

아라고 원판 시스템을 이용한 파라미터 모델 식별에 관한 연구

최 수영*, 이 원무*, 강 호균**, 최 군호***, 이 종성****, 박 기현*
 *성균관 대학교, **LG 이노텍 생산기술연구소, *** (주)한미 기술연구소, ****부천대학

A Study on Parametric Model Identification Using Arago's Disk System

Sooyoung Choi*, Wonmoo Lee*, Hokyun Kang**, Goonho Choi***, Jongsung Lee****, kiheon Park*
 *Sung-Kyun-Kwan Univ, **LG Innotek, ***HAN-MI co.LTD, ****Bucheon College

Abstract - Generally, The modeling method for the mathematical model is modeled by using the physical laws and the system identification. In this paper, The arago's disk system of the operating principle of induction motors is selected as an example for identification. The system transfer function is derived from input/output data through experiment. Model is estimated by using ARX, ARMAX, BJ, OE model structure and compared each other.

1. 서 론

시스템을 모델링하는 방법에는 물리법칙들을 이용하여 모델링을 하는 방법과 시스템에 실험을 통하여 모델을 얻는 시스템 식별법이 있다. 시스템 식별은 시스템의 관측된 자료를 가지고 동적 모델의 수학적 모델을 찾는 것으로 시스템의 분석이나 제어를 위해 대상 시스템의 수학적 모델을 선정하여 식별하고 평가하는 방법이다. 시스템 식별을 이용하여 모델을 구하는 방법은 크게 nonparametric 방법과 parametric 방법으로 나누어 지는데 parametric 방법은 동적 모델의 파라미터를 직접 추정하는 것이다. 본 연구에서는 유도 전동기의 동작 원리를 이용하여 제작되어진 아라고 원판 시스템을 식별 대상으로 삼아 실험을 통하여 얻어진 입출력 자료를 이용하여 시스템의 전달함수를 구한다. 또한 ARX, ARMAX, BJ, OE 모델을 이용하여 다양한 구조의 모델을 구하여 비교한다.

2. 본 론

2.1 아라고 원판 시스템

본 연구에서 이용된 아라고 원판 시스템은 직류 전동기를 이용하여 원판을 회전시켜 자속의 변화를 일으키고, 이 자속의 변화는 자석 막대에 힘을 가하게 되며, 이 힘으로부터 생기는 자석막대의 회전 토크를 추의 무게로 지지시켜 일정한 각을 유지하게 된다. 작은 포텐서미터에 의해 측정이 되며 측정된 값을 이용하여 막대의 각도를 원하는 상태로 유지하게 된다. 그림 1은 실제 제작되어 있는 아라고 원판 시스템을 간략하게 나타냈다.

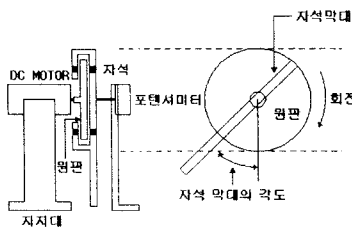


그림 1. 전체 시스템도

2.2 시스템 식별

시스템 식별은 다음의 그림 2와 같은 절차에 의하여 수학적 모델을 결정하게 된다.

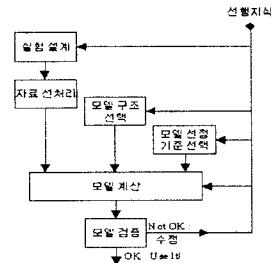


그림 2. 시스템 식별 절차

2.2.1 parametric 식별 방법

일반적인 parametric 식별 방법을 위한 모델 구조는 다음과 같다.

$$y(k) = G(q, \theta)u(k) + H(q, \theta)\varepsilon(k) \quad (1)$$

여기서 y는 출력, u는 입력, G는 입력에서 출력까지의 전달 함수, H는 잡음 전달 함수, ε는 백색 잡음을 나타낸다.

2.2.1.1 ARX 모델

덧셈형의 오차항을 가지는 선형 방정식으로 나타내면 다음과 같으며 여기서 ε(k)는 백색 잡음을 나타낸다.

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) + \varepsilon(k) \quad (2)$$

G(q, θ)가 이동 연산자 q의 유리함수이면, 전달함수 형태의 ARX 모델은 다음과 같다.

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} = \frac{b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m}}{1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}} \quad (3)$$

$$H(q, \theta) = \frac{1}{A(q)} = \frac{1}{1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}}$$

높은 차수의 ARX 모델은 시스템의 차수를 알지 못할 때 선택하면 좋다.

