

3 차원 난류 벽면제트 유동의 수치해석

유승엽*, 최도형**, 김성진**

Numerical analysis of a three-dimensional turbulent wall-jet flow

S. Y. Ryu*, D. H. Choi**, S. J. Kim**

Key Words : Turbulent wall jet(난류 벽면제트), Nonlinear turbulence model(비선형 난류모델), Jet growth(제트 성장률)

Abstract

A Navier-stokes based finite volume method has been developed to analyze an incompressible, steady state, turbulent wall-jet flow. The standard k-ε model, the RNG k-ε model and their nonlinear counterparts are adopted as a closure relationship. Comparison with the experimental data shows that a linear k-ε model performs satisfactorily for two-dimensional wall-jet flows. However, as the flow becomes three dimensional, the linear model fails to predict the spanwise jet growth accurately and the nonlinear model needs to be adopted to capture three-dimensional flow characteristics.

1. 서 론

벽면제트 유동은 유체를 벽면에 따라 어떤 각도(0°-90°)를 가지고 분사시키면 생기는 유동이다. 또한 벽면제트는 Free jet 의 반쪽과 경계층 유동 즉, Free shear layer 와 Wall layer 가 서로 상호작용을 하여 두가지의 성질을 동시에 가지고 있는 흥미로운 유동이기도 하다. 그래서 난류모델에 대한 Test case 로서 많이 계산되었다[1,5].

벽면제트는 Coanda 효과를 이용한 경계층 조절이나 막냉각, 블레이드 냉각, 자동차의 성에 및 증기 제거장치(Defrost)에 응용될 수 있다. 70년대 이전에는 실험적, 수학적인 연구가 주종을 이루었고 70년대 이후부터 수치적인 연구가 활발하게 진행되어 왔다. 그러나 아직까지 여러 경우의 벽면제트해석에 효과적인 일반화된 난류모델은 없으며, 그 연구도 많은 경우 2 차원을 대상으로 수행되어 왔다[5]. 비교적 정확히 예측한다는 레이놀즈 응력 모델은 많은 계산시간으로 인해 실용성이 결여되

어 있어 본 연구에서는 2 방정식 모델을 기초로 한 해석을 수행코자 한다. 본 연구의 목적은 선형, 비선형 Standard k-ε model[1] 과 RNG k-ε model[2] 을 적용하여 2 차원, 3 차원 비압축성 난류 벽면제트를 수치적으로 계산, 비교 검토하여 적합한 난류모델을 찾음과 함께 3 차원 벽면제트유동 해석능력을 개선하고자 하는 것이다.

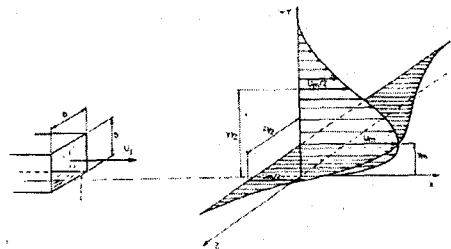


Fig. 1 Flow configuration of a three-dimensional wall jet.

* 한국원자력연구소

** 한국과학기술원 기계공학과

2. 지배방정식과 난류모델

2.1 지배방정식

본 연구에서 다루고자 하는 유체는 통상 실험에 쓰이는 공기이며 속도 역시 음속에 비하여 작으므로 압축성의 효과도 무시할 수 있다. 따라서 비압축성, 난류, 정상상태의 연속 방정식, 운동량 방정식을 다음과 같이 직교(Cartesian) 속도성분을 이용하여 일반 좌표계로 기술하면 다음과 같다[6].

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} [J \alpha^{mj} \rho U_m] = S_m \quad (1)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} [J \alpha^{mj} (\rho U_m U_i - (T_{mi} - \overline{\rho u'_m u'_i}))] = S_i \quad (2)$$

여기서

α^{mj} : the scalar product of ξ^j and \vec{i}_m

ξ^j : general coordinate

J : Jacobian value of coordinate transformation

$$T_{mi} = -P \delta_{mi} + \tau_{mi} = -P \delta_{mi} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x^n} d^{mn} + \frac{\partial U_m}{\partial x^i} d^i \right)$$

여기서

δ_{mi} : Kronecker delta (1 if $m = i, 0$ otherwise)

2.2 난류모델

위에서 나타난 난류량들을 풀기 위해서 공학적으로 많이 쓰이는 Standard k- ϵ 모델[1]과 RNG k- ϵ 모델[2]을 사용하였다.

