

## 보증기간이 있는 시스템의 교체정책

정기문<sup>1)</sup>, 권영섭<sup>2)</sup>

### 요 약

본 논문에서는 혼합보증기간이 있는 수리 가능한 시스템에 대한 최적의 교체정책을 제안한다. 이 교체정책은 보증기간이 재생되는 경우와 재생되지 않는 두 가지 경우에 대해서 고려되며, 최적의 교체주기를 결정하기 위해서 사용자 관점에서의 단위 시간당 기대비용을 사용한다. 시스템의 고장시간이 와이블 분포를 할 때 수치적 예를 통해서 제안된 최적의 교체정책을 설명한다.

주요용어 : 교체정책, 재생혼합보증, 비재생혼합보증, 최소수리

### 1. 서 론

보증정책(warranty policy)은 시스템을 판매한 후 일정기간 동안 발생하는 결함이나 고장에 대하여 생산자 또는 판매자가 수리(repair) 또는 교체(replacement) 등의 조치를 해준다는 소비자와의 약속이다. 이러한 보증정책은 보증기간의 재생 여부와 소비자의 비용 부담 여부에 따라 다양한 형태의 보증정책으로 구분할 수 있다. 먼저 보증기간의 재생 여부에 따라서 보증정책을 분류하면, 재생보증(renewing warranty)과 비재생보증(non-renewing warranty)으로 구분할 수 있는데, 재생보증은 보증기간(warranty period) 내에서 시스템이 고장나면 새 것으로 교체해주고, 이 시점부터 다시 보증기간이 시작되며, 비재생보증은 보증기간이 재생되지 않고 처음에 주어진 보증기간이 유지된다. 또, 소비자의 비용 부담 여부에 따라서 보증정책을 분류하면, 무료보증(free warranty), 비율보증(pro-rata warranty) 그리고 혼합보증(combination warranty)으로 구분할 수 있으며, 무료보증은 보증기간 동안에 발생하는 시스템의 고장에 대해서는 생산자가 무료로 교체를 해주고, 비율보증은 보증기간 내에 발생한 고장에 대하여 시스템의 사용기간에 비례하여 교체비용의 일부를 소비자가 부담한다. 또한, 혼합보증은 무료보증과 비율보증을 혼합한 것으로 보증기간 내의 일정기간 동안에는 고장난 시스템을 무료로 교체를 해주고, 이 시점 이후에 발생하는 시스템의 고장에 대해서는 비율보증을 실시한다.

보증기간이 있는 시스템의 보전정책(maintenance policy)에 관한 연구는 크게 생산자 측면과 소비자 측면의 두 분야에서 진행되고 있다. Chun(1992), Jack과 Dagpunar(1994), Yeh와 Lo(2001) 등은 생산자 측면에서의 최적의 보전정책, 즉 보증기간 내에서 생산자가 부담하게 되는 보증비용을 최소화하기 위한 여러 가지 예방보전정책(preventive maintenance policy)을 제안하였다. Chun(1992)은 보증기간에서 발생하는 생산자의 보증비용을 최소화하기 위하여 보증기간 내에서의 최적의 주기적인 예방보전정책을 제안하였다. 즉, 보증비용을 최소화하기 위한 보증기간 내에서의 최적의 예방보전 횟수를 결정하였다. Jack과 Dagpunar(1994)는 상이한 예방보전주기를 고려하여 Chun(1992)의 예방보전정책을 일반화하였으며, Yeh와 Lo(2001)는 보증기간 내에서 이루어지는 예방보전의 효과를 변수로 고려한 최적의 예방보전정책을 제안하였다. 소비자 측면에서의 최적의 보전정책은 보증기간 내에서 소비자가 부담해야 하는 비용과 보증기간이 종료된 이후에 발생하는 유지비용을 고려해야 한다. 이에 관한 연구로 Sahin과 Polatoglu(1996), Jung, Lee와 Park(2000)은 무료보증기간과 비율보증기간이 종료된 이후의 최적의 교체정책(replacement policy)과 예방보전정책을 각각 제안하였다.

본 논문에서는 혼합보증기간이 있는 수리 가능한 시스템에 대하여 소비자 측면에서의 최적의 교체정책을 제안하고자 한다. 시스템은 무료보증기간과 비율보증기간이 있는 혼합보증을 갖으며, 보증기간이 종료된 이후에 시스템의 고장이 발생하면 최소수리(minimal repair)를 한다.

