

선대칭 형태에 있어서의 베이스 압력의 예측

백두성* · 한영출**

Prediction on The Base Pressure for An Axisymmetric Body

Doo Sung Baik, Young Chool Han

Key Words: 전산유체(CFD), 아음속(Subsonic), 초음속(Supersonic), 후류(Wake), 점성(Viscous)

Abstract

The physics of the flow field surrounding an engine nacelle afterbody is very complex. A high pressure pressure jet from the nozzle interacts with the external flow and causes upstream influence on the afterbody surface field. At certain conditions, the nozzle boundary layer can separate, either by shock wave interaction or by adverse pressure gradient effect, resulting in a severe drag penalty. Furthermore, a finite afterbody base implies a recirculating flow region. A flow modeling method has been developed to analyze the flow in the annular base(rear-facing surface) of a circular engine nacelle flying at subsonic speed but with a supersonic exhaust jet. Real values of exhaust gas properties and temperature are included.

1. 서 론

베이스 유동의 전산 해석적 측면에서의 연구 중에서 간과 되어진 현상으로 대기의 외부 아음속과 교차하는 고온의 초음속 제트엔진의 배기가스에서 일어나는 현상이다.

본 연구의 유형은 Navier-Stokes 방정식을 이용하지 않고 유동 모델을 도입한 방법으로 항공기 디자인하기에 계산 시간을 절약할 수 있다는 점에서 중요한 의미가 있다. Singularity 방법이 무점성/아음속 공기유동에 선대칭 Method of Characteristics가 초음속 유동을 분석하는데 각각 적용되었고 실제적인 가스 특성을 명시했다. 퍼텐셜 유동에 Chapman-Korst Jet Mixing 이론을 도입하여 점성 경계 층과 점성 제트의 상호 관계에서 비롯된 영향도 연구대상이 되었다.

수학적인 모델은 후류(wake) 주변에서의 외부 비점성 퍼텐셜유동과 내부 점성유동 사이에서 비롯되는 해(solution)를 찾는데 의미가 있다. 외부 유동은 아음속 공기 유동과 초음속의 엔진 가스를 말한다. 외부의 재순환 유동과 점성 제트 혼합에 의해 후류에서 성립되는 내부 해석이 이루어진다. 외부와 내부유동의 상호조정에 의해 질량, 운동량, 그리고 에너지 보존의 법칙이 성취된다.

2. 이론적 모델

2.1 외부 유동의 모델

아음속 퍼텐셜 유동은 대기 유동 (free stream)에 ring sources와 vortices에 의한 perturbation을 추가함으로써 생성된다. 이러한 2가지 singularities는 비압축성에만 가능하며 축방향의 pannel 방법은 가능치 못하다. 그래서 유체유동을 비압축성으로 변형시킨 후 압축성으로 재변환 시킨다. 이에 따른 Goethert의 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= X \\ \dot{\omega} &= \beta\omega \\ c_p &= \frac{1}{\beta^2} c_p \\ U_\infty &= U_\infty \end{aligned}$$

여기서,

$$\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$$

* 국민대학교, 자동차전문대학원
** 국민대학교, 자동차전문대학원

Rings은 축방향으로 분포되어 있고 ring 사이의 중간지점이 계산점(control point)으로 선택되었다. 각각의 속력은 free stream에서 얻어진 속력과 singularities에의해 얻어진 속력과의 합산으로 이루어진다.

