2001년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 2001.7.18-20

BLDC 모터의 새로운 슬라이딩 모드 제어

옥 인 조, 이 종 주, 안 호 균, 박 승 규
국립 창원대학교 전기공학과 제어 및 전력전자 연구실

Novel Sliding Mode Controll with BLDC motor

In Jo Ok, Jong Ju Lee, Ho Kyun Ahn, Seung Kyu Park
Dept. of Electrical Engineering, Changwon National University

Abstract - In this paper, a novel sliding surface is proposed by defining a novel virtual state. This sliding surface has nominal dynamics of an original system and makes it possible that the Sliding Mode Control(SMC) technique is used with the various types of controllers. Its design is based on the augmented system whose dynamics have a higher order than that of the original system. The reaching phase is removed by using an initial virtual state which makes the initial sliding function equal to zero.

1. 서 론

슬라이딩 모드제어(sliding mode control)는 강인 제어 기법으로서 많은 연구결과와 실제 적용 예를 가지고 있지만 근본적으로 도달기간(reaching phase)문제와 입력 떨림(chattering)현상을 가지고 있다[1]-[3]. 이러한 문제들 외에 SMC(Sliding Mode Control)계통의 상태 궤적은 제어되는 계통보다 낮은 차수를 가지는 슬라이딩 평면은 동특성에 의해서 결정되기 때문에 SMC외의 다른 제어기법과 함께 결합되어 사용되어질 수 없는 특성을 가지고 있다. 이에 도달기간문제를 없애고 슬라이딩 궤적이 최적제어 궤적을 따르도록 하는 방법이 제안되었으나[4] 슬라이딩평면을 비선형함수로 나타내야하기 때문에 수식전개가 복잡하며 3차이상의 계통에 대해서 그 결과를 확장하는 것이 어렵다. 이에 본 연구에서는 상태궤적이 임의의 제어기로 제어되는 상태특성을 따르도록 함과 동시에 도달기간 문제를 해결하기 위하여 새로운 가상의 상태를 정의한다. 가상의 상태는 가른 제어기법에 의해 제어되는 공칭계통의 가제어표준형을 기초로 구성하고 그 계통에 대해서 새로운 슬라이딩 평면을 제안한다. 이렇게 구성된 새로운 슬라이딩 평면은 공칭제어기에 의해서 제어되는 공칭계통의 동특성을 가질 수 있다는 것이 증명되는 다양한형태의 제어기와 SMC가 결합된 제어기의 구성이 가능해 지도록 한다. 또한 가상 상태의 초기치를 스위칭함수의 초기값이 영으로 되도록 결정하여 줌으로써 도달기간도 제거할 수 있다. 본 논문에서는 BLDC 전동기가 새로운 SMC와 결합된 형태의 제어기를 구성해 보았다.

2. 본 론

2.1 문제 설정

아래와 같은 n차 시스템을 고려하기로 한다.

$$\dot{x}(t)=(A+\Delta A)x(t) \\ B+\Delta B)u(t)+Df(t) \qquad (1)$$

여기서 여기서 $x\in R^n, u\in R, f\in R^r$이고 노옴 유계를 가지는 불확실한 행렬 $\Delta A, \Delta B$와 외란 행렬 D는 다음의 정합 조건을 만족한다.

$$rank([B:\Delta A:\Delta B:D])=rankB \qquad (2)$$

기존의 슬라이딩 평면은 일반적으로 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다[5].

$$s(x)=c_nx_n+c_{n-1}x_{n-1}+...+c_1x_1+c_0=0 \qquad (3)$$

여기서 $c_0, c_1, c_2, ..., c_n$은 슬라이딩 모드의 동특성이 안정하도록 주어진다.

