

벽면감지장치를 가지는 RSM에 의한 회전하는 곡관 내 난류유동

전건호* · 김동철* · 최영돈**

Turbulent Flow through a Rotating Curved Duct with Reynolds Stress Model to Automatically Sencer the Presence of a Wall

Kun Ho Chun, Dong Chul Kim and Young Don Choi

Key Words: RSM(레이놀즈응력모형), Normalized Lengtscale Gradients(무차원된 길이척도구배), Anisotropy Tensor(비등방성 텐서), Rossby Number(로스비수)

Abstract

In this study, the characteristics of the three-dimensional turbulent flow in a rotating square sectioned 90° bend were investigated by numerical simulation and experiment. In the experimental study, the characteristics of a developing turbulent flow are measured using hot-wire anemometer to seize the rotational effects on the flow characteristics and to compare the results of computational simulation with Reynolds stress model. Each refinement is shown to lead to an appreciable improvement in the agreement between measurement and computation.

기호설명

- A : 평면계수
- a_{ij} : 레이놀즈응력의 비등방성 텐서
- k : 난류운동에너지
- P_k : 난류운동에너지생성률
- R_m : 곡관부의 곡률반경
- R_C : 곡률 로스비수
- R_o : 로스비수
- R_t : 난류레이놀즈수 ($k^2/(\nu\epsilon)$)
- $\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력
- δ_{ij} : Kronecker delta
- ϵ : 난류운동에너지소멸률
- ϵ_{ij} : 레이놀즈응력소멸률 텐서
- ϕ_{ij} : 압력변형률 텐서

1. 서론

회전체 유동은 터보기계의 설계에 있어서 유로 형상이 복잡하기 때문에 유사차원 설계가 주로 되어 왔다. 특히 터보기계와 각종 항공기의 엔진 내부에는 회전하는 곡관 형태의 내부 통로를 흐르는 다양한 형태의 유동들이 존재한다. 원심 압축기와 터빈의 날개 통로 또는 발전기의 냉각 덕트 등과 같이 한정된 곡관 내를 흐르는 유동은 유로의 단면적과 곡률, 회전 효과로 강한 2차 유동이 발생되게 된다. 이러한 중첩된 유동의 특성 때문에 곡관내 회전하는 난류유동은 해석의 어려움을 증가시킨다.

회전하는 곡관 내 유동은 크게 두 가지 요인에 의해 그 형태가 지배된다. 첫째는 유동이 곡면을 따라 흐르면서 일어나는 원심력의 영향에 의한 변화이고 둘째는 회전으로 인해 발생하는 가속도 힘들의 영향에 의한 유동 형태의 변화의 효과이다. 이와 같은 힘들에 대한 난류 유동의 형태 변

* 고려대학교 대학원 기계공학과

** 고려대학교 기계공학과

화를 각각에 대하여 설명하면, 곡관 내를 흐르는 유동은 곡관의 곡률로 인한 원심력이 발생하며 이 원심력은 반경방향 압력분포의 불균형을 조장하여 강한 2차유동을 발생시킨다.⁽¹⁾ 상하벽면 부근에서의 저속유체는 내벽면을 향해 움직이고 횡단면의 대칭선상에서의 유동은 외벽면쪽으로 움직이도록 반경방향 압력구배가 발달한다.⁽²⁾

본 연구의 목적은 새롭게 개발한 벽면감지 장치를 이용한 2차 모멘트 난류모형을 이용하여 회전과 곡률이 공존하는 유동장에서 곡률-로스비수에 대하여 난류유동을 조사하는 것이다. 이에 대하여 곡률이 없는 직관 유동에서 정사각 단면을 갖는 회전 직관의 유동 특성을 조사하고 곡률이 있는 유동장에서 회전유동을 실험결과와 비교하였다.

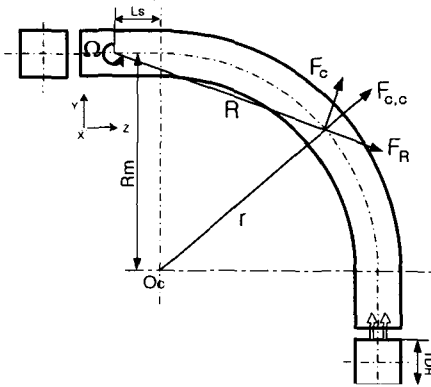


Fig.1 Schematic diagram of several forces acting in the rotating curved duct.

