

선형 익렬에서의 실속 전파에 관한 수치적 해석

서용석* · 백제현**

Numerical Analysis of Stall Propagation in Linear Cascade

Young Seok Seo, Je Hyun Baek

Key Words: Rotating Stall, Separated Flow, Stall Propagation, Propagation velocity, Vortex motion

Abstract

The performance of gas turbine engines is affected by instabilities, like as rotating stall and/or surge. Rotating Stall is a transient intermediate stage between normal flow and complete flow breakdown leading to engine surge. Rotating Stall is associated with large amplitude nonaxisymmetric flow variations rotating around the compressor annulus. This paper presents the evolutions of stall propagation in a compressor cascade by numerical analysis. The flow phenomena due to stall cells and propagation speed are examined using 2 dimensional Navier - Stokes equations.

기호설명

- c : 음속(sonic speed)
- x, y : 직교 좌표계
- L : 블레이드 코드 길이
- p : 정압(static pressure)
- q : 속도 크기(velocity magnitude)
- e : 전체에너지(total energy)
- s : 엔트로피(entropy)
- M : 마하수(Mach number)
- N : 블레이드 개수(number of blade)
- C_x : 축방향 속도(Axial velocity)
- T : 무차원 시간, $T = \frac{t q_\infty}{L}$
- S : 블레이드 피치 길이

그리스 문자

- ρ : 밀도
- γ : 비열비
- ξ, η : 일반좌표계
- 상첨자
- i : 내부값
- ∞ : 자유류값
- n : 직교 방향(normal direction)

1. 서론

최근 터보기계의 다단화 추세는 단익 회전익렬에서의 성능 제한으로 인해 필수적이다. 압축기 성능에서 압력 상승을 제한하는 유동의 불안정성(instability)에 대한 이해는 터보기계를 설계하거나 제작하는데 있어 중요한 요소이다. throttling 현상에 의해 압축기를 통과하는 유량이 점차적으로 줄어들게 되고, 감소된 유량계수(flow coefficient) 영역에서 입구 유동 각도가 커짐에 따라 블레이드의 흡입면(suction side)을 따라 박

* 포항공대 기계공학과 대학원

** 회원, 포항공대 기계공학과

리(Separation)가 형성된다. 모든 블레이드에서 실속영역(Stall region)이 존재하는 대신, 하나 혹은 그 이상의 블레이드에서 실속영역이 존재하고, 이 실속영역이 압축기의 회전방향으로 전파되어 나가게 되는데, 이와 같은 현상을 회전실속(Rotating Stall)이라 부른다. 회전실속은 터보기계에서의 정상적인 운전 조건의 확대칭적인 유동에서 유동이 급격히 불안정해져, 유량과 효율이 떨어지는 서지(Surge) 상태로 옮겨가는 과정에서 나타나는 현상이다. 회전실속의 시작점(Rotating stall onset point)과 완전발달된 회전실속(Fully developed rotating stall)과 같은 물리적인 현상을 이해하거나 수치적으로 모델링하는 것은 터보기계 내부의 유동이 가지는 본질적인 비정상성, 복잡한 내부 형상, 회전실속의 천이 특성 때문에 예측하기가 매우 어렵다.

