

# 평면변형을 조건 하의 회전하는 90° 곡덕트 내 난류유동의 전산해석

권혁중\* · 안정수\*\* · 최영돈\*\*\*

## Numerical Simulation of Turbulent Flows Under a Plane Rate of Strain Condition in a Rotating 90° Curved Duct

Kwon, Hyug-Joong, An, Jung-Soo and Choi, Young-Don

**Key Words:** plane rate of strain condition, turbulent flow, curved duct, rotating duct, turbo - machinery, Reynolds stress, RSM, numerical simulation

### Abstract

The effect of curvature, rotation, variable cross-section can make very complex flow pattern in turbo-machinery such as pumps, compressors, turbines, In this study of turbulent flow characteristics, rotating 90° curved duct under a plane rate of strain condition is computationally analyzed. The objective of this study is to understand the complex turbulent flow phenomena in turbo-machinery passage by analyzing the modeled rotating 90° curved duct flow. RSM(Reynolds Stress Model) was employed for the turbulence modeling of Reynolds stress in momentum equations proposed by Shin(1995). The three dimensional computational code which adopts RSM for turbulence modeling was newly developed for the generalized curvilinear coordinate.

#### 기호설명

- $P_{ij}$  : 레이놀즈응력의 생성을 텐서
- $F_{ij}$  : 코리올리힘에 의한 생성을 텐서
- $\epsilon_{ij}$  : 레이놀즈응력의 소멸을 텐서
- $\phi_{ij}$  : 압력 변형을 텐서

### 1. 서론

펌프, 압축기, 터빈 등과 같은 유체기계의 내부 유로에서는 형상의 곡률효과, 회전효과, 단면적 변화효과 등이 복합적으로 작용하여 매우 복잡한 유동현상을 만들어 낸다. 본 연구에서는 물리적인 의미가 있는 단순화 과정을 거쳐서 회전하는 모형 곡덕트를 알아냈다. 본 연구에서의 유로 형상은 평면변형을 조건의 90° 곡관으로, 유로 단면적은 변하지 않으며 반경 방향으로 덕트 길이

가 축소되고 축방향으로 증가되어 변형이 단면 내에서만 일어나서 난류모형의 검증에 대단히 적합한 자료를 제공해준다.

평면변형을 조건 하의 회전하는 곡관 내의 유동은 평면변형을 조건, 회전에 의한 효과, 곡률에 의한 효과가 중첩되어 복잡한 유동장을 만들어 낼 것으로 예상된다. 하지만 기존의 연구는 각각의 효과 또는 2가지 효과만을 고려한 것이 대부분이다. 이는 회전하는 직관이나 단면 모양이 일정한 곡관의 경우 직교좌표계와 원통좌표계에서 쉽게 해석할 수 있지만 평면변형을 조건이 되면 내벽면과 외벽면의 곡률중심이 달라지고 단면 모양이 일정하지 않기 때문에 경계적응좌표계로 변환해야하는 어려움이 따르기 때문이다.

### 2. 유동장 개략도와 수치해석의 경계조건

#### 2.1 유동장의 개략도

Fig.1 은 본 연구 대상의 개략도이다. 수력직경 ( $D_h$ )은 0.0667m 이며 입구에 유입되는 유체는 상온의 공기이고 레이놀즈수 ( $Re = VD_h/\nu$ )는 수력직경을 기준으로 10,000으로 하였다. 모든 길이는 수력직경을 이용하여 표시하였다.

\* 고려대원 기계공학과  
 \*\* 고려대원 기계공학과  
 \*\*\* 고려대 기계공학과

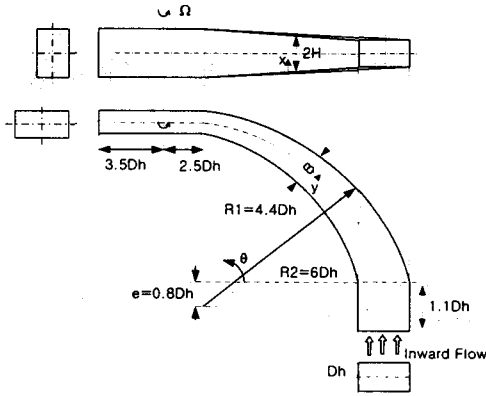


Fig.1 Schematic diagram of the test section

회전수는 반시계 방향으로 0 rpm, 30 rpm, 60 rpm에 대해 생각한다. 일정 단면적 조건을 만족시키기 위해 내벽면의 곡률 중심과 외벽면의 곡률중심은  $0.8 D_h$  만큼 편심되어 있다. 해석상의 기준은 편의상 내벽면의 곡률 중심을 기준으로 삼았다.