$$\dot{U}_x = \dot{U}_\infty + \dot{U}_{sX} + \dot{U}_{wX}$$

$$\dot{U}_R = \dot{U}_{sR} + \dot{U}_{wR}$$

여기서^[1],

$$\dot{U}_{sX} = \sum_{j=1}^{N+1} \left[\frac{\mu}{2\pi r_j} \frac{2x}{\sqrt{x^2+(r+1)^2} \sqrt{x^2+(r-1)^2}} E(k) \right];$$

$$\dot{U}_{sR} = \sum_{j=1}^{N+1} \left[A \left[K(k) - \left\{ 1 - \frac{2r(r-1)}{x^2+(r-1)^2} \right\} E(k) \right] \right];$$

$$\dot{U}_{wX} = \sum_{j=1}^{N+1} \left[\frac{A}{r} \left[K(k) - \left\{ 1 + \frac{2(r-1)}{x^2+(r-1)^2} \right\} E(k) \right] \right];$$

$$\dot{U}_{wR} = \sum_{j=1}^{N+1} \left[-A x \left[K(k) - \left\{ 1 - \frac{2r}{x^2+(r-1)^2} \right\} E(k) \right] \right];$$

여기서,

$$A = \frac{\mu}{2\pi r_j} \frac{1}{r \sqrt{x^2+(r+1)^2}}$$

$$k^2 = \frac{4r}{x^2+(r+1)^2}$$

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \alpha} d\alpha$$

$$r = \frac{R_j}{R_i}$$

$$r_j' = R_j$$

$$x = \frac{X_j - X_j}{R_j}$$

Fig. 1은 외부유동에 적용된 각각의 다른 경계 조건을 나타내준다. 전체적으로 볼 때, 외부 퍼텐셜 유동은 다음과 같이 생성된다. 먼저 초기 예측값이 base 압력, recombination 압력, 그리고 후류의 형태와 recombination point에서의 유동의 형태가 주어진다. 그래서 압력들의 관계는: $P_{0\infty} > P_{rec} > P_b$ 로 기대된다. 프로그램은 수직속력을 제로로 하면서 서서히 후류(wake)의 형태를 변화 시켜준다.

2.2 제트류의 모델

이러한 정보를 가지고, 제트류에 관한 심볼(symbol)은 프 라임(prime)로 나타내준다. 초음속 제트 유동은 축방향의 Method of Characteristics에 의해 계산이 된다. 여기서 singularity 방법은 외부유동의 분석방법과는 달리 초음속의 경우에 적용이 용이치 못하다.

압력 필드(field)의 선택은 아음속의 외부 유동과 같이 주어진다. 그러나 후류의 후단 부에서는 서로 만나야한다. 만약 엇갈리면 베이스 압력이 너무 크다는 사실을 염두하고, recombination point에서 용이하게 만날 때까지 새로운 값이 선택되어지며 외부와 내부에 있어서의 계산이 반복되어진다.

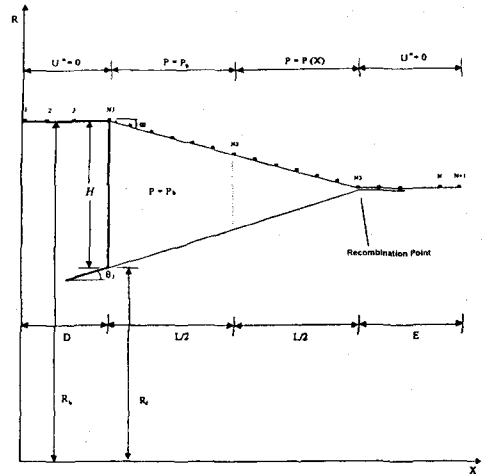


Fig. 1 Boundary Conditions Representation on Body and Wake

2.3 내부유동의 모델

후류 내부에서의 점성 유동의 분석을 내부 유동의 해 (solution)라 한다. 이 이론은 Korest^[2]의 난류 Jet Mixing과 베이스 유동의 연구에 근거를 하고 있다. 본 연구에서는 이러한 이론에 성질이 다른 유체특성과 역으로 흐르는 평형 유체의 개념을 포함시키면서 Korest의 이론^[2]을 진보시켰다.