1) (501-759) 광주광역시 동구 서석동 375 조선대학교 BK21 지역대학육성사업단

2) (501-759) 광주광역시 동구 서석동 375 조선대학교 선박해양공학과

보증기간이 종료된 이후에  $x$ 에서 새로운 시스템으로 교체하고 최소수리 시간 및 교체 시간은 무시한다. 이러한 혼합보증기간이 있는 시스템의 교체모형에 대하여 재생보증과 비재생보증으로 나누어 각각 단위시간당 기대비용(expected cost rate per unit time)을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 교체주기  $x^*$ 를 결정하고자 한다. 본 논문에서 고려하는 최적의 교체정책에서  $v=0$  또는  $v=w$ 이면 각각 Sahin과 Polatoglu(1996)가 제시한 비율보증에서의 최적의 교체정책과 무료보증에서의 최적의 교체정책이 된다.

본 논문의 2장에서는 재생혼합보증을 갖는 시스템에 대하여 소비자가 부담하게 될 단위시간당 기대비용을 구하고, 이를 최소화하는 최적의 교체주기를 결정한다. 3장에서는 비재생혼합보증에서 수리 가능한 시스템의 최적의 교체정책을 제안한다. 4장에서는 본 논문에서 고려된 단위시간당 기대비용 및 최적의 교체주기를 설명하기 위해서 시스템의 고장시간(failure time)이 와이불(Weibull)분포일 때 다양한 형태의 수치적인 예를 보인다.

## 2. 재생혼합보증에서의 최적 교체정책

재생혼합보증(renewing combination warranty)에서는 시스템이 무료보증기간인  $v$  동안에 고장나면 생산자는 시스템을 무료로 교체해 주고, 비율보증기간인  $v$ 와  $w$ 사이에서 시스템이 고장나면 시스템의 사용기간에 비례한 교체비용을 소비자가 부담하고 새로운 시스템으로 교체 해주며 보증기간  $w$ 는 새로 시작된다.

### 2.1 단위시간당 기대비용

재생혼합보증에서 시스템을 운용하는데 발생하는 기대비용  $E\{C(x)\}$ 은 다음과 같이 네 종류의 기대비용의 합으로 구할 수 있다.

$$E\{C(x)\} = E(C_{v,w}) + E(C_M) + E(C_F) + E(C_R) \quad (1)$$

여기서,  $E(C_{v,w})$ 는 혼합보증기간 동안에 보증정책에 의해서 소비자가 부담하게 되는 기대비용이고,  $E(C_M)$ 은 보증기간 이후에 발생하는 고장에 대하여 최소수리를 하는 데 발생하는 기대비용이다. 그리고,  $E(C_F)$ 는 시스템의 고장으로 야기되는 기대비용이며  $E(C_R)$ 은 교체주기  $x$ 에서 시스템을 새 것으로 교체하는 기대비용이다.

시스템이 무료보증기간  $v$ 이전에 고장나면 생산자가 무료로 교체를 해주고  $v$ 와  $w$ 사이에서 고장나면 사용기간에 비례한 교체비용을 소비자가 부담하게 되므로  $E(C_{v,w})$ 는

$$E(C_{v,w}) = \frac{c_r}{w}(I(w) - I(v)) \quad (2)$$

이 된다. 여기서,  $I(s) = \int_0^s t f(t) dt$ 이고  $c_r$ 은 시스템의 교체비용이다. 시스템이 보증기간 이전에 고장나지 않으면 즉,  $T > w$ 이면 교체주기  $x$  이전까지 발생하는 고장에 대한 최소수리비용과  $x$ 에서의 교체비용을 소비자가 부담하여야 하므로  $E(C_M)$ 과  $E(C_R)$ 은 각각 다음과 같다.

$$E(C_M) = c_m \bar{F}(w) \int_w^{w+x} h(t) dt \quad (3)$$

$$E(C_R) = c_r \bar{F}(w) \quad (4)$$

여기서,  $c_m$ 은 시스템의 최소수리비용이다. 그리고, 보증기간과 보증기간 이후의 고장으로 야기되는 기대비용은 다음과 같다.