Standard k- ϵ model :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} [J \alpha^{mj} (\rho U_m k - (\mu + \frac{H}{q}) \frac{\partial k}{\partial x_n} d^{mn})] = P_k - \epsilon \quad (3)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} [J \alpha^{mj} (\rho U_m \epsilon - (\mu + \frac{H}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_n} d^{mn})] = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4)$$

여기서

$$P_k = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial y_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_n} d^{in} + \frac{\partial U_j}{\partial x_m} d^{jm} \right) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_n} d^{in} \right)$$

RNG k- ϵ model :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} [J \alpha^{mj} (\rho U_m k - \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_n} d^{mn})] = P_k - \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial x_j} [J \alpha^{mj} (\rho U_m \epsilon - \alpha_\epsilon \mu_{eff} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_n} d^{mn})] = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

여기서

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \eta = \left(\frac{P_k}{\mu_t} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{k}{\epsilon} : \text{time scale ratio}$$

$$C_{\epsilon 1}^* = C_{\epsilon 1} \frac{\eta(1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3}, \eta_0 = 4.38, \beta = 0.012$$

위의 두 가지 모델에 사용된 경험적 상수 값은 다음과 같다.

Table 1 Constants of turbulence models

	C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k (α_k)	σ_ϵ (α_ϵ)
Standard k- ϵ model	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
RNG k- ϵ model	0.085	1.42	1.68	1.39	1.39

2.3 선형 모델과 비선형 모델

일반적으로 사용하는 Boussinesque 근사는 세 방향의 난류전단응력을 등방성으로 가정하기 때문에 실제의 현상과 달라진다. 이로 인해 2차원보다는 3차원일때 더욱 차이가 나게 되며 이를 해소하기 위해 본 연구에서는 2 방정식에 비등방성을 적용한 Speziale[3]의 비선형 모델을 사용하였다.

Linear model (Boussineque approximation):

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + 2\rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} D_{ij} \quad (7)$$

여기서 $k = -\frac{1}{2\rho} \tau_{ii}$: turbulent kinetic energy

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) : \text{mean rate of strain tensor}$$

Nonlinear model :

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} + 2\rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} D_{ij} + 4C_D C_\mu^2 \rho \frac{k^3}{\epsilon^2} (D_{im} D_{mj} - \frac{1}{3} D_{mm} D_{ij}) + 4C_E C_\mu^2 \rho \frac{k^3}{\epsilon^2} (D_{ij} - \frac{1}{3} D_{mm} \delta_{ij}) \quad (8)$$

여기서 $\vec{D}_{ij} = \vec{v} \cdot \nabla D_{ij} - \frac{\partial U_i}{\partial x_m} D_{mj} - \frac{\partial U_j}{\partial x_m} D_{mi}$

$$C_D = C_E = 1.68$$

3. 수치적 해석 방법

시간 평균된 Navier-Stokes 방정식의 해는 SIMPLE algorithm[7]에 바탕을 둔 유한체적법을 사용하여 구하였다. 비엇물림 격자(Non-staggered grid)에서 차분화하되 QUICK scheme 과 운동량 보간법을 사용하였다.

벽면에 대한 경계조건은 Launder 와 Spalding[1]이 제안한 벽합수 방법을 사용하였고 입구에 대한 경계조건은 다음과 같이 가정하였다.

$$U_{in} = 1, k_{in} = (I_T U_{in})^2, \epsilon_{in} = \frac{k_{in}^{3/2}}{0.1L}$$

L : 입구 노즐 높이
 I_T : 난류 강도 (5~10%)

본 연구에서 다루는 벽면제트유동은 입구 하나와 출구가 여러 개인 유동과 같아지므로 보통의 출구 조건으로 주는 Neumann 조건으로는 수렴이 어렵게 된다. 이를 해소하기 위해서 압력경계조건을 도입하였다[4]. 압력경계조건은 정확한 유동장을 모르거나 경계에서 압력이 주어진 경우에 사용된다. 출구가 여러 개인 내부유동이나 물체주위의 외부유동, 자유표면 유동 등이 전형적인 예이다. 식(8)에서 우변 3째항과 4째항은 이산화된 방정식에서 외재적(Explicit)으로 처리하면 생성항이 되고, 수렴을 보장하기 위해서 위의 생성항에 대해서 하향이완을 하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 2차원 벽면제트

본 연구에서는 실제로 응용될 수 있는 다음과 같은 3가지 경우에 대해서 선형 모델로 계산하였다.