Fig. 2는 Jet Mixing 방법을 잘 나타내준다. Fully developed 속도 프로파일은 서로 평형이며 U_e 와 U_b 는 서로 방향이 반대인 유동이다. 분리된 유동에는 경계층이 있으며, Hill^[3]는 downstream 프로파일에 경계층의 효과를 나타내기 위한 방법을 고안했다. 그의 방법에서 그는 실제 separation plane displacement와 momentum thickness를 갖도록 jet mixing을 위한 가상적인 시작점에 의해 boundary layer를 변형시켰다.

$$-\frac{\sigma}{X_0} \delta_2 = \eta_e - \eta_m - \int_{-\infty}^e \frac{\rho}{\rho_e} \Phi dn$$

$$= \eta_e - \eta_m - (1 - C_r^2) J_{1e}$$

여기서,

$$J_{1e} = \int_{-\infty}^e \frac{\Phi}{1 - C_r^2 \Phi^2} dn$$

$$Y_0 = \delta_1 + \delta_2 \quad \text{and} \quad Y_0' = \delta_1' + \delta_2'$$

여기서 δ_1 와 δ_1' 는 displacement thickness이며 δ_2, δ_2' 는 momentum thickness이다. 두 세트의 좌표가 가상 시작점에서 시작된다.

(X,Y)좌표는 무점성의 외부유동의 가장자리(edge)로 생각될 수 있다. X좌표는 무점성 streamline, e에 평행이다. (x,y)좌표계는 점성 mixing layer에 속해 있다. x좌표는 jet mixing 속도 프로파일의 중앙에 있으며, 수학적 표현은 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{2}(U_e - |U_B|)$$

좌표 X 로부터 x 좌표까지의 변위는 Fig. 4 에서의 y_m 으로 나타내진다. Korst의 이론에 의거한 isobaric, turbulent plane 그리고 single jet mixing 프로파일은

$$\Phi = \frac{u}{U_e} = \frac{1}{2}(1 + \operatorname{erf}(\eta)); \eta = \sigma \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\eta} e^{-b^2} db$$

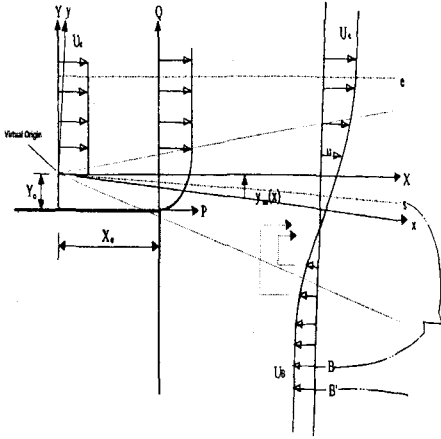


Fig. 2 Basic Flow Model of the Two Stream Jet Mixing

여기서 σ 는 jet spreading parameter이며 실험에 의해 얻어진 값이다. 대부분의 가스의 아음속 유동에서는 12이며 초음속에서는 속도에 따라 다르다. 연구자에 따라 다소의 차이는 있으나 여기서 채택한 값은

$$\sigma \cong 12 \text{ for } C_{r_e}^2 \leq 0.255$$

$$\sigma \cong 47.1 C_{r_e}^2 \text{ for } C_{r_e}^2 \geq 0.255$$

여기서, Crocco number는

$$C_{r_e}^2 = \frac{M_e^2}{\frac{2}{r-1} + M_e^2} = \frac{U_e^2}{2c_{pT_0}} = 1 - \frac{T_e}{T_0}$$

그러나, two-stream 이고 방향이 반대인 유동에 대해서는 single-stream 확산계수는 다음의 값에 의해 곱해지면,

$$\frac{1-\Phi_B}{1+\Phi_B}; \Phi_B = \frac{|u_B|}{U_e}$$

그리고, 속도 프로파일은

$$\Phi = \frac{1-\Phi_B}{2} + \frac{1+\Phi_B}{2} \operatorname{erf}(\eta)$$

2개의 평행한 stream에서 가스가 다른 total temperature, 異種의 가스이기 때문에 서로 상이한 물리적인 현상을 갖게된다. 가스 분자의 mixing 이론에 의거하여 난류의 점성도는 교환계수(exchange coefficient)의 개념을 도입한다면, 동일한 현상이 열과 질량에도 적용이 될 수 있다. 따라서 속력과 total 온도도 비슷한 프로파일의 경향을 갖는다.