2.2.1.2 ARMAX 모델

백색 잡음의 moving average로서 방정식의 오차항을 나타내면

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) + \varepsilon(k) + c_1\varepsilon(k-1) + \dots + c_l\varepsilon(k-l) \quad (4)$$

ARX모델 구조에서 잡음 전달함수 형태만 바뀌며 외란과 입력이 같은 극점을 가진다.

$$H(q, \theta) = \frac{C(q)}{A(q)} = \frac{1 + c_1q^{-1} + \dots + c_lq^{-l}}{1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}} \quad (5)$$

2.2.1.3 OE(Output Error) 모델

OE모델은 다음과 같으며 여기서 $w(t)$ 는 외란이 없는 출력을 나타내며 $\epsilon(k)$ 는 백색 잡음을 나타낸다.

$$\begin{aligned} w(k) &= a_1 w(k-1) + \dots + a_n w(k-n) + \\ & b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m), \end{aligned} \quad (6)$$

$$y(k) = w(k) + \epsilon(k)$$

$$G(q, \theta) = \frac{A(q)}{B(q)} \quad \text{and} \quad H(q) = 1 \quad (7)$$

2.2.1.4 BJ(Box Jenkins) 모델

BJ모델은 미지의 파라미터를 가지는 유리함수의 외란 전달함수를 가지며, 매우 일반적인 형태를 취한다.

$$y(k) = \frac{A(q)}{B(q)} u(k) + \frac{C(q)}{D(q)} \epsilon(k) \quad (8)$$

$$D(q) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_n q^{-n}$$

2.3 실험 설계

식별을 위해 사용된 입력 신호는 PRBS를 사용하였다. 그 이유는 PRBS가 무한개의 주파수를 가진 백색잡음과 유사하기 때문이다. PRBS는 사각펄스의 조합으로 이루어지며 펄스의 폭은 매우 불규칙하게 변한다. PRBS를 그림 3에서 보는 것처럼 아라고 원판 시스템의 앞에 넣어주어 개루프 형태의 식별을 통해 입/출력 자료를 얻게 된다.

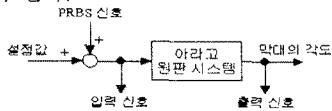


그림 3. 개루프 실험 블록 선도

실험에 사용된 PRBS는 Matlab을 이용해 만들었으며 신호는 ± 0.1 , 샘플링 자료는 1023개, 샘플링간격은 0.06초로 하였다. 식별에 사용된 PRBS는 다음 그림 4와 같다.

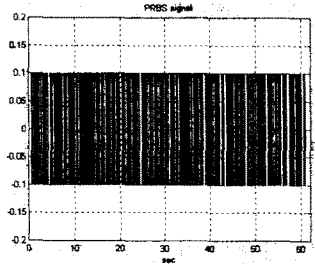


그림 4. 식별에 이용된 PRBS

2.4 실험 장치

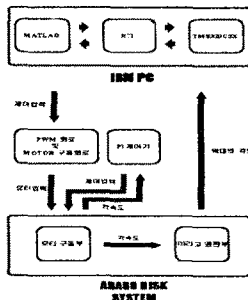


그림 5. 전체 시스템 구성도

실험을 위한 전체 시스템의 구성은 그림 5와 같으며 기준 입력값과 PRBS는 Matlab의 Simulink상에서 RTI를 통해 아라고 원판 시스템에 전달되며 출력값은 DSP 내부에 있는 A/D 컨버터를 이용하여 DSP에 저장된다. 또한 dSPACE TRACE를 이용하여 DSP의 메모리에 기록된 값을 실시간으로 보조 기억장치에 기록하게 된다.

2.5 실험 결과

2.5.1 입/출력 자료

실험을 통해 얻어진 입/출력 자료는 다음 그림 6과 같다. dSPACE TRACE를 이용하여 자료를 수집하였으며 입력은 전압[V]이고, 출력은 막대의 각도[rad]이다.

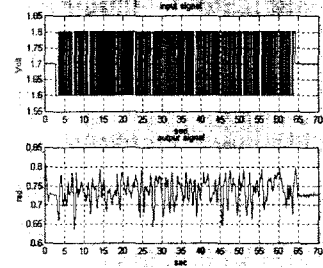


그림 6. 실험으로 수집한 입/출력 자료

2.5.2 결과

입/출력 자료를 이용하여 각 모델의 추정되어진 출력값과 실제 출력을 비교하면 다음 그림 7과 같다.

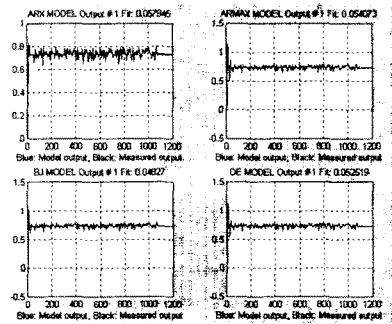


그림 7. 실제 출력과 추정되어진 출력

그림에서 보는 것처럼 BJ 모델이 가장 잘 추정되고 있는 것을 알 수 있다. 추정된 모델을 검증하기 위해 나머지 분석을 이용하여 각각의 상호상관함수와 자기상관함수에 대해 알아보면 다음의 그림 8,9,10,11과 같다.