2. 이론해석

곡관 내를 흐르는 유동에 나타나는 중요한 유동 특성은 주유동방향의 수직인 단면에 2차유동의 발생으로 주유동의 크기와 같은 정도로 커져 난류요동에도 상당한 영향을 미친다. 정지한 곡관에서 2차유동은 곡률 원심력으로 불균형한 평균압력구배가 형성되어 일어나는 것이나 회전하는 곡관에서는 곡관의 반경방향으로 회전원심력과 코리올리힘이 추가되어 유동의 속도, 회전수, 회전반경, 곡률, 곡관의 위치에 따라 단면 방향으로 작용하는 힘들 때문에 2차유동이 정지상태와 크게 달라진다. 회전하는 곡관에 작용하는 힘들

은 곡률원심력($F_{C,c}$), 회전원심력($F_{R,r}$) 그리고 코리올리힘($F_{C,r}$)이다. Fig. 1은 곡관의 임의의 위치에서 유체에 미치는 힘들의 방향에 대하여 도시한 것이다. 힘들의 합을 곡률 원심력으로 나누어 무차원화하면 다음과 같다.

$$F_r = \frac{\overline{F_r}}{\rho W^2 / r} = F_{C,c} + F_{C,r} + F_{R,r} \quad (1)$$

$$= 1 + 2 \frac{r}{r_m} \left(\frac{\Omega r_m}{W} \right) + R \sin \phi \frac{r}{r_m} \left(\frac{\Omega r_m}{W} \right)^2$$

곡관에 작용하는 평균적인 힘의 특성을 고려하기 위해 곡관의 평균반경 ($r = r_m$)에서 유동방향의 속도를 평균 주유동속도 ($W = W_B$)로 가정하면

$$F_r = 1 + 2 \left(\frac{\Omega r_m}{W_B} \right) + \frac{R \sin \phi}{r_m} \left(\frac{\Omega r_m}{W_B} \right)^2 \quad (2)$$

여기서 $R_C = \Omega r_m / W_B$ 로 정의하고 이 무차원수를 곡률-로스비수라 한다.

3. 수치해석

회전하는 덕트에 사용한 비압축성 점성 유동의 연속방정식과 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right\} - 2 \Omega_k U_j \epsilon_{ijk} \quad (4)$$

$$P = P^* - 1/2 \Omega^2 R^2 \quad (5)$$

여기서 $-1/2 \Omega^2 R^2$ 는 회전원심력항이며 식(4)의 좌변 세 번째 항은 코리올리힘이다.

앞에서 언급하였듯이 유체기계의 형상의 복잡함으로 2차 모멘트 난류모형의 적용은 제한 받았다. 이것은 난류모형내 벽으로부터 거리와 방향을 나타내는 인자들 때문이다. 본 연구에서는 이와 같은 2차 모멘트 난류모형이 가지고 있는 문제점을 해결하기 위하여 다음과 같은 무차원화된 길이척도구배를 도입함으로 벽으로부터 거리

와 방향을 나타내는 인자 대신 벽면 감지장치를 사용하여 형상의 복잡함으로 인한 2차 모멘트 난류모형의 적용을 보다 용이하게 하였다.

$$\epsilon = C_D \frac{\nu k}{l} + C_D \frac{k^{3/2}}{l} \sqrt{A} \quad (6)$$

위 식(6)을 길이척도(l)에 대하여 2차식으로 정리하여 양의 값만을 취하면 선형적인 길이척도를 구할 수 있다.

$$l = \frac{C_D k^{3/2}}{2\epsilon} \left(A^{1/2} + \sqrt{A + \frac{4C_D}{C_D^2 R_t}} \right) \quad (7)$$

$$L_i = \frac{N_i}{0.5 + \sqrt{N_k N_k}}, N_i = \frac{\partial l}{\partial x_i} \quad (8)$$

여기서 N_i 는 길이척도구배이며 L_i 는 무차원화된 길이척도구배이다. 레이놀즈응력 방정식과 그들의 원천항들은 다음과 같다

$$C_{ij} = P_{ij} + D_{ij} + \phi_{ij} - \epsilon_{ij} + G_{ij} \quad (9)$$

$$P_{ij} = - \left\{ \overline{u_k u_i} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_k u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right\}$$