회전실속에 대한 연구는 Day⁽¹⁾ 등이 축류 형태의 압축기에 대한 실험을 통해 이를 규명했으며, Moore⁽²⁾는 이론적인 접근으로 실속 전파 속도가 실험데이터와 근사함을 확인하였다. McDougall⁽³⁾은 축류형태의 압축기에 대해 설계점과 실속 근처점, 두 운전 조건에서 실험을 수행하여 압축기 전체 성능을 비교하였고, 실속영역에서 동익의 tip 틸트의 유동이 유로(Passage)내의 압력 상승, 유량 변화의 주요원인임을 제시하였다. Emmons⁽⁴⁾는 단일익렬들 사이에서 실속이 주기적으로 일어나는 현상의 메커니즘을 확립하였다. 회전실속에 대한 이론적인 연구들은 대부분 단순화된 액추에이터 판(Simplified actuator disk)에 근거하였다. Jonnavithula⁽⁵⁾등은 vortex tracking method를 통한 수치적 방법과 실험을 통해 선형 단일익렬에서의 실속전파에 대한 연구를 수행하였으며, Nishizawa⁽⁶⁾는 단일익렬에 대해 입구에서의 유동각도의 변화, disturbance의 정도에 따른 실속의 전파속도, 실속의 개수등에 대한 체계적인 연구를 역시 vortex method에 의한 수치해석으로 수행하였다. He⁽⁷⁾는 준3차원 시간전진 Navier-Stokes 방법을 적용하여 동익과 정익간의 상호작용(rotor/stator interaction), 입구에서의 정체압력(stagnation pressure)에 변화를 고려하여 회전실속의 시작(Rotating Stall Inception)을 모사하였다. Saxer-Felici⁽⁸⁾등은 저속의 아음속 1단 축류압축기에 대해 확대칭적인 운전영역(axisymmetric flow distribution)에서 회전실속이 일어나는 감소된 유

량영역까지 비점성 해석(Invicid Analysis)을 수행하고, 이를 실험자료와 비교하였다. Outa⁽⁹⁾는 3:5 비의 동익과 정익의 1단 축류압축기에 대한 정상 운전조건(normal operation point)에서 깊은 실속영역(deep stall)까지의 층류 점성(laminar viscous)해석을 통해 1단 압축기의 성능과 블레이드 loading에 따른 정익과 동익에서의 실속영역의 전파속도 등을 규명하였다. 회전실속은 유량계수, 입구유동각도, 익형(airfoil)의 형상, 입구에서의 유동의 불균일성(Nonuniform flow)등에 따라 실속영역의 전파속도, 길이 크기(length scale), 개수(cell number)가 달라진다. 본 연구에서는 위의 요소들을 고려하여 낮은 유량계수(Low flow coefficient)에서 회전실속의 전파되어 나가는 과정을 점성을 고려하여 수치적으로 모사하여, 회전실속의 전파속도를 예측하고자 한다.

2. 수치해석방법

2.1 지배방정식

압축성 방정식에 대한 가장 일반적인 운동 방정식의 표현방법은 연속 방정식과 운동량 방정식 그리고 에너지 방정식으로 구성된 Navier-Stokes 방정식의 전체 시스템으로부터 얻어진다. 외부력과 열원이 없는 2차원 직교좌표계에 대한 무차원 압축성 Navier-Stokes 방정식은 다음의 식 (1) 과 식 (2)의 강한 보존형태로 나타내어진다.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho v, e]$$

$$\mathbf{F} = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(e + p)]$$

$$\mathbf{G} = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(e + p)] \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_v = [0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - \dot{q}_x]$$

$$\mathbf{G}_v = [0, \tau_{yx}, \tau_{yy}, u\tau_{yx} + v\tau_{yy} - \dot{q}_y]$$

위 식에서 \mathbf{Q} 는 보존변수의 벡터, \mathbf{F} 와 \mathbf{G} 는 비점성 플럭스이며, $\mathbf{F}_v, \mathbf{G}_v$ 는 점성 플럭스이다. 여기서, p 는 완전기체의 상태 방정식으로부터 아래와 같이 다른 변수들로 표현된다.

$$p = (\gamma - 1) \left[e - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) \right] \quad (3)$$

γ 는 비열비를 나타내고, 보통 공기에 대한 값으로 $\gamma = 1.4$ 를 사용한다. 열 플럭스인 \dot{q}_x, \dot{q}_y 는 Fourier의 열전도법칙으로 구하여지며, 응력과 변형률의 선형적 관계와 Stoke's 가정으로부터 무차원 응력성분을 구할 수 있다.