4.1.1 주위유동이 없는 평면 벽면제트

Rodman et al.[8]의 실험결과와 비교를 하였으며 레이놀즈 수는 입구속도와 노즐의 높이를 기준으로 9000 이고 계산격자는 60x60 이다. Fig. 2 에서 계산한 기하학적인 모양과 경계조건에 대해서도 시하였다. 계산된 유선은 Fig. 3 에 나타냈으며 주 유동인 제트에 유입되는 모양이 명확히 보이고 있

다. Fig. 4 와 Fig. 5 는 계산된 속도형태와 최대속도 감소율, 속도 반쪽의 성장률을 나타내었다. 속도형태를 보면 최대속도가 되는 점이 실험치와 다소 차이를 보이는데, 이는 속도구배가 0 이 되는 점에서 난류전단응력이 0 이라는 Boussinesque 근사가 실제의 벽면제트에서 맞지 않기 때문이라 사료된다. 하지만 이 차이가 근소하여 선형 모델로도 공학적으로 만족할 만한 해석이 가능하다 할 수 있겠다. 최대속도 감소율은 거의 실험치와 일치하는 결과를 얻었으나 속도반쪽의 성장률은 두 모델이 모두 크게 예측하고 있음을 알 수 있다.

4.1.2 주위 유동이 없는 곡면 벽면제트

Alcaraz et al.[9]의 실험결과와 비교하였으며 곡률이 $d/R=0.0032$ 인 경우로 R 은 표면의 반지름이 된다. 레이놀즈 수는 위와 같은 정의로 40000 이 되고 격자수는 60x60 이다. 경계조건은 위의 경우와 똑같이 주었으나 차이점은 벽면이 곡면이라는 것이다. Fig. 6 에 계산한 최대속도 감소율, 속도 반쪽의 성장률을 나타내었다. 두 모델이 최대속도 감소율이나 속도형태는 어느 정도 예측을 하고 있으나 속도 반쪽의 성장률은 앞의 경우보다 더 크게 예측하고 있고 RNG k-ε 모델이 더욱 예측을 못하고 있음을 알 수 있다.

4.1.3 주위 유동이 있는 평면 벽면제트

Kacker 와 Whitelaw[10]의 실험결과와 비교를 하였고 Fig. 7 에서 입구 1 과 입구 2 의 속도비가 2.3 이 된다. 레이놀즈수는 입구 2 의 속도와 노즐 높이를 기준으로 17650 이다. Rodi 와 Ljuboja[5]는 기존의 k-ε 모델은 벽면제트에 적용할 때 C_{μ} 값이 너무 크다고 주장을 하였고 수정된 난류 모델을 제시하였다. 이 결과도 실험치와 함께 비교를 하였다. Fig. 8 은 계산된 속도 형태를 나타낸 것으로 비교적 잘 예측하고 있음을 볼 수 있다. Fig. 9 와 Fig. 10 은 각각 최대속도 감소율과 난류 전단응력을 나타낸 것으로 실험치와 비슷하게 예측을 하고 있다. Rodi 와 Ljuboja[5]는 벽면제트에 맞게 Standard k-ε 모델을 수정하였고 초기 조건역시 $x/d=10$ 인 위치의 실험값을 갖고 계산을 하였다. 본 연구에서 개발한 Solver 는 기존의 난류 경험상수를 수정하지 않고 단지 입구의 레이놀즈 수와 속도비만 알고도 전 영역에서의 유동현상을 예측할 수 있음을 보이고 있다.

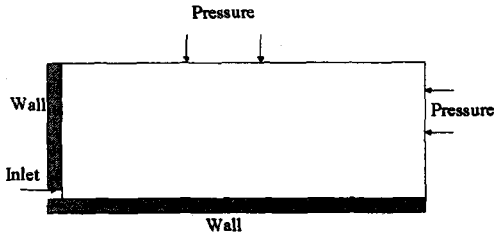


Fig. 2 Geometry and boundary conditions (domain 100x30).