슬라이딩 모드가 일어나도록 하는 조건은 다음과 같다[1].

$$s(x)\,\dot{s}(x)<0 \qquad (4)$$

위의 조건은 $s(x,t)$에 의해서 정의되는 평면상에서 불연속이 일어나는 다음과 같은 궤한입력 $u^+(\cdot), u^-(\cdot)$에 의해서 만족될 수 있다[2].

$$u(\cdot)=\begin{cases}u^+(\cdot) & \text{if } s>0\\ u^-(\cdot) & \text{if } s<0\end{cases} \qquad (5)$$

(3)과 같은 형태의 슬라이딩 평면은 (n-1)차 동특성을 가지며 제어계통의 차수보다 낮은 차수를 가지기 때문에 여러 가지 형태의 제어기에 의해 제어되는 계통의 동특성을 가질 수 없으며 이것은 SMC가 다른 제어기법과 결합되어 사용될 수 없다는 것을 의미 한다. 도달기간은 s(x,t)j의 초기치가 영이 아닌 경우에 발생한다.

본 논문에서 해결하고자 하는 문제는 다음과 같다.

- 가상 상태를 도입하여 슬라이딩 평면을 구성함으로써 슬라이딩 모드가 공칭계통의 동특성를 가지도록 하여 다양한 형태의 제어기와 SMC의 결합형태의 제어기 구성을 가능하게 한다.
- 도달기간을 제거하는 것이다.

2.2 새로운 슬라이딩 평면을 가지는 SMC

본 장에서는 새로운 슬라이딩 평면을 제안하고 그것을 사용하여 SMC입력을 구하고자 한다. 이과정에 대한 블록선도를 살펴보면 그림 1과 같다.

다음과 같은 (1)의 실제 시스템에 대한 공칭 계통을 고려하자.

$$\dot{x}_0(t)=Ax_0(t)+Bu_0(x_0,t) \qquad (6)$$

여기서 $u_0(x_0,t)$는 미분가능한 공칭 조정(regulating) 제어 입력이다.

새로운 가상상태를 정의하기 위하여 앞에서 언급했듯이 (6)의 공칭계통을 다음과 같은 가제어표준형으로 변환한다.

$$\dot{z}_0=Az_0+bv_0 \qquad (7)$$

여기서

$$A_c=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&1\\-a_1&-a_2&-a_3&\cdots&-a_n\end{bmatrix},\ B_c=\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\1\end{bmatrix}$$

z_o는 n 번째 상태 z_{om}을 미분한 공칭 가상상태 z_{ov}는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{z}_{ov}(t)=-a_n z_{ov}(t)\cdots-a_2 z_{o3}-a_n z_{o2}(t)+\dot{u}_o(x_o,t) \tag{8}$$

새로운 가상상태 Z_V는 (8)에서 공칭 상태 $z_{o1}, z_{o2}, \ldots z_{on}$들을 비공칭 상태인 $z_1, z_2, \ldots z_n$들로 대치함으로써 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{z}_v(t)=-a_n z_v(t)\cdots-a_2 z_3-a_1 z_2(t)+\dot{u}_o(x_o,t) \tag{9}$$

여기서 $\dot{u}_o(x_o,t)$는 $u_o(x_o,t)$를 미분해서 얻으면 x를 미분하게 됨으로써 불확실성이 개입되기 때문에 반드시 $\dot{u}_o(x_o,t)$로부터 공칭상태인 x_o를 원래상태인 x로 대치함으로써 얻어야만 한다. 가상상태를 포함하는 차수가 증가된 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=(A+\Delta A)x(t)+(B+\Delta B)u(t)+Df(t)\\\dot{z}_v(t)&=-a_n z_v(t)\cdots-a_2 z_3(t)-a_1 z_2(t)+\dot{u}_o(x_o,t)\end{aligned} \tag{10}$$

여기서 u(t)는 슬라이딩 평면 위에서 슬라이딩 모드를 보장하는 SMC입력이다.