## 2.2 수치해석의 경계조건

Choi&Oh<sup>(1)</sup>의 실험에서는 입구직관부의 앞쪽에 격자난류 생성장치를 설치하여 생성된 난류를 입구조건으로 사용하였다. 전산해석에서는 입구 속도 조건만으로는 이와 같은 난류를 만들어내기 힘들기 때문에 실험에서 측정된 입구의 속도, 난류에너지, 난류에너지 소멸율을 전산해석의 입구조건으로 사용하였다. 하지만 난류에너지 소멸율의 경우 실험으로 측정이 불가능 하기 때문에 입구부에 있는 격자 난류 생성장치의 격자 크기를 기준으로 식(1)과 같이  $\epsilon_{in}$ 을 계산하고 이 값을 기준으로 전산해석하여 다시 보정하는 방법을 사용하였다.

$$\epsilon_{in} = \frac{C_\mu^{3/4} k_{in}^{3/2}}{l} \quad (1)$$

l은 격자난류생성 장치의 격자 크기이다.

벽면에서 속도에 대해서는 점착조건을 사용하고, 압력에 대해서는 노이만 조건을 주었다. 난류에너지 소멸율을 제외한 난류특성치에 대해서도 점착조건을 주었다. 벽면에서의 난류에너지 소멸율은 다음과 같은 식을 이용할 수 있다.

$$\epsilon_w = \nu \left( \frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \quad (2)$$

## 3. 수치해석

본 연구에서는 비압축성 뉴턴 유체를 다룬다. 정상 상태에서 회전이 고려된 경우 난류유동에 대한 평균 연속방정식과 평균 운동량방정식, 레이놀즈응력 방정식을 직교좌표계의 텐서 형태로 표시하면 다음과 같다.

평균 연속방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (3)$$

평균 운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = & -\frac{\partial P}{\partial x_i} \\ & + \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] \\ & - \rho [2(\overline{\mathcal{D}} \times \overline{\mathbf{U}})_i + (\overline{\mathcal{D}} \times \overline{\mathcal{D}} \times \overline{\mathbf{r}})_i] \end{aligned} \quad (4)$$

레이놀즈응력 방정식

$$\begin{aligned} U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = & \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) - \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} \\ & - \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\overline{P u_i}}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\overline{P u_j}}{\rho} \right) \right] \\ & - \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \\ & + \frac{P}{\rho} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \\ & - 2\Omega_k (\overline{u_j u_m} \epsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \epsilon_{jkm}) \end{aligned} \quad (5)$$

레이놀즈응력 방정식을 축약하면 난류에너지 방정식(k-방정식)과 난류에너지 소멸율 방정식( $\epsilon$ -방정식)을 얻을 수 있다. k- $\epsilon$  모형의 경우 축약하는 과정에서 회전에 관련된 항들이 소거되기 때문에 회전이 고려되는 유동의 경우 난류구조에 미치는 영향을 정확히 예측할 수 없다. 본 연구에서는 이와 같은 단점을 극복하기 위해 레이놀즈응력 방정식을 검사 체적상에서 바로 적분하여 풀 수 있는 레이놀즈응력모형(RSM)방법을 사용하였다. 본 연구에서 사용한 난류 모형은 신<sup>(2)</sup>이 개발한 저 레이놀즈수 2차 모멘트 모형으로 이를 RSM방법에 맞게 변형한 후 일반좌표계로 확장하여 사용하였다.