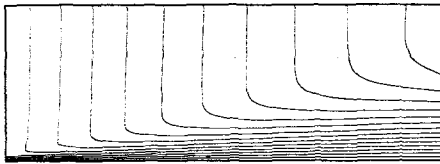


Fig. 3 Plot of streamlines.

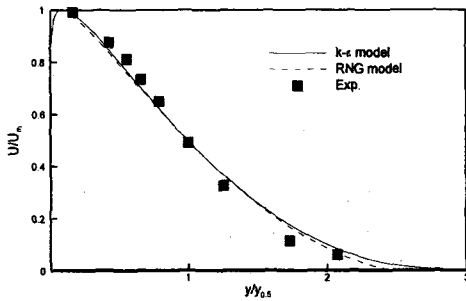


Fig. 4 U-velocity profile at $x/d=80$.

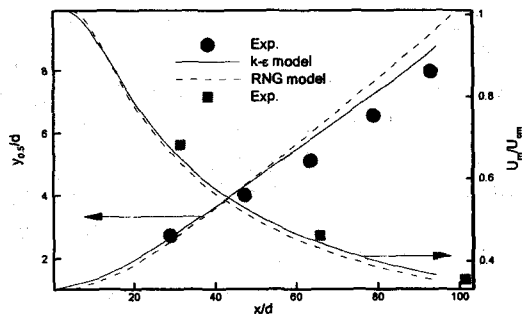


Fig. 5 Decay of maximum velocity with downstream distance; Growth of wall jet half width with downstream distance.

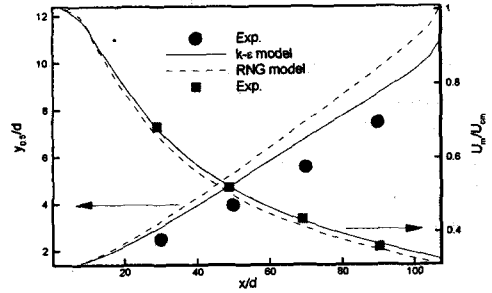


Fig. 6 Decay of maximum velocity with downstream distance; Growth of wall jet half width with downstream distance.

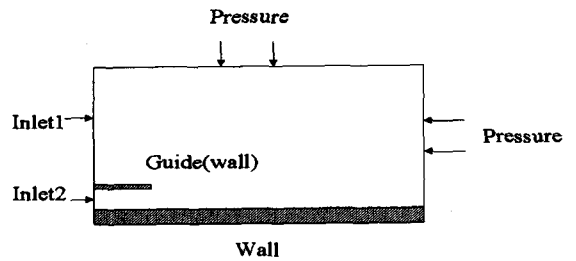


Fig. 7 Geometry and boundary conditions (domain 175x30).

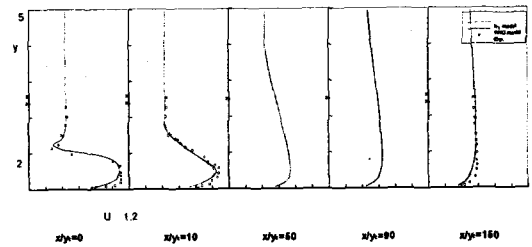


Fig. 8 Profiles of mean velocity at 5 stations.

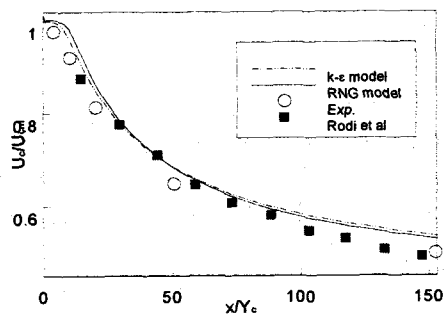


Fig. 9 Decay of maximum velocity with downstream distance.