점도는 층류와 난류에 의한 합으로 나타내어지며, 층류 점도는 동적 이론에 따라 가스의 분자 점도로 표현되며 온도에 크게 의존하므로 Sutherland의 식으로부터 구하여진다. 난류의 영향은 혼합길이를 기본개념으로 하는 2층 대수모델인 Baldwin-Lomax⁽¹⁰⁾ 대수 모델을 사용하였다.

위의 지배 방정식은 기준길이와 단일익렬 입구에서의 자유류 값으로 무차원화 된 식이며 곡면 일반 좌표계로 좌표변환하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} = 0 \quad (4)$$

$$Q = (\rho, \rho u, \rho v, e)$$

$$\hat{F} = (\xi_x Q + \xi_x F + \xi_y G) / J$$

$$\hat{G} = (\eta_x Q + \eta_x F + \eta_y G) / J \quad (5)$$

$$\hat{F}_v = (\xi_x F_v + \xi_y G_v) / J$$

$$\hat{G}_v = (\eta_x F_v + \eta_y G_v) / J$$

2.2 기하학적 형상 및 격자계

실제의 3차원의 복잡한 형상을 지닌 압축기에 대해 일반적으로 사용되어지는 반지름 방향의 평형조건으로부터 2차원의 무한 익렬의 가정을 하였고, 형상은 UTRC(United Technology Research Center)의 단일회전익렬(single rotor)인 NACA65 series⁽¹²⁾를 사용하였다. 계산상의 제약으로 블레이드 개수를 4개로 하였다. 블레이드 형상은 Fig. 1과 같고, 격자계는 Fig. 2에 나타나

Table 1.

blade type	NACA 65 series
stagger angle	35.5°
유입각도	$\theta_1 = 59.45^\circ$
유출각도	$\theta_2 = 11.50^\circ$
코드 길이	0.1542 m

있다. 블레이드 형상에 관한 자료는 Table 1과

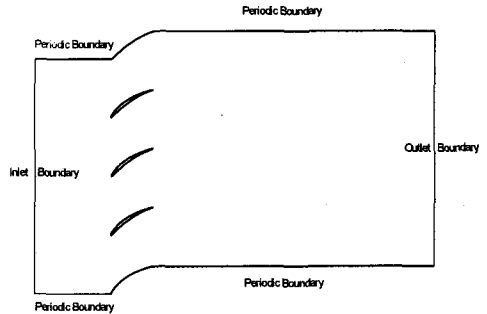


Fig. 1 Geometry configuration

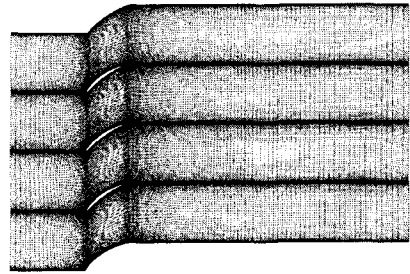


Fig. 2 Grid system

같다

2.3 경계조건 및 초기조건

경계조건으로는 입구조건, 출구조건, 익면경계조건, 주기조건으로 나누어진다.

2.3.1 입구조건 및 출구조건

아음속 유입류인 경우, 3개의 특성값(물리조건)이 유입류 조건에서 결정되어지고 나머지 하나(자연조건)는 내부로부터 외삽된다. 아음속 유출류인 경우는 내부로부터 3개의 특성값(자연조건)이 결정되고 나머지 하나(물리적 조건)는 출구 정압으로 주어진다.

입구 경계에서의 계산식들은 다음과 같다.

$$R^+ = q_n^\infty + \frac{2c^\infty}{\gamma - 1}$$

$$R^- = q_n^i + \frac{2c^i}{\gamma - 1}$$

$$q_n = \frac{1}{2}(R^+ + R^-)$$

$$c = \frac{\gamma-1}{4} (R^+ - R^-)$$

출구경계에서의 계산식들은 다음과 같다.

$$q_n + \frac{2c}{\gamma-1} = q_n^i + \frac{2c^i}{\gamma-1}$$

$$q_t = q_t^i$$

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \frac{p^i}{(\rho^i)^\gamma}$$

$$p = p_{exit}$$

위 식들에서 ∞ 는 자유류에서의 값을 나타내고, i 는 내부값을 나타낸다.