$$E(C_F) = c_{f,w} F(w) + c_{f,m} \bar{F}(w) \int_w^{w+x} h(t) dt \quad (5)$$

여기서,  $c_{f,w}$ 와  $c_{f,m}$ 는 각각 보증기간 내에서와 보증기간 이후에 발생하는 고장으로 야기되는 비용이다. 식 (2)-(5)를 이용하면 식 (1)의 기대비용은 다음과 같이 구해진다.

$$E\{C(x)\} = c_1 + (c_m + c_{f,m})\bar{F}(w) \int_w^{w+x} h(t)dt \quad (6)$$

여기서,  $c_1 = \frac{c_r}{w}(I(w) - I(v)) + c_r\bar{F}(w) + c_{f,w}F(w)$ 이다. 재생혼합보증에서는 시스템이 보증기간  $w$ 이전에 고장나면 보증기간이 새로 시작되고  $w$ 까지 고장나지 않으면 즉,  $T > w$ 이면 교체주기  $x$ 에서 시스템을 새것으로 교체하게 되므로 기대순환길이(expected cycle length)는 다음과 같다.

$$E\{T(x)\} = I(w) + (w+x)\bar{F}(w). \quad (7)$$

식 (6)과 식 (7)로부터 구하고자 하는 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구해진다.

$$C_{RW}(x) = \frac{c_1 + (c_m + c_{f,m})\bar{F}(w) \int_w^{w+x} h(t)dt}{I(w) + (w+x)\bar{F}(w)} \quad (8)$$

식 (8)에서  $v=0$  또는  $v=w$ 이면 Sahin과 Polatoglu(1996)이 제시한 재생무료보증과 재생비용보증에서의 단위시간당 기대비용과 각각 동일하게 된다.

## 2.2 최적의 교체정책

이 절에서는 식 (8)에 주어진 단위시간당 기대비용을 최소화하는 시스템의 최적의 교체주기  $x^*$ 를 찾고자 한다. 최적의 교체주기  $x^*$ 를 찾기 위해서 식 (8)을  $x$ 에 관해서 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$c_2h(w+x) + \bar{F}(w) \left\{ xh(w+x) - \int_w^{w+x} h(t)dt \right\} = \frac{c_1}{(c_m + c_{f,m})} \quad (9)$$

여기서,  $c_1 = \frac{c_r}{w}(I(w) - I(v)) + c_r\bar{F}(w) + c_{f,w}F(w)$ ,  $c_2 = I(w) + w\bar{F}(w)$ 이다.

**정리 1.** 시스템의 고장율함수  $h(t)$ 가 순증가함수(strictly increasing function)라고 하자. 이 때,  $c_2h(w) \geq c_1 / (c_m + c_{f,m})$ 이면 최적의 교체주기는  $x^* = 0$  이고  $c_2h(w) < c_1 / (c_m + c_{f,m})$ 이면 최적의 교체주기는 식 (9)를 만족하는  $x^*$ 이다.

위 정리 1은 Jung, Lee와 Park(2000)의 논문을 참조하면 쉽게 증명할 수 있으며 이 정리로부터 식 (9)를 만족하는  $x$ 의 값이 식 (8)의 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적의 교체주기임을 알 수 있다.

## 3. 비재생혼합보증에서의 최적 교체정책

비재생혼합보증(non-renewing combination warranty)에서는 시스템이  $v$ 이전에 고장나면 생산자는 무료로 교체해 주고  $v$ 와  $w$ 사이에서 고장나면 시스템의 사용기간에 비례한 교체비용을 소비자가 부담하고 새로운 시스템으로 교체해주지만 보증기간은 재생되지 않고 처음에 주어진 보증기간이 유지된다. 재생혼합보증에서 보증기간이 종료될 때의 시스템의 나이(age)는 항상  $w$ 이지만 비재생혼합보증에서는 0에서  $w$ 사이가 된다. 비재생혼합보증에서의 보증기간이 종료될 때의 시스템의 나이를  $y$ 라고 하고, 이 값은 주어진다고 하자. 그리고, 보증기간 동안에 발생한 교체 횟수를  $l$ 이라고 하자.