연속방정식, 운동량방정식, 난류에너지방정식, 난류소멸율방정식은 일반좌표계로 변환된 후 Karki<sup>(3)</sup>가 처음으로 제안하고 김<sup>(4)</sup>이 수정한 방법을 이용하여 반변속도성분을 종속변수로 삼아 이산화 하였다. 레이놀즈응력 방정식은 방정식의 복잡성 때문에 방정식 자체를 일반좌표계로 변환하지는 않고, 방정식을 풀어서 얻어진 응력을 기하학적 정보에 의존하여 변환하여 사용하는 방법

을 택했다.

회전이 고려된 유동에서 특별히 주의해야 할 점은 다음과 같다. 레이놀즈응력의 여러 항 중에서 압력변형용 항은 다음과 같이 분리된다.

$$\phi_{ij} = \phi_{ij1} + \phi_{ij2} + \phi_{ij1}^w + \phi_{ij2}^w \quad (6)$$

여기서  $\phi_{ij1}$ 은 저속 등방성회기항으로 응력에 대한 재분배 역할을 하고,  $\phi_{ij2}$ 는 고속평균변형 항으로 난류생성 구조의 재분배 역할을 한다.  $\phi_{ij1}^w$ 과  $\phi_{ij2}^w$ 는 각각에 대한 벽면효과를 고려한 항이다. Tselepidakis<sup>(5)</sup>에 의하면 회전에 의한 항이 고속항에 영향을 줄 수 있으므로 다음과 같은 3차 준등방성 모형을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \phi_{ij2} = & -\bar{C}_2 \left[ \left( P_{ij} + \frac{1}{2} F_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_k \right) \right. \\ & - \epsilon a_{ij} \left( \frac{P_k}{\epsilon} \right) + \frac{1}{3} \left\{ \frac{\overline{u_k u_j u_i}}{k} \left( \frac{\partial U_k}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_k} \right) \right. \\ & + \frac{\overline{u_i u_k}}{k} \left\{ \overline{u_j u_k} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_1} + \Omega_m \epsilon_{jml} \right) \right. \\ & \left. \left. + \left( \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_1} + \Omega_m \epsilon_{jml} \right) \right\} \right\} \\ & + \frac{\tau}{0.6} \{ A_2 (P_{ij} + F_{ij} - D_{ij}) \\ & - 3 a_{ij} a_{jk} (P_{kl} - F_{kl} - D_{kl}) \} \end{aligned} \quad (7)$$

난류모형에 사용된 기호와 자세한 내용은 권<sup>(6)</sup>을 참고할 수 있고, 연속방정식과 운동량방정식은 SIMPLE 알고리즘을 사용하여 풀었다.

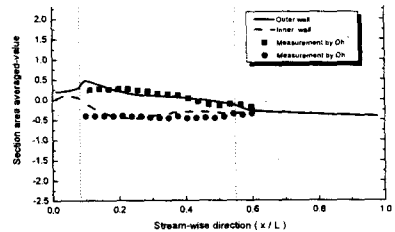
#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 압력계수

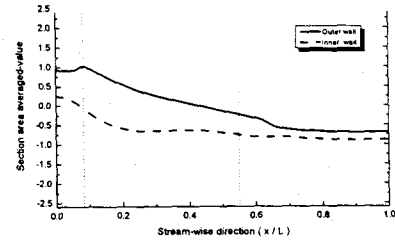
곡관내 유동에서 나타나는 중요한 특성은 주유동 방향에 직각인 단면에 강력한 2차 유동이 발생한다는 점이다. 정지한 곡관에서 2차 유동은 곡관의 반경방향으로 작용하는 곡률에 의한 원심력으로 평균압력 구배가 불균형하게 되어 유동장 전체가 크게 변화하여 나타난다. 회전이 고려되면 반경방향으로 회전원심력과 코리올리힘이 추가되어 2차 유동이 변화되며 이로 인해 유동장 전체가 크게 영향을 받는다. 따라서 곡덕트 내의 유동에서 내외 벽면간의 압력 분포를 고찰하는 것은 유동특성을 파악할 수 있는 중요한 방법이 된다. 본 연구에서는 다음과 같이 무차원화된 압력계수를 사용하였다.