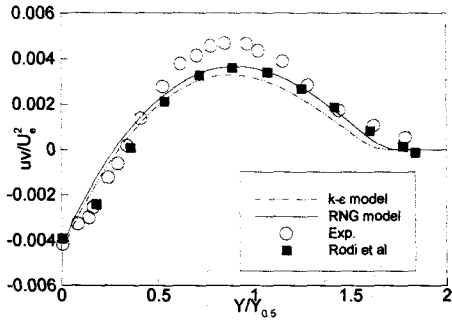


Fig. 10 Turbulent shear stress profile at $x/d=150$

4.2 3 차원 벽면제트

3 차원 벽면제트는 노즐이 유한한 종횡비를 가질 때 생기는 유동으로 폭 방향의 확산이 벽면에 수직인 방향의 확산보다 훨씬 크다는 것이 가장 뚜렷한 특징이다. 이 특징이 중요하기 때문에 이를 예측할 수 있는 난류모델이 필요하게 된다. Padmanabham 와 Gowada[11,12] 는 원형 노즐로 여러 가지 종횡비를 가지고 실험을 하였고, 그 중 $h/d=0.23$, 노즐 지름과 노즐 입구속도를 기준으로 한 레이놀즈 수 95400 인 경우에 대해서 계산을 하였다. 계산 격자는 $56 \times 43 \times 43$ 이고 Fig. 11 에 경계조건을, Fig. 12 에 계산 격자를 도시하였다. Fig. 13 은 최대속도 감소율을 나타낸 것으로 선형모델보다 비선형모델이 나은 성능을 보이고 있는 것을 알 수 있다. Fig. 14 는 난류 전단응력을 도시한 것으로 비선형 RNG k-ε 모델이 가장 잘 예측하고 있음을 볼 수 있다. Fig. 15 는 속도 반쪽의 성장률을 나타낸 것으로 (a)는 Standard k-ε 모델이고 (b)는 RNG k-ε 의 경우이다. 그림에서 보듯이 네 가지 모델이 다 벽에서 수직인 방향의 속도 반쪽의 성장률은 다소 작게 예측하고 있지만, 비선형 모델(RNG k-ε 모델)이 특히 폭 방향의 성장률을 더 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 그림에서 비선형 모델에 의해 폭 방향의 성장률은 월등히 개선되었지만 수직인 방향의 성장률은 조금 더 나빠지는 것을 볼 수 있다. 이는 폭 방향으로의 확산이 커지고 그 만큼 벽면에 수직인 방향으로의 확산이 줄어드는 현상으로 보이며, 처음에 주어진 제트입구에서의 운동량이 보존되려는 현상으로 생각된다.

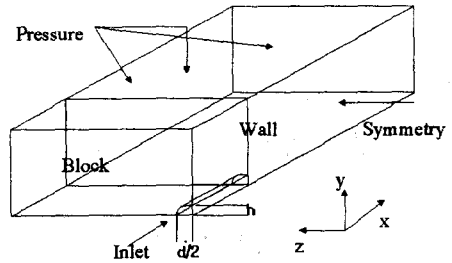


Fig. 11 Geometry and boundary conditions

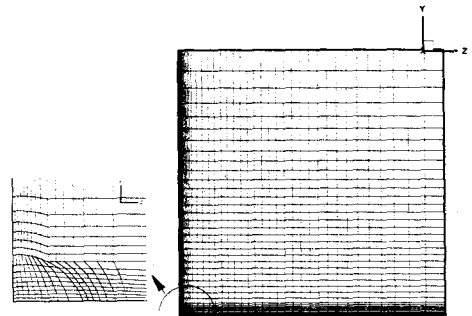


Fig. 12 Grid systems

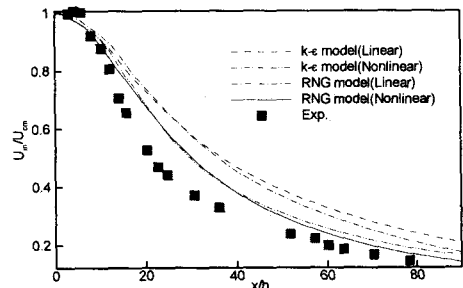


Fig. 13 Decay of maximum velocity in the centerline

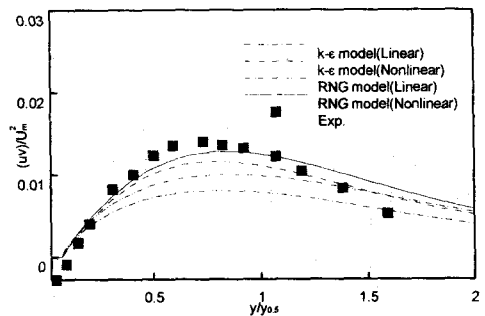


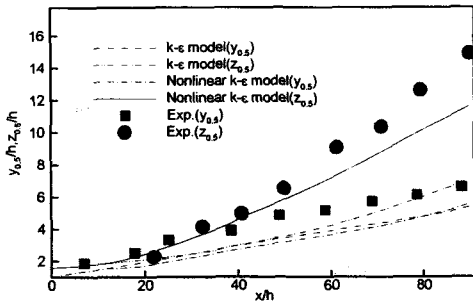
Fig. 14 Turbulent shear stress variation in the centerline at $x/h=60$