위의 차수가 증가된 계통에 대해 새로운 슬라이딩 평면을 다음과 같이 결정한다.

$$s_n(t)=z_v(t)+a_n z_n(t)\cdots+a_1 z_1(t)-u_o(x_o,t)=0 \tag{11}$$

가상 상태의 초기치를 다음과 같이 선택하면 s_n의 초기치가 영이 되므로 도달기간이 제거된다.

$$z_v(t_0)=-a_n z_n(t_0)\cdots-a_1 z_1(t_0)+u_o(x(t_o),t_0) \tag{12}$$

여기서 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 1 : 계통 (10)의 상태가 제안된 슬라이딩 평면 (11)위에 존재할 때 계통(1)의 상태는 공칭제어입력에 의해서 제어되는 공칭 계통(6)과 같은 동특성를 갖는다.

정리 1과 SMC이론으로부터 SMC 입력 $u(t)$가 슬라이딩 모드 평면 $s(z,z_v)$ 상에 상태들이 있도록 하면 상태드러이 있도록 하면 상태 $x(t)$는 $u_0(x,t)$에 의해서 제어되는 공칭 제어입력 $u_0(x,t)$는 어떠한 제어입력의 형태라도 가능하게 때문에 SMC가 다양한 형태의 제어기와 같이 상용되어질 수 있도록 한다.

계통(10)의 상태들을 슬라이딩 평면으로 가도록 하기 위해서 다음조건을 만족하는 SMC입력이 구해져야 한다.

$$s_n(z,z_v)\dot{s}_n(z,z_v)<0 \tag{13}$$

$\dot{s}_n(z,z_v)$는 다음과 같이 계산이 된다.

$$\begin{aligned}\dot{s}_n(z,z_n)&=z_v+C_1P_x-\frac{\partial u_o(z,t)}{\partial z}P_x\\&=a_n z_n-C_0P_x+C_2P((A+\Delta A)x(t))\\&\quad(B+\Delta B)u(t)+Df(t)\end{aligned} \tag{14}$$

여기서

$$C_0=\begin{bmatrix}0\\a_1\\\vdots\\a_{n-1}\end{bmatrix}^T,\ C_1=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\\vdots\\a_n\end{bmatrix}^T$$

$$C_2=C_1-\frac{\partial u_0(z,t)}{\partial z}$$

불확실성들의 크기가 제한되어 있기 때문에 다음식을 만족하는 상수들 β_1,β_2,β_3가 존재한다.

$$\begin{aligned}&C_2P\Delta Ax(t)<\beta_1\|x(t)\|\\&C_2P\Delta Bu(t)<\beta_2|u(t)|\\&C_2PDf(t)<\beta_3\end{aligned} \tag{15}$$

그러므로 SMC입력은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned}u(t)=&-(C_2PB)^{-1}(-a_n z_v-C_0P_x\\&+\dot{u}_{0(x,t)}+C_2PAx(t))\\&-(C_2PB)^{-1}(\beta_1\|x(t)\|+\beta_2|u(t)|\\&+beat_3)sgn(s_n))\end{aligned} \tag{16}$$

2.3 새로운 슬라이딩 모드 평면을 이용한 강인한 상태 궤한제어

본 논문에서 제안되 새로운 슬라이딩 평면에서 공칭제어 입력 $u_o(x,t)$를 궤환 제어입력으로 설계하면 파라메터 불확실성이 존재하더라도 상태들이 상태 궤환 궤적을 따르도록 하는 강인한 상태 궤환 제어기를 설계할 수 있다. (1)과 같은 n차 계통을 고려한다.

상태 궤환 제어입력은 다음과 같다.[5]

$$u_0(x_0)=-Kx_0(t) \tag{17}$$

위의 상태 궤환 제어입력을 가지는 공칭계통은 다음과 같이 표현 된다.

$$\begin{aligned}\dot{u}_{10}&=K(Ax+B\ \dot{u}^*_0(t)\\&=K(Ax-BKx)=Lx\end{aligned} \tag{18}$$

여기서 $L=-K(A-BK)$

(9)에 의해서 가상 상태 z_v는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{z}_v(t)=-a_1 z_2(t)\cdots-a_{n-1}z_n(t)+Lx(t) \tag{19}$$