### 3.1 단위시간당 기대비용

비재생혼합보증에서는 보증기간 이전에 시스템이 고장나더라도 보증기간이 새로 시작되지 않으므로 기대순환길이는 항상  $w+x$ 가 된다. 비재생혼합보증에서 시스템을 운용하는데 발생하는 기대비용  $E\{C(x)\}$ 도 식 (1)에 있는 네 종류의 기대비용의 합으로 구할 수 있다. 혼합보증기간 동안 시스템의 고장으로 인하여 소비자가 부담하게 되는 기대비용  $E\{C_{v,w}\}$ 은  $y$ 의 정

### 보증기간이 있는 시스템의 교체정책

보를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E(C_{V,w}) = \begin{cases} c_r \frac{(w-v)-y}{(w-v)}, & \text{if } 0 \leq y < w-v \\ 0, & \text{if } y \geq w-v \end{cases} \quad (10)$$

보증기간이 종료될 때의 시스템의 나이는 항상  $y$ 이기 때문에 보증기간이 종료된 이후에 소비자가 부담하여야 하는 기대 최소수리비용은

$$E(C_M) = c_m \int_y^{y+x} h(t) dt \quad (11)$$

이고, 교체주기  $x$ 에서의 교체비용은 소비자가 부담하여야 하므로  $E(C_R)$ 은 다음과 같다.

$$E(C_R) = c_r \quad (12)$$

그리고, 보증기간과 보증기간 이후의 고장으로 야기되는 기대비용은  $l$ 과  $y$ 를 이용하면

$$E(C_F) = c_{f,w} l + c_{f,m} \int_y^{y+x} h(t) dt \quad (13)$$

이 된다. 식 (11)-(13)을 이용하면 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 구해진다.

$$C_{NW}(x) = \frac{1}{w+x} \left[ c_3 + (c_m + c_{f,m}) \int_y^{y+x} h(t) dt \right] \quad (14)$$

여기서,  $c_3 = \begin{cases} c_r \frac{(w-v)-y}{(w-v)} + c_r + c_{f,w} l, & \text{if } 0 \leq y < w-v \\ c_r + c_{f,w} l, & \text{if } y \geq w-v \end{cases}$  이다.

### 3.2 최적의 교체정책

식 (14)에 주어진 단위시간당 기대비용을 최소화하는 시스템의 최적의 교체주기  $x^*$ 를 찾기 위해서 이 식을  $x$ 에 관해서 1차 미분하여 0으로 놓고 풀면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(w+x)h(y+x) - \int_y^{y+x} h(t) dt = \frac{c_3}{(c_m + c_{f,m})} \quad (15)$$

아래에 있는 정리 2는 식 (15)를 만족하는  $x$ 의 값이 식 (14)의 단위시간당 기대비용을 최소화 하는 최적의 교체주기라는 것이다.

**정리 2.** 시스템의 고장율함수  $h(t)$ 가 순증가함수라고 하자. 이 때,  $wh(y) \geq c_3 / (c_m + c_{f,m})$  이면 최적의 교체주기는  $x^* = 0$  이고  $wh(y) < c_3 / (c_m + c_{f,m})$  이면 최적의 교체주기는 식 (15)를 만족하는  $x^*$ 이다.

## 4. 수치적 예

본 논문에서 고려된 교체 모형에 대한 단위시간당 기대비용 및 최적의 교체주기를 설명하기 위해서 시스템의 고장시간  $T$ 가 와이بل 분포를 한다고 가정하면 시스템의 고장율함수는 다음과 같다.

$$h(t) = \beta \lambda^{\beta} t^{\beta-1}, \quad \beta > 1, \quad a > 0, \quad t \geq 0.$$

이 때, 형태모수(shape parameter)  $\beta$ 와 무료보증 기간  $v$  그리고 교체비용  $c_r$ 의 변화에 따른 최적의 교체주기  $x^*$ 와 그 때의 단위시간당 기대비용을 구하고 이들의 변화를 살펴보고자 한다. 표 1에는 재생혼합보증에서의 최적의 교체주기 및 단위시간당 기대비용이 나타나 있다. 예를 들어,  $\beta = 2$ ,  $v = 0.1$ ,  $c_r = 3$ 일 때, 재생혼합보증기간이 종료된 이후에 2.60558에서 시스템을 새것으로 교체하는 것이 단위시간당 기대비용을 최소화한다는 것이며, 이 때의 단위시간당 기대비용은 2.16335가 된다는 것이다. 표 1로부터 다음과 같은 사실을 알 수 있다. 먼저,  $v$ 와  $c_r$ 이 고정되어 있을 때,  $\beta$ 가 증가하면 예상대로 시스템의 최적의 교체 주기  $x^*$ 는 감소하고 단위시간당 기대비용  $C_{RW}(x^*)$ 은 증가함을 알 수 있다. 이는  $\beta$ 가 증가하면 시스템의 고장율