$$C_p = \frac{P - P_R}{\frac{1}{2} \rho W_{B.in}^2} \quad (8)$$

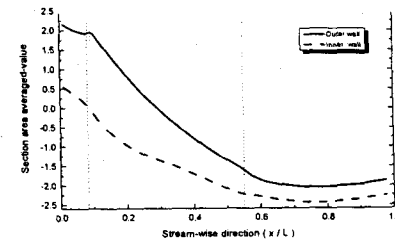
$P_R$ 은 기준압력으로 곡관 0° 단면의 대칭면인 내벽면과 만나는 점을 기준으로 삼았고,  $W_{B.in}$ 은 입구의 유체 유입 속도를 기준으로 삼았다. Fig.2의 (a)는 회전수가 0 rpm인 경우에 대한 곡덕트의 대칭면 상에서 내외 벽면의 압력계수 분포를 나타낸 것이다. 수치해석과 비교되는 자료는 오<sup>(7)</sup>의 측정결과이다. 전체적으로 내벽면의 압력 분포가 실험 결과보다 큰 변화를 예측하고 있으나 양단면의 압력 차는 전영역에서 거의 정확하게 예측하고 있는 것으로 나타났다. 곡관의 입구 부근에서 외벽면의 압력이 역압력 구배로 나타나는 것은 직관 입구에서 거의 균일하게 들어온 유동이 곡률효과로 인해 외벽쪽의 압력이 급격히 상승했기 때문이다. 이로 인해 곡관입구 부에서의 주유동은 내벽면 쪽으로 치우치게 된다. Fig.2의 (b)와 (c)는 회전수가 각각 30, 60 rpm 인 경우로 회전수가 증가할수록 코리올리힘과 원심력이 증가하여 내외 벽면간의 압력 차가 커지는 것을 알 수 있다.



(a) 0 rpm



(b) 30 rpm



(c) 60 rpm

Fig.2 Distribution of pressure coefficient

##### 4.2 속도 및 레이놀즈응력의 분포

본 절에서는 수치해석으로 얻어진 곡덕트 내에

서의 속도분포와 레이놀즈 응력분포에 대해서 설명하겠다. 여기서 인용하는 실험결과는 Choi&Oh<sup>(1)</sup>가 열선유속계로 측정한 실험결과이다. 실험결과는 본 연구에서 수행한 수치해석과 비교하여 형상과 레이놀즈수는 같아서 기하학적 상사는 이루어졌으나 입구조건 상사가 완전히 이루어지지 않았기 때문에 그 값 자체를 비교하기는 어렵다. 따라서 곡관의 영향과 평면변형을 조건에 영향을 회전수에 따라 비교한 경향을 보기로 하겠다.

Fig.3 은 곡관의 대칭면에서 유동 진행 방향을 따라가면서 주방향과 반경방향의 속도성분 발달 과정을 나타낸 그림이다. 그림에서 x축은  $r/D_h$ 로 0 인 지점이 내벽면이고 1 인 지점이 외벽면이 된다. y축은 각도별 위치를 나타낸다. 속도는 모두 주방향 입구속도로 무차원화 하였으며 축방향의 속도성분은 크기가 매우 작아 비교의 의미가 없어 나타내지 않았다.

45° 단면에서는 유동 진행에 따라 원심력에 의해 주방향 속도성분이 점차 외벽쪽으로 쏠리고 있다. 실험에서는 내벽면의 대칭면 주위에 주와류의 반대방향인 새로운 와류가 생겨서 그 부근의 주방향 속도가 급격히 감소하지만 전산해석에서는 이 현상이 67.5° 에서 발생한다.

Fig.4 는 회전의 영향을 보기 위해 곡관의 대칭면에서 진행 방향에 따라 주방향, 반경방향의 속도분포를 0, 30, 60 rpm 별로 비교하여 나타낸 그림이다. 그림(a)에서 0° 위치를 보면 0 rpm 일 때 역압력 구배가 크고, 30, 60 rpm 일 때 순압력 구배가 크다는 것을 알 수 있다. 회전함에 따라 0° 위치에서 내외벽면의 압력 차가 더욱 커졌으므로 주방향 속도 성분 최대점이 내벽면으로 쏠리는 현상이 뚜렷하며 유동이 진행에 감에 따라 점차 완만해 지는 것을 볼 수 있다. 45° 위치 이후에 0 rpm의 경우에서 관찰되었던 내벽면의 대칭면 주위에 주와류의 반대 방향인 새로운 와류에 의한 내벽면에서의 주방향 속도의 급격한 감소는 관찰되지 않는다. 회전함에 따라 원심력과 코리올리힘에 의해 반경방향으로 받고 있는 힘이 커져서 주방향 속도의 최대점이 외벽면으로 밀리는 현상이 더욱 커졌고, 67.5° 단면과 90° 단면에서 외벽 면에 좀더 붙어 있는 형상을 보이고 있다. 그림(b)에서 회전수가 증가할수록 반경방향의 속도가 감소하는 것으로 보아 이차유동의 강도도 감소할 것으로 보인다.