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} - \overline{u_i u_j u_k} - \frac{p}{\rho} (\overline{u_i \delta_{ik}} + \overline{u_j \delta_{jk}}) \right\}$$

$$\phi_{ij} = \frac{p}{\rho} \left\{ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right\}$$

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}$$

$$G_{ij} = -2\Omega_k (\overline{u_i u_m} \epsilon_{ikm} + \overline{u_j u_m} \epsilon_{jkm})$$

여기서 P_{ij} , D_{ij} , ϕ_{ij} , ϵ_{ij} 그리고 G_{ij} 는 각각 레이놀즈응력의 생성항, 확산항, 재분배항, 소멸항, 회전에 의한 생성항이다. 이에 대하여 사용한 난류모형은 난류확산항의 경우 Daly와 Harlow⁽³⁾가 제안한 일반화된 구배확산모형을 적용하였으며, 소멸항은 Craft & Launder⁽⁵⁾가 DNS 자료를 이용하여 벽면극한조건을 만족시키며 복잡한 형상의 난류유동에 쉽게 적용할 수 있는 모형을 사용하였다. 그리고 압력-변형률항에 대하여 Chun & Choi⁽⁶⁾가 개발한 모형을 적용하였다. 소멸률 방정식의 경우 Chun 등⁽⁷⁾이 개발한 다중생성항 모형에 복잡한 유로 형상에 적용이 용이한 벽면무차

원 거리 함수를 사용하여 유동을 해석하였다.

4. 결과 및 고찰

입구평균유속을 기준으로 레이놀즈수가 17,000 이고 곡관부의 곡률반경과 정사각 덕트의 수력직경비가 7.0이며 곡률 로스비수가 0.0, 0.21, 0.42, 0.63인 정사각 단면을 갖는 90° 곡관 내 난류유동에 대하여 전산해석을 수행하였다. 그리고 곡률의 영향이 없는 정사각 직관에 대하여 같은 레이놀즈수와 로스비수에 대하여 유동해석하여 곡률에 의한 회전 영향을 비교하는데 사용하였다. 전산해석과 비교한 실험자료는 본 연구에서 난류개발을 목적으로 hot-wire로 회전하는 정사각 곡관을 측정된 것으로 자세한 것은 Kim 등⁽⁸⁾의 논문에 실험방법과 결과들을 참고하였으면 한다.

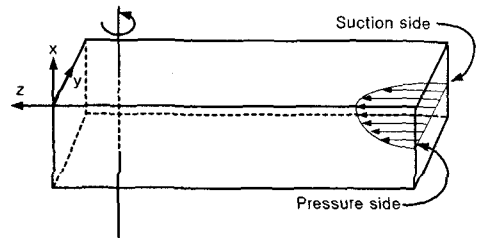


Fig. 2 Schematic representation of the rotating square duct flow.

4.1 정사각 직관 회전유동

벽면감지장치를 가지는 저레이놀즈수 2차모멘트 난류모형의 정확성과 곡률과 회전에 의하여 발생하는 힘들에 의하여 곡관내 난류유동 현상을 해석하기 위하여 먼저 회전하는 정사각 직관에 대하여 유동해석을 하였다. 2차모멘트 난류모형이 회전유동, 곡률이 있는 유동, 부력이 고려된 유동, 또는 강한 2차 유동이 발생하는 곳에서 좋은 예측할 한다고 알려져 있다. 그 이유는 벽면근방에서 비등방성 난류를 보다 정확히 예측하기 때문이다. 따라서 벽면극한조건을 만족시키며 복잡한 유동장에서도 난류모형의 정확한 구현을 할 수 있는 벽면감지장치를 이용한 난류모형은 기존의 벽으로부터 수직한 성분에 대한 정의에 어려운 점을 보완하고 보다 정확한 비등방성 난류모형을 개발하여 적용하였다.

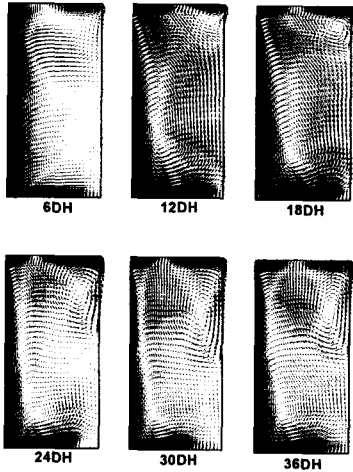


Fig. 3 Developing secondary flow for $Rc=0.42$

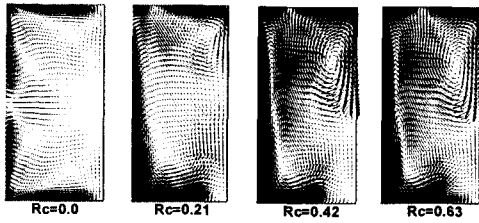


Fig. 4 Comparison of secondary flow for the variable rotation number at $30D_H$.