이 커지기 때문이다. 또한,  $\beta$ 와  $c_r$ 이 주어져 있을 때, 무료보증기간  $v$ 가 증가함에 따라  $x^*$ 와  $C_{RW}(x^*)$ 가 감소함을 알 수 있으며,  $\beta$ 와  $v$ 가 고정되어 있을 때 교체비용  $c_r$ 이 증가하면 예상대로  $x^*$ 와  $C_{RW}(x^*)$ 가 증가함을 알 수 있다. 표 2에는 비재생혼합보증에서의 최적의 교체 주기 및 단위시간당 기대비용이 나타나 있다.  $\beta$ 와  $c_r$ 의 변화에 따른 최적의 교체 주기  $x^*$ 와 단위시간당 기대비용  $C_{NW}(x^*)$ 가 변화하는 형태는 재생혼합보증에서와 동일하며,  $\beta$ 와  $c_r$ 이 고정되어 있을 때,  $y$ 가 증가하면  $x^*$ 와  $C_{NW}(x^*)$ 가 감소함을 알 수 있다.

표 1. 재생혼합보증에서의 최적의 교체 주기 및 단위시간당 기대비용  
( $w=1, \lambda=1, c_m=0.1, c_{f,w}=0.2, c_{f,m}=0.2$ )

$\beta$	$v$	$c_r$					
		3	5	10	15	20	
2	0.1	$x^*$	2.60558	3.88695	6.26545	8.10010	9.65004
		$C_{RW}(x^*)$	2.16335	2.93217	4.35927	5.46006	6.39002
	0.3	$x^*$	2.55726	3.82384	6.17542	7.98950	9.52214
		$C_{RW}(x^*)$	2.13436	2.89431	4.30525	5.39370	6.31329
	0.5	$x^*$	2.39185	3.60771	5.86693	7.61051	9.08383
		$C_{RW}(x^*)$	2.03511	2.76463	4.12016	5.16631	6.05030
	0.7	$x^*$	2.07310	3.19062	5.27094	6.87801	8.23653
		$C_{RW}(x^*)$	1.84386	2.51437	3.76257	4.72681	5.54192
	0.9	$x^*$	1.60214	2.57252	4.38562	5.78904	6.97636
		$C_{RW}(x^*)$	1.56128	2.14351	3.23137	4.07342	4.78581
3	0.1	$x^*$	0.76272	1.15641	1.81919	2.28841	2.66363
		$C_{RW}(x^*)$	2.79647	4.18508	7.15304	9.73226	12.0800
	0.3	$x^*$	0.75758	1.15022	1.81129	2.27931	2.65358
		$C_{RW}(x^*)$	2.78017	4.16111	7.11300	9.67849	12.0138
	0.5	$x^*$	0.72417	1.11005	1.75996	2.22021	2.58831
		$C_{RW}(x^*)$	2.67549	4.00707	6.85566	9.33278	11.5884
	0.7	$x^*$	0.62521	0.99093	1.60767	2.04479	2.39453
		$C_{RW}(x^*)$	2.37717	3.56743	6.11996	8.34365	10.3705
	0.9	$x^*$	0.42651	0.75129	1.30065	1.69081	2.00330
		$C_{RW}(x^*)$	1.83142	2.76031	4.76369	6.51641	8.11785
4	0.1	$x^*$	0.35663	0.57146	0.91450	1.14647	1.32672
		$C_{RW}(x^*)$	2.99618	4.65682	8.42068	11.8674	15.1151
	0.3	$x^*$	0.35574	0.57043	0.91326	1.14509	1.32523
		$C_{RW}(x^*)$	2.99026	4.64768	8.40436	11.8446	15.0862
	0.5	$x^*$	0.34532	0.55845	0.89885	1.12905	1.30793
		$C_{RW}(x^*)$	2.92182	4.54214	8.21580	11.5808	14.7519
	0.7	$x^*$	0.29892	0.50511	0.83462	1.05756	1.23084
		$C_{RW}(x^*)$	2.62982	4.09156	7.41006	10.4529	13.3224
	0.9	$x^*$	0.17286	0.36002	0.65970	0.86273	1.02065
		$C_{RW}(x^*)$	1.93604	3.01865	5.48616	7.75591	9.90047