2.3.2 익면조건

미끄럼 조건이 주어지는 비점성 유동해석과는 달리, 점성 유동해석에 있어서는 단열조건으로부터 밀도를 계산하고, 속도에 대해서는 점착조건(no-slip condition)을 주었다. 압력은 벽에서의 플럭스 흐름이 존재하지 않음을 이용하여 압력보정식에 점착조건을 더해서 내부값으로부터 외삽하였다.

$$(x_\xi^2 + y_\xi^2) p_\eta = (x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta) p_\xi + \rho(y_\eta u - x_\eta v)(v_\xi x_\xi - u_\xi y_\xi)$$

2.3.3 주기조건

실속영역이 익렬을 따라 전파되는 현상이 주기적임을 확인하기 위해 Fig. 1에 표시된 면에 주기조건을 주었다.

2.3.4 초기조건

주어진 형상의 단일익렬을 통과하는 정상상태의 해를 구하였고, 정상상태의 해의 첫 번째 유로에서 유동이 존재하지 않는다고 가정하여 초기조건을 설정하였다.

3. 수치해석 결과 및 토의

회전 실속에 대한 수치해석을 위하여 사용된 익렬은 앞서 언급된 Table 1에 있는 바와 같으며 유동 조건은 입구 마하수가 0.124745, 축방향을 기준으로 입사각 58°, 입구에서의 속도를 기준으로 한 Reynolds 수는 43000이다. 그리고, UTRC

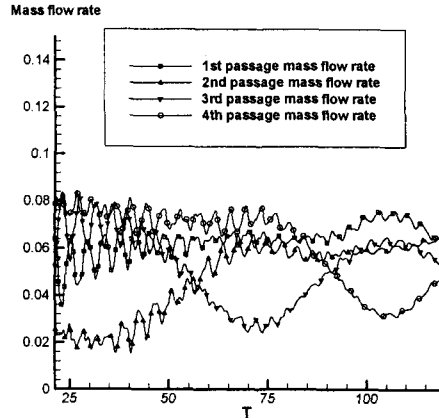


Fig. 3 Timewise mass flow rate

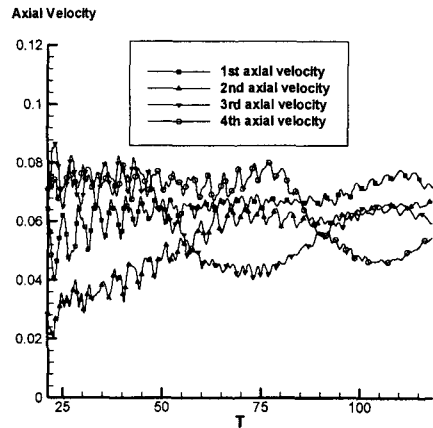
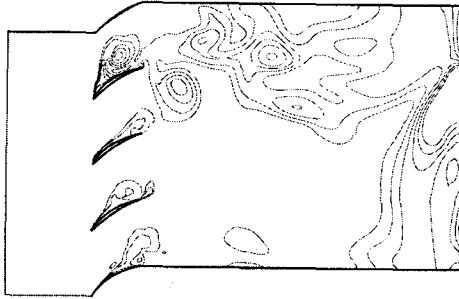