$$\frac{T_0 - T_{0B}}{T_{0e} - T_{0B}} = \frac{\Phi + \Phi_B}{1 + \Phi_B}$$

3. 밸런스

3.1 질량 밸런스

Fig. 3 는 질량보존을 나타낸다. stream r 과 r' 는 wake 의 끝 부분에 위치한 saddle point에서 만난다. streamline s 와 r 은 base영역까지 재순환 되도록 공기를 위한 corridor를 형성한다. r', s' streamline은 base로부터 downstream 대기 까지 이러한 질량을 유지한다. 일반적으로 double free jet surface가 이러한 방법으로 서로 만날 경우, total pressure가 높을 때는 ejector가 되며 그 반대일 경우 feeder의 역할을 한다. corridor $r-s$ 와 trapped vortex $S-B$ 그리고 corridor $B-B'$ 안의 가스는 공기로 가정한다. B로부터 jet exhaust stream까지 가스는 공기와 엔진 배기가스의 혼합물이다. 공기영역에 있어서 T 와 P_0 는 속력 ρ 의 함수로서 streamline을 따라 변화한다. 혼합된 가스의 영역에서는 T_0, γ 와 R 은 또한 Φ 에 따라 변화한다. 공기유동의 영역에서의 밀도비율은

$$\frac{\rho}{\rho_e} = \frac{1 - C_{r_e}^2}{1 - C_{r_e}^2 \Phi^2}$$

그리고, 성립되는 질량보존은

$$\begin{aligned} 2\pi \overline{R}_{r-s} \int_s^r \rho U dy &= 2\pi \overline{R}_{s'-r'} \int_{r'}^{s'} \rho' U dy' \\ &= 2\pi \overline{R}_{B-B'} \int_B^{B'} \rho U B dy \end{aligned}$$

질량 보존은 wake의 중간지점에서 이루어졌다. 이 지점은 압력이 일정한 지점의 끝부분이다. 자세한 것은 Fig. 3 에서 나타나 있다. 처음의 두 식들을 등식으로 표현하면

$$\frac{\overline{R}_{r-s}}{R_{s'-r'}} \frac{\sigma}{\sigma'} \frac{\overline{X}}{X'} \frac{\rho_e}{\rho_e'} \frac{U_e}{U_e'} \frac{1 - C_{r_e}^2}{1 - C_{r_e}^2} = \frac{I_{1s'}}{I_1}$$

여기서 r 와 r' streamline는 정체점(stagnation point)에서 만나며 총압력(total pressure)는 P_0 이다.

3.2 운동량 밸런스

운동량 방정식은 만족하기 위한 제어체적(control volume)은 Fig. 4 에서 보여진다. 운동량 방정식은 다음의 형태로 나타난다.

$$\sum F_{Ax} = \sum \dot{m}_{out} U_{Ax} - \sum \dot{m}_{in} U_{Ax}$$

여기서 아래첨자 AX는 축방향을 의미한다. θ 는 streamline과 nacelle 축(axis) 사이의 각도이다. Bubble에 미치는 힘은 정압에 의한다. streamline r 과 s' 는 무점성 wake 표면에 접근해 있기 때문에 정압은 streamline과 streamline사이에서는 변화하지 않는다는 가정이 주어야 한다. 또한 inviscid 분석에서 압력은 wake영역에서는 x방향의 함수라 가정했다. 그래서 bubble의 축방향에 작용하고 표면력은 퍼텐셜 flow calculation을 사용한 bubble표면의 기하학적 외형에 미치는 표면력을 합산함으로써 계산된다.

