우수함을 알 수 있다.

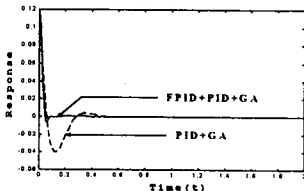


그림 6 HFC의 자동 튜닝된 시스템의 응답  
Fig 6 The auto-tuned process output of HFC

## 5. 결 론

본 논문에서 유전자 알고리즘을 이용한 하이브리드 퍼지 제어기의 최적 제어파라미터 추정방법을 제안하였다.

첫째, HFC는 과도 상태와 정상상태에서 PID 제어기의 장점과 퍼지 제어기의 장점을 최대로 활용하여 제어기의 성능을 최적으로 향상시킨다.

둘째, PID 제어기와 퍼지 제어기가 결합된 하이브리드 퍼지 제어기의 제어 파라미터들을 유전자 알고리즘을 이용하여 동시에 추정함에 있어 PID 제어기의 파라미터를 구하는 릴레이 동조 방법, Cohen-coon 방법, Haalman 방법을 이용하고 퍼지 제어기의 환산계수를 구하기 위하여 환산계수 추정모드를 이용한다. 이러한 추정모드를 통해 환산 계수를 자동 동조하여 하이브리드 퍼지 제어기의 제어성능을 향상시킨다. 유전자 알고리즘을 이용한 HFC는 비선형 특성이 강한 시스템에 대해서도 기존의 PID 제어기보다 좋은 성능을 가지고 있다는 것을 알 수 있다. 또한 HFC는 비선형 특성이 강한 다른 시스템에도 적용될 수 있음을 보였다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: 2000-1-30300-009-3)지원으로 수행되었음

### 참 고 문 헌

- [1] K.Astrom and T. Hagglund, "PID Controller : Theory, Design and Tuning." *Instrument Society of America*, 1995.
- [2] HANG, C.C, LIM, C.C, and SOON, S.H, "A new PID auto-tuner design based on correlation technique." *Proc. 2nd Multinational Instrumentation Conf.*, China, 1986.
- [3] Åström, K.J, C.C, HANG, P. PERSSON, "Heuristics for assessment of PID control with Ziegler-Nichols tuning." *Automatic Control*, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1988.
- [4] Zbigniwe. Michalewicz, "Genetic algorithms + Data Structures = Evolution programs." Springer verlag, 1992.
- [5] 「Goldberg 1989」 D.E. Goldberg, "Genetic algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning." Addison-Weatley, 1989.
- [6] S.Tzafestas, "Incremental fuzzy expert PID control." *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol.37, no.5, 1990.
- [7] Xian-Tu Peng, "Self-regulating PID controllers and its applications to a temperature controlling process." *Fuzzy Computing*, pp.355-364, North Holland, 1988.
- [8] Sungkwun Oh, Taechon Ahn, Hyungsoo Hwang, Jongjin Park and Kwangbang Woo, "Design of a Hybrid Fuzzy Controller with the Optimal Auto-tuning Method." *Journal of Control, Automation and Systems Engineering*, Vol. 1, No. 1, September, 1995.
- [9] Kevin M. Passino and Stephen yurhovich, "Fuzzy Control." Addison Wesley Longman, Inc, 1998.