Fig.5 는 각 회전수에 따른 주방향과 반경방향의 주응력 분포를 나타내는 그림이다. 0 rpm의 경우 전반적으로 외벽쪽의 응력이 커서 불안정하고, 회전수가 증가함에 따라 이러한 경향이 내벽쪽으로 옮겨오고 있다는 사실을 알 수 있다.

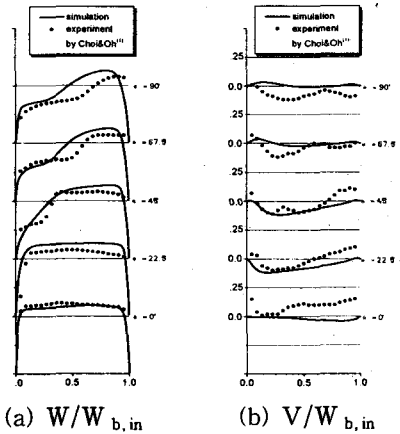


Fig.3 W, V velocity profile along the center line at 0 rpm

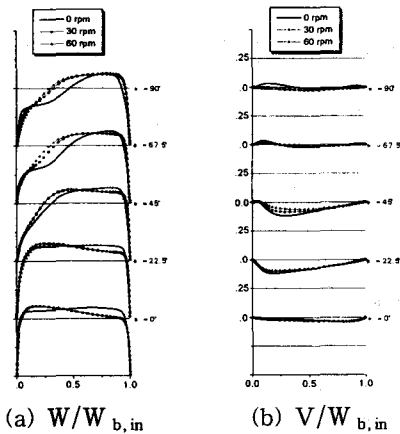


Fig.4 Comparison of W, V velocity profile along the center line at 0, 30, 60 rpm

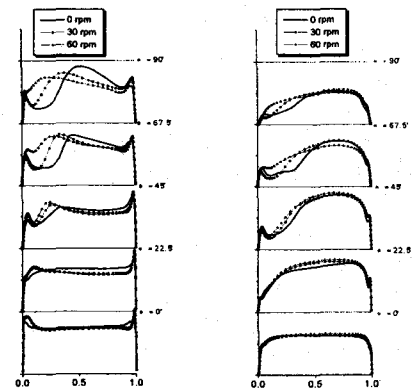


Fig.5 Comparison of normal stress distribution along the center line at 0, 30, 60 rpm

### 4.3 단면 평균된 난류특성

이번에는 곡관의 내벽면에 수직인 방향으로 기준으로 생성된 단면에서 난류특성을 평균하여 얻어진 값을 주유동 방향을 따라가면서 그린 그림으로 난류의 생성과 소멸, 재분배 등 난류구조에 대해서 알아보려고 한다. 단면의 평균값은 평균해야 할 변수를  $\phi$ 라 했을 때 다음과 같은 식을 통하여 얻었다.

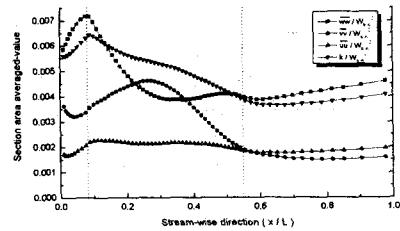
$$\text{Section area averaged-value} = \frac{\int \phi dA}{\int dA} \quad (9)$$