후기

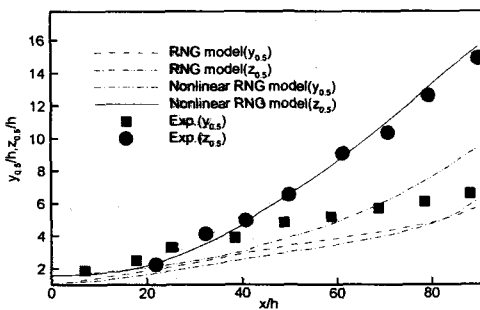
본 연구는 국가지정 연구실 사업(열전달 제어기술 연구실)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical computation of Turbulent Flows," *Comp. Meth. Appl. Mech. and Eng.*, Vol. 3, pp. 269-289.
- (2) Yakhot, V. and Orszag, S.A., 1992, "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique," *Phys. Fluids A*, Vol. 4, pp. 1510-1520.
- (3) Speziale, C.G., 1987, "On nonlinear k-l and k-ε models of turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 178, pp. 459-475.
- (4) 조명중, 1996, "임의 형상의 3 차원 유동장 해석을 위한 비직교항 처리 및 벽함수 방법에 관한 연구", 한국 과학기술원 박사학위 논문.
- (5) Ljuboja, M. and Rodi, W., 1980, "Calculation of Turbulent Wall Jets With an Algebraic Reynolds Stress Model," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 102, pp. 350-356.
- (6) Peric, M., 1985, "A Finite Volume Method for the Prediction of Three-Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts," Ph. D. thesis, Univ. of London.
- (7) Patankar, S.V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington D. C.
- (8) Rodman, L.C., Wood, N.J. and Roberts, L., 1989, "Experimental Investigation of Straight and Curved Annular Wall Jets," *AIAA Journal*, Vol. 27, pp. 1059-1067.
- (9) Alcaraz, E., Charnay, G. and Mathieu, J., 1977, "Measurements in a wall jet over a convex surface," *The Physics of Fluids*, Vol. 20, pp. 203-210.
- (10) Kacker, S.C. and Whitelaw, J.H., 1971, "The Turbulence Characteristics of Two-Dimensional Wall-Jet and Wall-Wake Flows," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 38, pp. 239-252.
- (11) Padmanabham, G. and Lakshmana Gowada, B.H., 1991, "Mean and Turbulence Characteristics of a Class of Three-Dimensional Wall Jets-Part1: Mean Flow Characteristics," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, pp. 620-628.
- (12) Padmanabham, G. and Lakshmana Gowada, B.H., 1991, "Mean and Turbulence Characteristics of a Class of Three-Dimensional Wall Jets-Part2: Turbulence Characteristics," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 113, pp. 629-634.



(a)



(b)

Fig. 15 Growth of wall jet half width (a) k-ε model; (b) RNG model

5. 결론

본 연구 결과에서 2 차원 벽면제트의 경우, 선형 모델로도 공학적으로 만족할 만한 결과를 얻을 수 있다는 것을 알았다. 3 차원 제트의 경우, 선형 모델로는 3 차원 벽면제트의 가장 큰 특징인 폭 방향의 성장률을 정확히 예측할 수 없었으나, 비선형 모델을 적용하여 성공적인 결과를 얻을 수 있었다. 성에 및 증기제거기(Defrost)의 성능에 가장 큰 영향을 미치는 인자가 강제대류에 의한 열전달 임을 고려할 때 정확한 유동장의 계산이 중요하며 위에서 개발한 코드는 예비설계나 기존의 설계에 향상을 가져올 수 있을 것이다. 그러나 벽면에 수직인 방향의 성장률을 예측하는 데는 아직 미흡해 3 차원 벽면제트의 더 나은 예측을 위해서는 난류 모델에 대한 연구가 필요하다고 생각한다.