비공칭 가상상태를 포함한 차수가 증가된 계통은 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=(A+\Delta A)x(t)+(B+\Delta B)u(t)+Df(t)\\\dot{z}_v(t)&=-a_1 z_2(t)\cdots-a_{n-1}z_n(t)-a_n z_n(t)+Lx(t)\end{aligned} \tag{20}$$

위의 계통에 대한 새로운 슬라이딩 평면은 다음과 같다

$$s_n=z_v+a_1z_1+a_2z_2\cdots a_nz_n+Kx=0 \tag{21}$$

$\dot{s}_n$는 다음고 같이 계산된다.

$$\begin{aligned}\dot{s}_n&=\dot{z}_v(t)+C_1P\dot{x}(t)+K\dot{x}(t)\\&=-a_n z_n(t)-C_0Px(t)+Lx(t)\\&\quad+(C_1p+K)((A+\Delta A)x(t)\\&\quad+(B+\Delta B)u(t)+Df(t))\end{aligned} \tag{22}$$

불확실성의 크기가 제한되어 있기 때문에 다음식을 만족하는 상수들 $\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$ 이 존재 한다.

$$\begin{aligned}&(C_1P+K)\Delta Ax(t)<\gamma_1\|x(t)\|\\&(C_1P+K)\Delta Bu(t)<\gamma_2|u(t)|\\&(C_1P+K)Df(t)<\gamma_3\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}u(t)=&-((C_1P+K)B)^{-1}(-a_n z_n-C_0Px\\&+Le+(C_1P+K)Ax(t))((C_1P+K)B)^{-1}\\&(\gamma_1\|e(t)\|+\gamma_2|u_1(t)|+\gamma_3)sgn(s_n))+r(t)\end{aligned} \tag{24}$$

2.4 예제 및 실험 결과

아래와 같은 BLDC 상태방정식에서 고려해 보자.

$$\dot{x}_1(t) = (-157.3 + \Delta a_{11})x_1(t) + (-44 + \Delta a_{12})x_1(t) + b_1 u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = 7050x_1(t) - 3x_2(t)$$

여기서 $|\Delta a_{11}| < 90$, $|\Delta a_{12}| < 10$, $b_1 = 374.53$이다.

시뮬레이션상에서 $\Delta a_{11}, \Delta a_{12}$는 각각 90 과 374.53로 두었다. 상태의 초기치는 각각 $x_1(0) = 0.05, x_2(0) = 121.3$ 이다

상태이득은 다음과 같다.

$K = [2.2671 \ 0.1381 \ 0.1034]$

가제어 표준형으로 변환행렬은 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

가상 상태 z_t의 동특성은 다음과 같이 정의 된다.

$$\dot{z}_t(t) = [-6.6674 \ \ -0.022]x(t) - 160.2959 z_t(t)$$

가상상태의 초기치는 다음과 같이 결정된다.

$$\dot{z}_t(0) = -0.0206$$

슬라이딩 평면은 다음과 같이 결정된다.

$$s_n = z_t + [0.0374 \ 0.0002]x(t)$$

SMC 입력은 (32)로부터 다음과 같이 구해진다.

$$u(t) = u_{eq} + \triangle u$$

$$u_{eq} = 11.4497 z_t(t) + [0.8186 \ 0.1191]x(t)$$

$$\triangle u = -0.5\, sgn(s \cdot x_1) - 0.1\, sgn(s \cdot x_2) - 0.5\, sgn(s \cdot z_t)$$

아래의 그림들은 위의 수치 예에 대한 실험 결과이다. 그림 1은 정속도 운전이후 전류의 상태가 0으로 수렴함을 보이고 그림 2는 속도가 0으로 수렴함을 나타낸다.

전류의 단위는 [A] 이고 보다 자세히 보기 위해 승산 2048(2^{11})을 한것이고 속도의 단위는 [rad/sce]이고 전류와 같이 자세히 보기위해 승산 32(25)을 한 것이다.