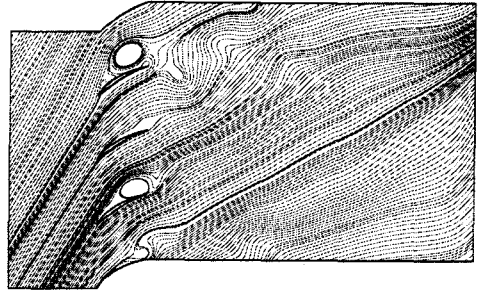
Fig. 4 Timewise axial velocity

단일 회전익렬의 코드 - 피치 비(Chord Pitch ratio)는 mid-span에서 1이다. Fig. 3은 유로(passage)를 지나는 유량의 변화로 초기조건으로 첫 번째 유로에 유량이 없는 상태에서 출발을 하여 시간이 진행해 나감에 따라 두 번째, 세 번째 유로에서 유량이 연속적으로 감소되는 현상을 확인할 수 있다. Fig. 4는 블레이드 코드 길이를 기준으로 leading edge으로부터 1/4 L 앞에서의 축방향 속도(C_x)를 나타낸 것으로, Fig. 3에서의 유량 변화와 마찬가지로 축 방향 속도가 연속되는 익렬의 익형을 따라서 감소되는 현상을 볼 수 있다. 실속영역의 전파 속도는 Fig. 4에서 보면 유량이 최소인 지점을 기준으로 하나의 유로를



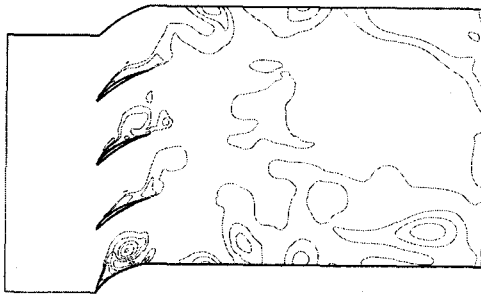
T = 92.0035

Fig. 5 Instantaneous Entropy



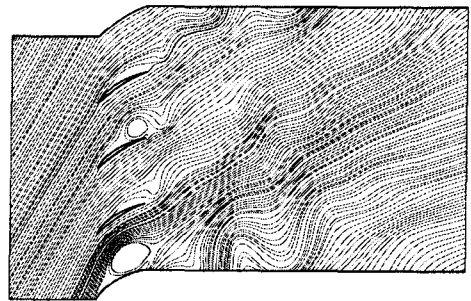
T = 92.0035

Fig. 7 Instantaneous stream line



T = 129.843

Fig. 6 Instantaneous Entropy



T = 129.843

Fig. 8 Instantaneous streamline

전파되어나가는데 걸리는 시간은 34 T (무차원 시간)이다. 실속영역에서의 실속 cell의 무차원 전파속도는 0.03로 이는 UTRC 단일 회전익렬의 회전 속도(0.1084)의 27.67%에 해당된다.

Fig. 5와 6은 입의의 시간에, 계산 공간에서의 엔트로피 변화를 나타낸 그림으로 Fig. 5에서는 네 번째 유로에서 엔트로피 변화가 큰 것에 비해 Fig. 6에서는 첫 번째 유로에서 엔트로피 변화가 큰 것을 확인할 수 있는데, 이는 시간에 따라 실속영역이 주기면을 지나 첫 번째 유로로 진행해 가는 것을 보여주는 것이다. 엔트로피 변화가 큰 곳은 유로 내에 유동의 와류운동(Vortex motion)을 보여주는 것으로 이곳에서 박리(Separation)가 발생하고, 유로를 통과하는 유량이 적게됨을 의미한다.

Fig. 7과 8은 Fig. 5와 6의 그림과 같은 시각에서의 유선을 나타낸 것이다. 위에 언급한 엔트로피 변화가 큰 유로를 Fig. 7과 8에 유동의 와류운동을 포함하는 유로와 비교하였을 때 같은 위치임을 알 수 있고, 실속영역이 존재하는 곳의