Fig.3은 로스비수가 0.42인 경우 2차유동이 발발해 가는 과정을 단면 속도벡터로 나타낸 것이다. 유동이 덕트를 따라 발달하므로 초기에 덕트의 중앙에서 발생하는 Eckman 와류와 외벽면 중앙에서 발생하고 있는 Görtler 와류가 유동장을 지배하고 있으며 이 와류들은 $30D_H$ 이후 큰 변화 없이 발달된 유동형태를 하고있다. 내향유동에서 정사각 직관의 회전은 회전원심력의 영향으로 Fig.2에서 G_{22} 의 부호가 압력면에서 양의 값이 되므로 코리올리힘에 의한 벽에 수직한 응력 성분 $\overline{v^2}$ 를 증가시키는 방향으로 진행된다. 그러나 유동은 회전축으로 들어가기 때문에 유동은 압력면에서 레이놀즈응력 $\overline{w^2}$ 가 감소하고 있음을 유동 방향을 따라 덕트 단면중앙에서 레이놀즈응력 성분을 나타낸 Fig.6에서 잘 나타내고있다. 이와 같은 단면 유동에 대한 주유동속도의 영향을 살펴보고자 Fig.5에 로스비수에 대하여 주유동속도를 나타내었다. 전체적인 경향은 회전이 없는

경우에 비하여 회전이 있는 경우 주유동속도가 유동방향을 따라 가면서 중앙단면에서 낮게 나타나는 것이며, 압력면보다 흡입면이 속도가 크다는 것을 알 수 있다. 이와 같은 경향의 이유는 외벽면에서 발생한 Görtler 와류와 단면의 중앙에서 발생한 Eckman 와류의 영향으로 전체적으로 측벽면 근방을 제외한 나머지 영역은 주유동속도가 감소하며, 이것은 압력면에서의 흡입면으로 벽면을 따라 유동의 증가로 발생한다. 이것은 Fig.7의 마찰계수에서도 잘 나타나 있다. 압력면측이 흡입면측 보다 마찰계수가 회전이 없을 경우에 대하여 낮게 나타나고 있다.

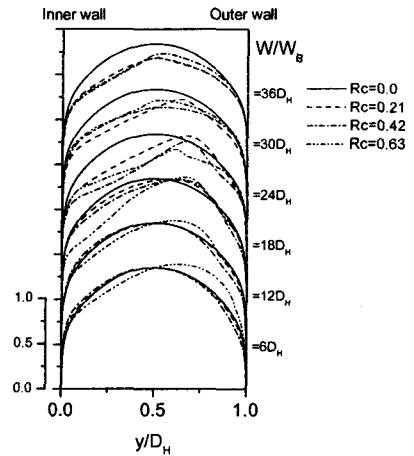


Fig. 5 Variation of streamwise mean velocity for the variable rotation number at centerline.

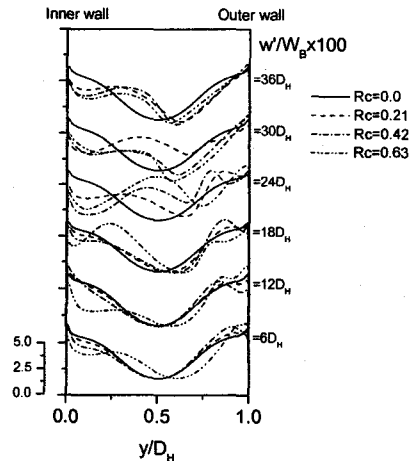


Fig. 6 Variation of streamwise normal stress for the variable rotation number at centerline

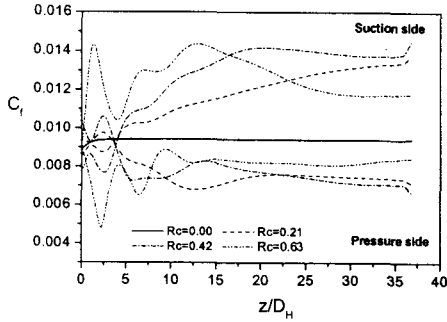


Fig.7 Friction coefficients of pressure and suction side for the variable rotation number.