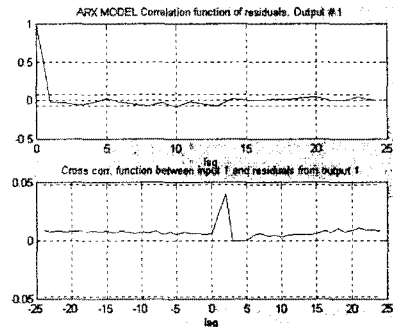


그림 8. ARX 모델의 상관함수

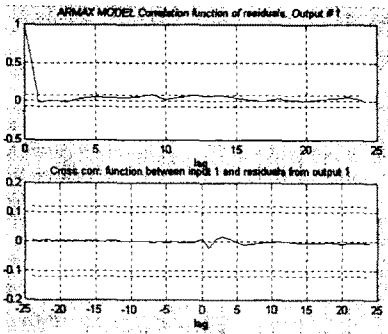


그림 9. ARMAX 모델의 상관함수

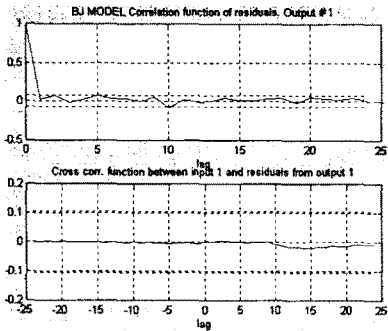


그림 10. BJ 모델의 상관함수

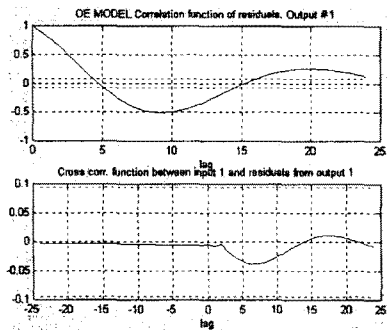


그림 11. OE 모델의 상관함수

그림에서 보는 것처럼 ARX(533), ARMAX(2220), BJ(33220)는 상호상관함수가 99%신뢰구간 안쪽에 있으므로 입력과 거의 상관관계가 없음을 보여 주고 있으며, 자기상관함수도 99%신뢰구간 안쪽에 존재 하므로 파라미터가 잘 추정되었다는 것을 알 수 있다. 그러나 OE(220)모델의 경우에 상호상관함수는 신뢰구간 안에 존재 하지만 자기상관함수의 신뢰구간에 들지 않기 때문에 파라미터 추정이 잘 이루어지지 못했다. 각 모델에 대한 시뮬레이션은 차수를 바꾸어가며 이루어졌으며 가장 잘 추정되어진 BJ 모델의 경우 차수는 $j=2, l=2, m=3, n=3$ 로 하였다. 추정된 파라미터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 A(q) &= [1.0000 \quad -1.7251 \quad 0.8275], \\
 B(q) &= [-0.0047 \quad 0.0197 \quad 0.0293], \\
 C(q) &= [1.0000 \quad -0.8347 \quad 0.3605 \quad 0.1462], \\
 D(q) &= [1.0000 \quad -1.7583 \quad 0.8450]
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

위의 식(9)를 이용하여 아라고 원판 시스템의 전달함수를 구하였다.

$$G(s) = \frac{-0.004672s^2 - 0.2279s + 13.64}{s^2 + 3.1575s + 31.51} \tag{10}$$

3. 결 론

본 연구에서는 아라고 원판 시스템을 식별 대상으로 하여 parametric방법을 이용하여 다양한 형태의 모델 구조를 적용하여 시스템을 식별 비교하였으며, 구하여진 모델 구조 중에서 가장 잘 추정되어진 BJ모델을 이용하여 전달함수를 구하였다. 실험은 개루프 실험을 통해 이루어졌으며 기본적으로 개루프 실험은 입력과 출력이 서로 독립이라는 가정 하에 식별이 이루어 지므로 좋은 결과를 얻은 것으로 생각된다. 앞으로 본 연구에서 구한 전달함수를 이용하여 제어기를 설계하여 아라고 원판 시스템의 막대 각도를 제어하는데 이용 할 수 있을 것으로 생각된다. 또한 모델링이 어려운 각종 시스템에 식별을 통하여 모델링을 하는데 도움이 될 것이다.

(참 고 문 헌)

- [1] Lennart Ljung, "System identification Theory for the user", Prentice Hall, 1999.
- [2] Lennart Ljung and Torkel Glad, "Modeling of Dynamic System", Prentice Hall, 1994.
- [3] Lennart Ljung, "System identification Toolbox User's Guide", The MathWorks Inc., May 1995.
- [4] 강호균, "아라고 원판 시스템의 상태공간 식별에 관한 연구", 성균관대학교 공학 석사 학위 논문, 1999.
- [5] Johansson, "System modeling & Identification", 1993.