$$\sum F_{AX} = Mom_1 + Mom_2 + Mom_3 + Mom_4$$

$$= \int \frac{\gamma R}{\gamma - 1} T_o \rho U dy \text{ (energy/sec)}$$

4. 결과 및 분석

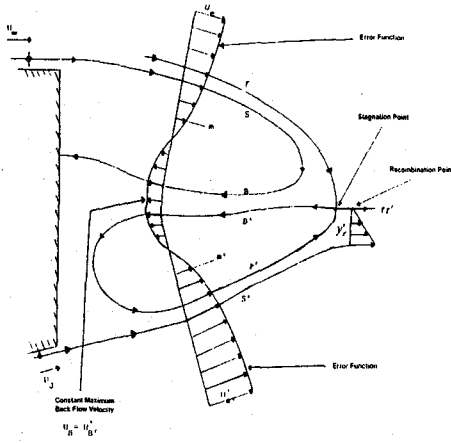


Fig. 3 Closed Wake Model

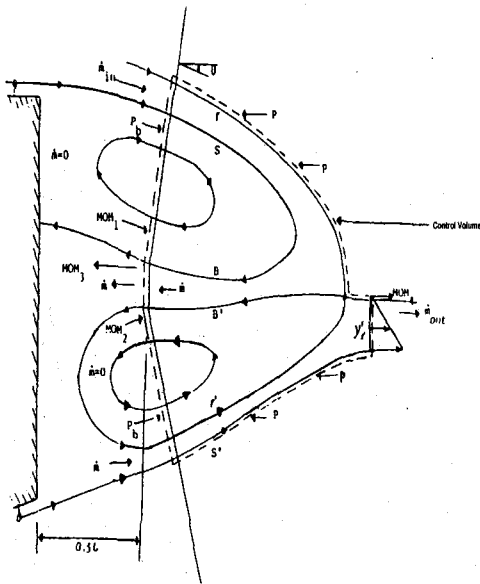


Fig. 4 Control Volume for Momentum and Mass Conservation

3.3 에너지 밸런스

Fig. 4 에서 control volume는 에너지 보존계산을 위해 사용되었다. stream온도 구배가 적은 경계로 같은 streamline이기 때문에 단지 대류로 에너지 이동이 된다고 가정하며 수식으로 나타내면

$$\dot{E} = \int h_o dm$$

Fig. 5에서 8은 물리적인 묘사와 예상된 경향을 보여준다. 근본적인 물리 현상은 2가지의 streamline의 mass flux에 의해 후류로부터 공기의 entrainment(수반)이다. 본 프로그램에서 주어진 조건으로는 Fig. 5은 변화하는 배기가스의 온도에 따른 베이스 압력을 나타낸다. 여기서 베이스 압력 (\$P_b/P_\infty\$)은 밀도가 감소하기 때문에 jet stagnation 온도는 따라서 약간 증가한다. 그래서 \$\rho_e u\$와 \$\rho'_e u'\$의 값이 주요한 기준이 된다. 간단한 분석을 통해, 공기를 가스특성 대신 사용할 때 공기의 수반이 더 많다는 것은 알 수 있다 결과적으로 mass flux가 높을수록 base 압력은 감소한다.

Fig. 6은 Mach 넘버에 따른 base 압력은 계산했다. 여기서 base 압력은 Mach 넘버가 증가함에 따라 감소함을 보여준다. 이에 타당한 이유는 다음과 같다. Mach 넘버(\$M_\infty\$)의 증가는 일정한 대기압력과 온도하에서 속력의 증가를 의미한다. 그래서 많은 공기가 base 영역으로부터 free stream으로 유입되어 결국엔 base에서의 mass flux가 높을수록 base 압력을 낮춘다. Fig. 7는 Jet Mach 넘버에 따른 base 압력을 계산한 결과다. 주목 할만한 점은 base 압력은 Jet Mach 넘버가 증가함에 따라 감소한다.