표 2. 비재생혼합보증에서의 최적의 교체 주기 및 단위시간당 기대비용  
( $w=1, v=0.3, \lambda=1, l=1, c_m=0.1, c_{f,w}=0.2, c_{f,m}=0.2$ )

$\beta$	$y$		$c_r$				
			3	5	10	15	20
2	0.1	$x^*$	3.47639	4.69377	6.96026	8.71204	10.1927
		$C_{RW}(x^*)$	2.14584	2.87626	4.23637	5.28723	6.17561
	0.3	$x^*$	3.09646	4.22084	6.31079	7.92402	9.28730
		$C_{RW}(x^*)$	2.03787	2.71250	3.96647	4.93441	5.75238
	0.5	$x^*$	2.67747	3.70056	5.59726	7.05930	8.29414
		$C_{RW}(x^*)$	1.90648	2.52033	3.65835	4.53558	5.27648
3	0.1	$x^*$	1.65893	2.03106	2.65924	3.10430	3.46021
		$C_{RW}(x^*)$	2.78446	4.08729	6.85205	9.24078	11.4076
	0.3	$x^*$	1.41857	1.77268	2.36966	2.79217	3.12986
		$C_{RW}(x^*)$	2.65815	3.86641	6.41437	8.60538	10.5875
	0.5	$x^*$	1.16541	1.49901	2.06030	2.45701	2.77385
		$C_{RW}(x^*)$	2.49624	3.59643	5.89961	7.86951	9.64628
4	0.1	$x^*$	1.25839	1.46256	1.78989	2.01150	2.18371
		$C_{RW}(x^*)$	3.00783	4.57820	8.10013	11.2968	14.2924
	0.3	$x^*$	1.03916	1.23605	1.55163	1.76517	1.93103
		$C_{RW}(x^*)$	2.88192	4.34910	7.61800	10.5693	13.3260
	0.5	$x^*$	0.81348	1.00176	1.30340	1.50738	1.66575
		$C_{RW}(x^*)$	2.71926	4.06428	7.03809	9.70663	12.1901

## 5. 결론

보증기간을 갖는 시스템에 대한 최적의 보전정책은 생산자와 소비자 측면의 정책으로 구분할 수 있으며 본 논문에서는 소비자 측면에서의 보전정책인 최적의 교체정책에 대하여 살펴보았다. 본 논문에서는 혼합보증기간이 있는 수리 가능한 시스템에 대하여 보증기간이 종료된 이후의 최적의 교체주기에 대하여 살펴보았다. 재생혼합보증과 비재생혼합보증을 갖는 경우에 대하여 각각 단위시간당 기대비용을 구하였으며 이 기대비용을 최소화하는 최적의 교체주기를 결정하였다. 마지막으로 시스템의 고장시간이 와이블 분포를 할 때 무료보증 기간  $v$ 와 형태모수  $\beta$  그리고 교체비용  $c_r$  등의 변화에 따른 최적의 교체 주기와 단위시간당 기대비용을 구하여 이들의 변화를 살펴보았다.

## 참고문헌

- [1] Chun, Y. H.(1992), "Optimal number of periodic maintenance operations under warranty", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 37, 223-225.
- [2] Jack, N., Dagpunar, J. S.(1994), "An optimal imperfect maintenance policy over a warranty period", *Microelectronics and Reliability*, Vol. 34, 529-534.
- [3] Jung, G. M., Lee, J. H., Park, D. H. (2000), "Periodic preventive maintenance policies following the expiration of warranty", *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, Vol. 17, 17-26.
- [4] Sahin, I., Polatoglu, H.(1996), "Maintenance strategies following the expiration of warranty", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 45, 220-228.
- [5] Yeh, R. H., Lo, H. C.(2001), "Optimal preventive-maintenance warranty policy for repairable products", *European Journal of Operational Research*, Vol. 134, 59-69.