Fig.6 은 주유동 방향을 따라가면서 주응력과 난류에너지를 그린 그림이다. (a) 0 rpm의 경우 곡관 입구부에서 2차 유동이 발생하기 시작한다. 따라서 주방향 속도의 변화가 생기고 이로 인해 난류에너지가 증가한다. 하지만 난류소멸을 때문에 곡관으로 들어가면서 점차적으로 떨어지는 모습을 보이고 있다. 입구 조건에서도 주방향 응력에 가장 큰 값이 들어갔고 주방향의 속도구배가 가장 크기 때문에 결과도  $\overline{w w}$ 가 가장 크게 나타났다. 하지만 유동이 진행됨에 따라 평면변형률 조건으로 인해  $\overline{w w}$ 는 감소하고  $\overline{v v}$ 는 증가한다. (b), (c)는 각각 30, 60 rpm인 경우로 0 rpm에 비해 전체적으로 난류에너지가 감소한 것으로 보아 곡물에 의해 생성된 난류가 회전효과에 의해 상쇄되었음을 알 수 있다.

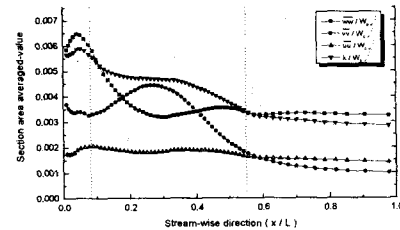
Fig.7 은 생성과 소멸을 각 방향으로 나타낸 그림이다. 하첨자 33, 22, 11은 각각 주방향, 반경방향, 축방향을 나타낸다. 특기할 만한 점은 주방향과 반경방향은 생성과 소멸이 어느 정도 균형을 이루고 있지만 축방향은 생성율이 부분적으로 음수가 되거나 거의 0에 가까운 반면 소멸율은 매우 크다는 것이다. 이는 주방향과 반경방향에서 생성이 일어나 그 에너지가 축방향으로 전달되어진 것을 의미한다. Fig.7 에서 회전이 고려된 (b), (c)에서는 난류에너지 생성율과 소멸율 외에 회전에 의한 코리올리 생성율  $F_{ij}$ 가 추가되었다. 이 항은 난류생성율 항과 같이 작용하여 전체적인 난류생성에 기여한다. 주유동방향인  $F_{33}$ 는 음이 되어 오히려 난류생성을 억제했으며  $F_{22}$ 는 양이 되어 반경방향의 난류생성에 기여했다. 이와 같은 원인으로 Fig.6 에서 회전이 있는 경우 주방향의 주응력  $\overline{w w}$ 가 감소했고 반경방향의 주응력  $\overline{v v}$ 는 증가했다고 생각할 수 있다.

Fig.8 은 위 결과를 종합하여 난류구조의 생성과 소멸, 재분배 관계를 도식화한 그림이다. 주방향인  $\overline{w}^2$ 에 의해 생성된 에너지가 반경방향인

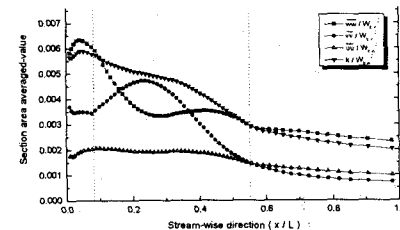
$\overline{v}^2$ 과 축방향인  $\overline{u}^2$ 으로 재분배되고 있다. 주방향의 에너지 생성은 대부분 생성율  $P_{33}$ 에 의해서 이루어지고 있으며, 회전이 고려되는 경우엔 코리올리 생성율인  $F_{33}$ 가 오히려 부분적으로 음의 값을 가져서 전체 생성율을 감소시키는 역할을 하고 있다. 반경방향의 경우 곡물효과와 반경방향으로의 내외벽 거리감소로 인해 생성율  $P_{22}$ 가 증가하며 회전이 고려된 경우에는  $F_{22}$ 가 증가하여 회전에 의한 영향을 가장 많이 받고 있는 것으로 나타났다.