$$M_\infty = 0.6, M_j = 1.4, \theta_j = 10^\circ, \delta / R_b = 0.08$$

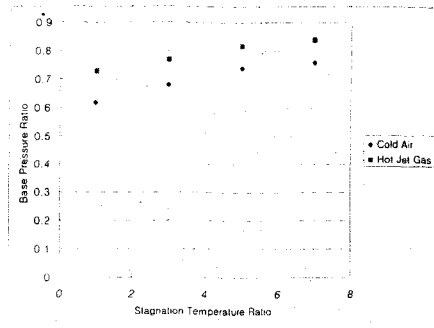


Fig. 5 Stagnation Temperature Effect

Fig. 8은 jet 노즐 deflection 각도에 따른 base 압력을 나타내고 있다. 이러한 경향은 물리적인 이유에서 확인할 수 있으며 노즐 deflection 각도가 증가함에 따라 base압력이 증가할 것이다.

Fig. 9은 경계층 두께의 효과를 보여준다. 기대한 것처럼 base 압력은 경계층 두께가 증가함에 따라 증가한다. 경계층의 두께가 두꺼울수록 유입 유량은 적어진다. 주어진 후류 wake내에서의 유입량은 적기 때문에 base압력은 더 이상 낮추어질 수 없다. 결국 경계층의 두께가 증가할수록 base압력

은 증가한다. wake의 길이 L은 초기에 선택이 되었으며 좀처럼 변화시키지 않는다.

$$T_{oj} / T_{\infty} = 3.0, \theta_j = 10^\circ, \delta / R_b = 0.08$$

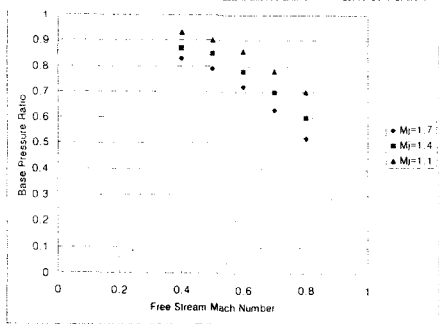


Fig. 6 Flight Mach Number Effect

$$T_{oj} / T_{\infty} = 3.0, \theta_j = 10^\circ, \delta / R_b = 0.08$$

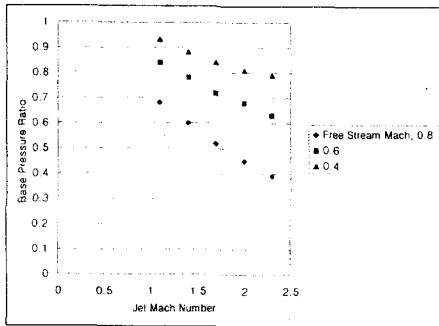


Fig. 7 Nozzle Jet Mach Number Effect

경계층의 두께가 두꺼울수록 유입 유량은 적어진다. 주어진 후류wake내에서의 유입량은 적기 때문에 base압력은 더 이상 낮추어질 수 없다. 결국 경계층의 두께가 증가할수록 base압력은 증가한다. wake의 길이 L은 초기에 선택이 되었으며 좀처럼 변화시키지 않는다.

$$M_{\infty} = 0.6, T_{oj} / T_{\infty} = 3.0, \delta / R_b = 0.08$$

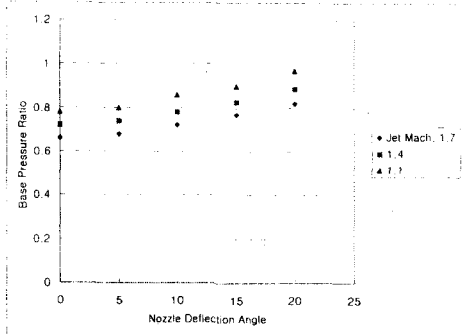


Fig. 8 Nozzle Deflection Angle Effect

Fig. 10는 circular arc boattail 형상에 동일한 total 온도와 hot 배기가스대신에 내부와 외부 유동을 동일한 공기의 조건하에서 풍동실험을 한 실험결과와 본 연구의 방법으로 해서 얻어진 결과로 비교하였다. circular arc boattail 형상은 Fig. 15에서 보여준다. 경계층 두께가 고려된다면 base압력은 실험치와 잘 일치되었다. Fig. 11은 boattail wake의 streamline형상은 나타낸다.