4.2 정사각 곡관 회전유동

회전과 곡률이 동시에 작용하는 경우에 대하여 90° 회전 덕트를 이용하여 회전축의 중심으로 유동이 들어오는 내향 유동에 대하여 조사하였다. 우선 압력면과 흡입면에 대하여 회전방향에 대하여 정의를 하였다. Fig.1에서와 같은 유동은 회전 방향을 기준으로 하였을 경우와 유동방향을 기준으로 하였을 경우 압력면과 흡입면은 반대이기 때문에 그 정의를 하는 것이 선행되어야 한다. 회전하는 곡관에서는 입구조건을 벽면근방에는 완전발달된 유동을 그 외 영역은 실험에 의한 수치와 일치하게 일정한 값을 주었다. 그리고 실험에서 회전 곡관의 입구측은 허니컴과 격자를 일정하게 두어 등방성 격자난류(grid turbulence)에 가깝게 유동을 만들었다. 따라서 전단 레이놀즈 응력에 대한 입구조건을 영으로 하였다. Fig.8은 유동방향을 따라서 중앙에서의 주유동속도의 발달되는 과정을 곡률 로스비수에 대하여 실험치와 전산결과를 비교한 것이며, Fig.9는 67.5° 단면에 주유동속도를 비교한 것이다. 45° 의 상류는 살펴보면 회전이 없을 경우에 비하여 회전이 증가할수록 외벽면측의 속도는 증가하고 내벽면측은 감소하는 경향을 보이고 있다. 그리고 하류는 그 반대의 경향을 보이고 있음을 알 수 있다. 그 경향은 실험결과와 잘 일치하고 있다.

Fig.9는 곡관의 67.5° 에서 주유동속도를 무차원하여 $2x/D_H=0.28, 0.64, 1.0$ 에서 곡률-로스비수에 대하여 비교한 것이다. 외벽면측과 내벽면측이 반대의 양상을 보이고 있다. 즉, $y/D_H=0.6$ 부근에서 내벽면측은 0.28에서 감소하며 0.64, 1.0에서 곡률 로스비수가 증가할수록 커지는 것을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 회전원심력으로부터 기

인한다. 회전이 없는 경우 곡관의 내벽면이 흡입면(suction surface), 외벽면이 압력면(pressure surface)이 되지만 곡관이 반시계 방향으로 회전하면 임계 곡률-로스비수에서 압력면과 흡입면이 반전되는 과정에서 발생하는 것이다. Fig.12는 마찰계수를 외벽면과 내벽면에 대하여 조사한 것이다. 외벽면측은 곡률로스비수가 증가할수록 곡관을 따라서 점점 감소하고 있으며 내벽면측은 그 정도는 적으나 증가하고 있음을 알 수가 있다.

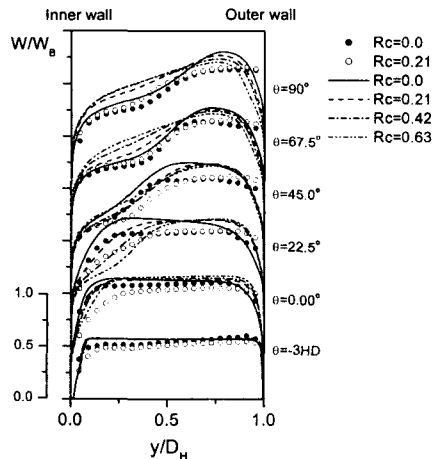


Fig. 8 Variation of streamwise mean velocity for the variable rotation number at centerline

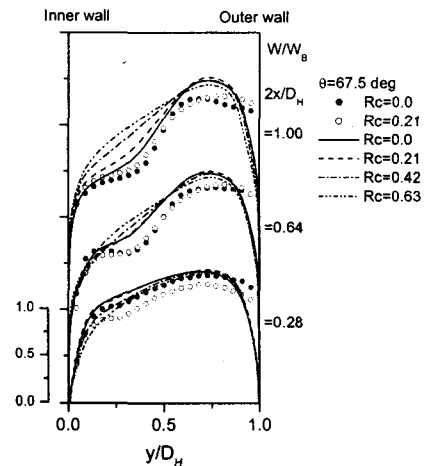


Fig.9 Comparison of computed and measured normalized streamwise velocity at 67.5°

5. 결론

회전하는 정사각 직관과 90° 덕트 내 난류유동을 곡률 로스비수(Rc)의 변화에 따라 내향유동에 대하여 전산해석 및 실험적 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 벽면감지장치를 가지는 2차모멘트 난류모형을 곡률과 회전이 있는 유동장에서 적용하여 실험 결과와 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 그러나 입구조건이 불분명하므로 벽면근방에서 상류측의 레이놀즈응력이 실험결과와 상대적으로 높게 예측하고 있다. 따라서 보다 정확한 입구조건이 요구되어진다.