두 개의 파형은 serial 통신하여 CVI(C for Virtual Instrumentation) 로 표현한 것이다.

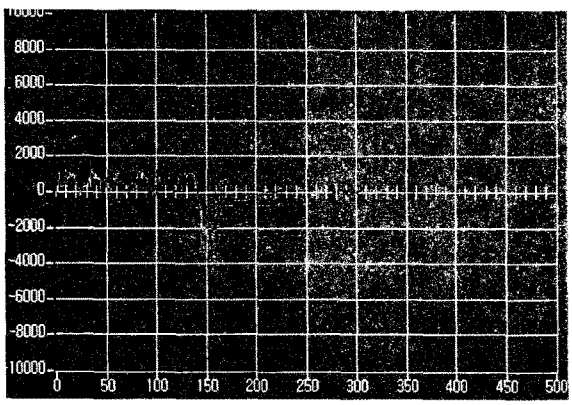

그림 1 Current Response

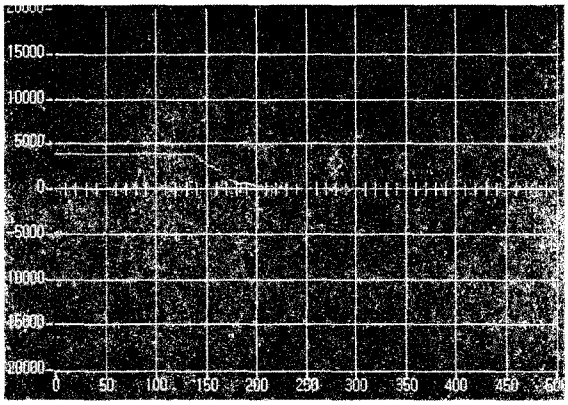

그림 2 Speed Reponse

3. 결 론

본 논문에서는 슬라이딩 모드 평면의 새로운 설계방법이 제시되었다. 이 슬라이딩 평면에 의해 설계되는 새로운 SMC계통의 상태는 공칭제어기에 의해 제어되는 공칭 계통의 동특성을 가지게 된다. 어떤 타입의 제어기이든 미분 가능하다면 공칭제어기가 될 수 있으며 이 사실은 SMC가 여러 가지 형태의 제어기와 결합되어 강인한 특성을 갖도록 할 수 있다는 것을 의미한다. 본논문에서는 퀘한 제어기를 공칭제어기로 사용함으로써 파라메터 불확실성이 존재하는 계통에 대해서도 공칭계통의 최적궤적을 따라갈 수 있는 강인한 궤적제어기를 설계하였으며, 가상상태의 초기치를 적절하게 선택하였다. 본 논문은 여러 형태의 제어기를 SMC와 결합하여 사용함으로써 실제 시스템에 적용 해 보았다는 데 큰 의의가 있다.

[참 고 문 헌]

[1] J.Y. Hung, W. Gao, J.C. Hung, "Variable structure control : A survey," IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. 40, No.1 pp.2-22, 1993

[2] V.I Utkin, Sliding modes and their application in variable structure systems, Moscow, Mir Publishers, 1978

[3] U. Itkis, Control systems of variable structure, JOHNWILLY & SONS, New York, 1976

[4] 김성태,한승길,임규만,함운철, "비선형 스위칭 평면을 이용한 슬라이딩모드 제어기 설계," 1997년도 대한전기학회 제어계측,자동화,로보틱스 연구회 합동 학술 발표회 논문집, pp.36-40, 8월 1997년

[5] R.G. Roy, N. Olgac, "Robust nonlinear control via moving sliding surfaces- n-th order case," CDC'97,December,1997

[6]D. E. Kirk, Optimal Controltheory, Prentice-Hall, 1970

[7] 박승규, 안호균, "가상의 상태를 이용한 새로운 슬라이딩 모드 제어기" 제어,자동화,시스템공학 논문지, Vol. 5 No. 5 pp.505-510, July, 1999