(a) 0 rpm

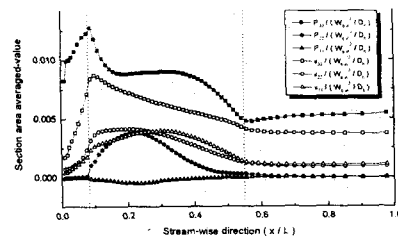


(b) 30 rpm



(c) 60 rpm

Fig.6 Distribution of section area averaged normal stress and turbulent kinetic energy with stream-wise direction



(a) 0 rpm

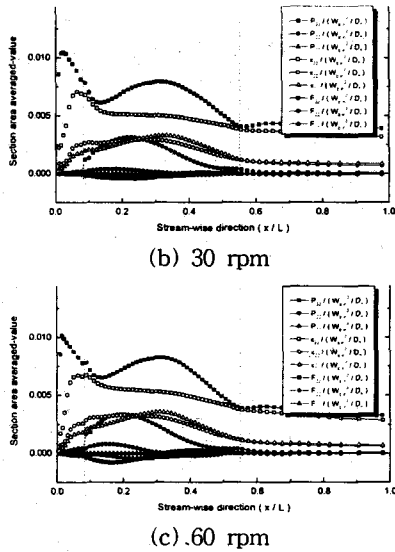


Fig. 7 Distribution of section area averaged production, dissipation and rotation rate tensor with the stream-wise direction

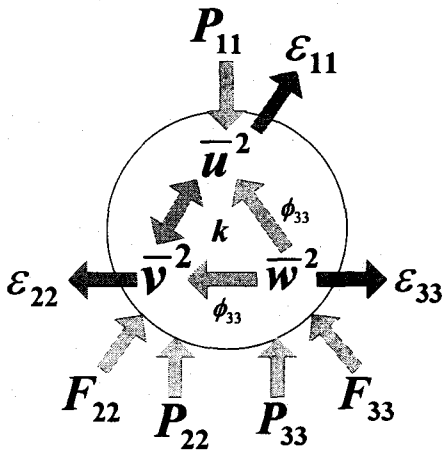


Fig.8 Schematic diagram of the relations between turbulence energy components, production rate, dissipation rate and Coriolis production rate

## 5. 결론

본 연구에서는 평면변형을 조건하의 90° 곡덕트 내의 난류유동을 RSM을 이용하여 전산 해석하여 레이놀즈응력 방정식에서 의미있는 항들을 비교함으로써 유동장, 압력장, 난류구조의 특성을 파악할 수 있었다.

(1) 회전수가 0 rpm인 경우 곡관의 외벽면 쪽의 주응력이 크게 나타나 불안정화 경향을 보인다.

하지만 회전수가 증가함에 따라 이러한 현상이 내벽면 쪽으로 옮겨가는 경향으로 보인다.

(2) 평면변형을 조건과 곡률 조건이 복합적으로 작용하여 주유동방향의 난류에너지가 반경방향과 축방향으로 전달된다. 특히 축방향의 경우 전체 난류 생성에는 거의 기여하지 않고 소멸에만 관계한다.

(3) 회전수가 증가했을 때 코리올리 힘에 의한 난류생성율이 작용하여 주방향의 난류생성은 감소되고, 반경방향의 난류생성은 증진된다.

## 참고문헌

- (1) Y.D.Choi & C.H.Oh, 1999, "Measurement of developing turbulent flows subject to plane rate of strain in a rotating curved duct of variable cross-section", Turbulence and shear flow-1 first international symposium, pp.793-798.
- (2) 신종근, 1995, "저 레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형 개발 및 적용에 관한 연구", 고려대학교 박사학위 논문.
- (3) Karki, 1988, "A calculation procedure for viscous flows at all speeds in complex geometries", Ph.D thesis, The university of Minnesota.
- (4) 김원갑, 1997, "가변사각단면 180° 곡덕트에서의 난류유동 특성 측정 및 해석에 관한 연구", 고려대학교 박사학위 논문.
- (5) Tselepidakis, P., "Development and application of new second-moment closure for turbulent flows near wall", Ph.D thesis, The University of Manchester.
- (6) 권혁중, 2000, "평면변형을 조건 하의 회전하는 90° 곡덕트 내 난류유동의 전산해석", 고려대학교 석사학위 논문.
- (7) 오창민, 1999, "단순변형을 조건 하의 회전하는 가변 단면 90° 곡덕트 내의 발달하는 난류유동의 측정", 고려대학교 석사학위 논문.