2) 회전하는 직관 유동장에서 로스비수 0.21 이상에서 모두 강한 Eckman 와류와 Görtler 와류가 단면의 유동을 지배하며 주유동속도 및 레이놀즈응력에 상당한 영향을 미친다. 즉, 2차유동이 발생하는 영역은 주유동속도가 감소하며 속도구배에 의하여 강한 레이놀즈응력이 발생한다.

3) 곡률 로스비수의 증가에 따라 코리올리힘의 영향으로 외벽면에서 유동이 불안정해지며 이 영향으로 곡률을 따라 주유동속도는 외벽면에서 증가에서 감소로, 내벽면측은 감소에서 증가로 변하며 그 정도는 로스비수가 증가할수록 크다.

참고문헌

- (1) Johnson, R. W., 1976, *Vol.12, Pringer, Berlin.*
- (2) Humprey J.A.C., 1981, *J. Fluid Mech., Vol.103, pp.443.*
- (3) Daly, B.J. and Harlow, F.H. 1970, *The Physics of Fluids, 13, 2634.*
- (4) Launder, B.E and Tselepidakis, D.P. 1991, *Proc. 8th Turbulent Shear Flow Symposium, Munich, 2, 29. 1. 1.*
- (5) Craft T. J. and Launder B. E., 1996, *Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 17, pp.245-254.*
- (6) 전건호, 최영돈, 2000, *한국유체공학회학술대회는문집, 제1회, pp327-331.*
- (7) 전건호, 최영돈, 신종근, 1999, *대한기계학회 논문집 B, 제 23권, 제8호, pp1063-1071.*
- (8) 김동철, 전건호, 최영돈, 2000, *대한기계학회 추계학술대회.*

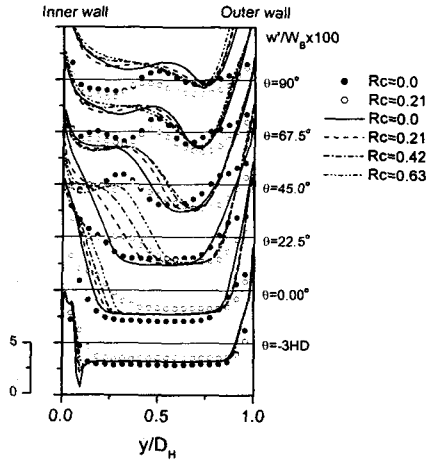


Fig.10 Variation of $\overline{w'}$ Reynolds stress for the variable rotation number at centerline

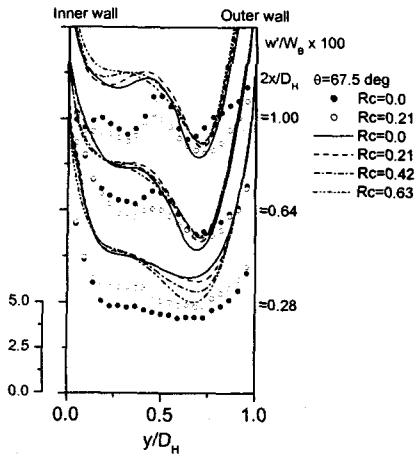


Fig.11 Comparison of computed and measured Reynolds stress at 67.5°

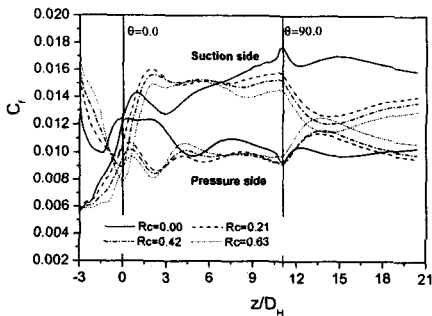


Fig.12 Friction coefficients for the variable rotation number in the curved duct.