$$T_{oj} / T_{\infty} = 3.0, \theta_j = 10^\circ, M_j = 1.4$$

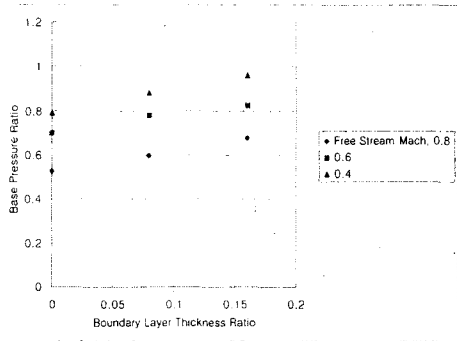


Fig. 9 Boundary Layer Thickness Effect

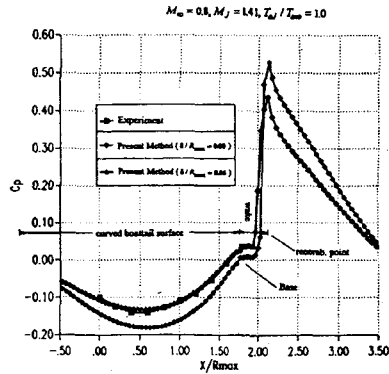


Fig. 10 Comparison Study on Boattail Wake^[4]

5. 결론

컴퓨터 프로그램이 서로 상이한 가스의 아음속과 초음속 사이의 annular base을 위한 base 유동을 예상하기 위해 IBM ES 9121, Wichita State University를 통해서 개발되었다. open 문헌에서 실험적인 결과의 결핍으로 결과에 대한 적당한 테스트로 할 수 없었으나 계산결과는 양적으로 맞으며 물리적인 현상들 즉 wake의 형상, major streamline의 속력, base 압력 값들은 예상대로 얻어졌다. r과 s streamline의 큰 초기치를 선택했어도 프로그램은 Korst mixing 이론에 부합되면서 해(solution)에 접근되었다. 가능한 문헌상에

서의 실험적인 결과^[4]와 시뮬레이션 결과를 비교했을 때 결과는 우수했다. 차후의 본 연구의 대상은 여기서 고려한 streams 사이에 재 3의 공기를 부가함으로써 3종류의 mixing flow에 관한 분석이 될 것이다. 실제로 fan-jet 이나 afterburner 엔진에 cooling 공기를 첨가했을 때 이러한 경우가 될 수 있다.

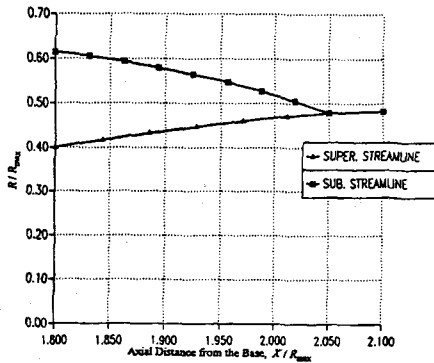


Fig. 11 Streamline Shape on Boattail Wake

참고문헌

- [1] Kuchemann, D., "Aerodynamics of Propulsion," McGraw-hill Book Company, Inc (1953), pp. 305-316.
- [2] Korst, H. H., "A Theory for Base Pressures in Transonic and Supersonic Flow," J. of Applied Mechanics, Vol. 23, No. 4, (1956).
- [3] Hill, W. G. Jr. and Page, R. H., "Initial Development of Turbulent, Compressible Free Shear Layer," J. of Basic Engineering (ASME), Vol. 91, Series D, No. 1 (1969).
- [4] Peace, A. J., "Turbulent Flow Predictions for Afterbody/Nozzle Geometries Including Base Effects," J. of Propulsion, Vol. 7, No. 3 (1990).