유로 유입각은 다른 유로의 유입각보다 큰 것을 확인할 수 있다. 실속영역이 전파되는 메커니즘은 입의의 유로에 증가된 유입각에 의해 블레이드 흡입면에서 박리가 발생하고, 유로 전체가 유동의 와류운동에 의해 유동이 더 이상 통과하지 않거나 혹은, 유량이 감소하게 된다. 이와 같은 막힘 효과(Blockage effect)에 의해 바로 위쪽 유로의 유입각이 증가하고, 위의 유로 내부에 실속영역이 발달하게 된다. 위쪽 유로에서의 막힘효과로 처음 유로는 유입각도가 작아지고, 유량이 정상으로 회복되게 된다. 이러한 일련의 과정으로 실속영역이 이동한다. 유로 내부에 존재했던 유동의 와류운동은 증가했던 유입각도가 감소함에 따라 유로의 출구쪽으로 빠져나가고, 확산(Diffusion)에 의해 강도가 약해져 감을 볼 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 실속이 전파되는 현상을 점성효

과를 고려한 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 해석하였다. 입구를 통해 유입되는 유량이 정상적인 운전조건보다 적은 유량범위일 때, 첫 번째 유로에 유량을 적게 주므로 익렬 내의 통로에서의 현상을 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다. 유입각이 특정한 유입각(Critical inlet flow angle)을 넘어서면서 블레이드의 흡입면에 박리 현상이 나타나고, 입구각이 과도하게 커져 유로 전체가 유동이 거의 없는 실속영역으로 발달하게 되며, 이러한 실속영역이 연속되는 익렬들로 전파됨을 확인하였다. 각 유로에서 유량 및 축방향 속도의 주기적인 변화를 통하여 UTRC 단일 회전익렬의 NACA 65 series 익렬의 형상에서는, 본문에서 언급된 유동조건에서 실속 전과속도가 단일 회전익렬의 회전속도에 27.67%임을 보였다.

후기

본 연구는 BK21 사업에 지원을 받았습니다. 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Day, I. J., Greitzer, E. M., and Cumpsty, N. A., "Prediction of Compressor Performance in Rotating Stall," *ASME Journal Of Engineering For Power*, Vol. 100, Jan. 1978, pp. 1-14.
- (2) Moore, F. K., "A Theory of Rotating Stall of Multistage Axial Compressors, Part I. Small Disturbances, Part II. Finite Disturbances, Part III Limit Cycles," *J. of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 106, April 1984. pp. 327-336.
- (3) McDougall, N.M., "A Comparison Between the Design Point and Near-Stall Performance of an Axial Compressor," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 109-115.
- (4) Emmons, H. W., Pearson, C. F., and Grand, H. P., 1955, "Compressor Surge and Stall Propagation," *Transactions of the ASME*, Vol. 77, PP.xx-00.
- (5) S. Jonnavithula, S. Thangam, and F. Sisto, "Computational and Experimental Study of Stall Propagation in Axial Compressor," *AIAA Journal*, Nov. 1990, pp. 1945-1952
- (6) Nishizawa, T., and Takata, H., 1994, "Numerical Study on Rotating Stall in Finite Pitch Cascades," *ASME Paper No. 94-GT-258*.
- (7) He, L., 1997, "Computational Study of Rotating-Stall Inception in Axial Compressors," *AIAA Journal of Propulsion and Power*, Vol. 13, No. 1, pp. 31-38.
- (8) H. M. Saxer-Felici, A.P. Saxer., A. Inderbitzin., and G. Gyarmathy., 1999, "Prediction and Measurement of Rotating Stall Cells in an Axial Compressor," *Journal of Turbomachinery*, Vol. 121, pp. 365-375.
- (9) Outa, E., Kato, D., and Chiba, K., 1994, "A N-SSimulation of Stall Cell Behavior in a 2-D Compressor Rotor-Stator System at Various Loads," *ASME Paper No. 94-GT-257*.
- (10) Baldwin, B. S., Lomax, H., 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow," *AIAA Paper 78-257*.
- (11) Van Leer, Beam, 1982, "Flux Vector Splitting for the Euler Equations," *Lecture Notes in Physics*, Vol. 170, pp. 501-512.
- (12) Joel H, Wagner, Robert P. Dring, and H. David Joslyn., 1983, "Axial Compressor Middle Stage Secondary Flow Study," *NASA Contractor Report 3701*.