

방위각방향 온도변화를 가지는 실린더 내의 부력 유동

정광호* · 현재민** · 송태호**

Buoyant Convection in a Cylinder with Azimuthally-varying Sidewall Temperature

K. H. Chung, J. M. Hyun and T. H. Song

Key Words : Buoyant convection(부력유동), Azimuthal Temperature Variation(방위각방향온도변화), Three-dimensional Flow(3 차원 유동), Natural Convection(자연대류), Boundary Layer(경계층), Interior Core Region(내부중심영역)

Abstract

A numerical investigation is made of three-dimensional buoyant convection of a Boussinesq-fluid in a vertical cylinder. The top and bottom endwalls are thermally insulated. Flow is driven by the substantial azimuthal variations in thermal boundary conditions. Comprehensive numerical solutions to the Navier-Stokes equations are obtained. The representative Rayleigh number is large, thus, the overall flow pattern is of boundary layer-type. Three-dimensional flow characteristics are described. Specially, the global flow and the heat transfer features are delineated when the severity of azimuthal variation of sidewall temperature, n , is intensified. Temperature and velocity fields on the meridional planes and the planes of constant height are presented. The global flow weakens as n becomes large. The pattern of the local Nusselt number on the surface of cylinder is similar regardless of n . The convective gain in heat transfer activities is reduced as n increases.

	기호설명		u, v, w x, y, z 방향속도
			U, V, W x, y, z 방향무차원속도[= $uR_c/\alpha, vR_c/\alpha, wR_c/\alpha$]
			x, y, z 카르티시안좌표
			X, Y, Z 무차원좌표[= $x/R_c, y/R_c, z/R_c$]
			그리스문자
A	세장비[= H/R_c]	α	열확산계수
g	중력가속도	β	체적팽창계수
k	열전도도	ν	동점성계수
H, R_c	실린더 높이, 반경	ϕ	방위각
n	측벽온도경계조건의 진동수	ρ	밀도
p, P	압력, 무차원 압력[= $pR_c^2/\rho\alpha^2$]	θ	무차원온도[= $(T-T_m)/(T_h-T_c)$]
Pr	프란틀수[= ν/α]		
r, R	반경방향좌표, 무차원좌표		
Ra	레이리수[= $g\beta(T_h-T_c)R_c^3/\nu\alpha$]		
T_h, T_c	최대온도, 최소온도		
T_m	기준평균온도[= $(T_h+T_c)/2$]		
T_w	측벽온도		

1. 서론

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원

** 한국과학기술원 기계공학과

밀폐용기내의 부력에 의한 유동은 많은 자연현

상 및 공학적 장치에서 발생하는 현상으로서 많은 연구가 이루어졌다. 특히, 부력의 영향을 나타내는 무차원수인 Rayleigh 수(Ra)가 큰 경우가 주로 관심을 받고 있으며, 이 경우 전체 유동장은 경계층과 비점성내부영역으로 구분될 수 있다. 대표적인 유동 모델은 두 수직벽에 서로 다른 일정한 온도가 주어진 2차원 사각용기에서의 비압축성 부시네스크 유체의 유동이며, 이는 수치해석에서 benchmark 해로 활용된다. 최근에는 이와 같은 기본유동 모델을 기초로 하여 보다 실제적인 다양한 유동 모델에 대한 연구가 이루어지고 있다.

이 중에서 3차원 부력 유동의 특성을 연구하는 것이 하나의 연구주제이다. 대표적인 예로는, 서로 다른 일정한 온도가 두 수직벽에 주어진, 육면체형상의 용기내 유동에 관한 연구(1-2), 실린더 및 환형 용기에서의 3차원 유동특성 연구 등이 있다(3). 이와 같은 선행 연구들은 밀폐용기에서 부력의 영향을 받는 3차원 유동의 전체유동형태 및 열전달 특성을 보여 주었으며, 밀폐용기내의 부력에 의한 유동은 기하학적 형상 및 경계조건이 주어진 방법과 특성에 매우 민감함을 보여주었다.

본 연구에서는 이와 같은 유동의 특성에 주목하여 수직실린더에 방위각 방향으로 불균일한 열적 경계조건이 주어졌을 때, 내부에서 발생하는 3차원 유동 및 열전달의 특성을 조사하고자 한다. 특히, 실린더의 측벽온도를 방위각 방향으로 연속적으로 변화시키는 경계조건을 줌으로써 발생하는 유동에 관심을 둔다. 앞서 말한 바와 같이 전 용기에 대한 대표 Rayleigh 수는 크게 됨으로써, 경계층형태의 유동이 실린더 내에 생기도록 하였다. 본 연구의 주요관심은 열적경계조건의 방위각방향 불균일성에 의해 발생하는 경계층과 내부중심영역에서의 유동과 측벽에서의 열전달 정보이다. 특히, 측벽온도가 변화하는 빈번도를 변화시킴으로써, 빈번도에 따른 내부 유체의 유동과 열전달량에 미치는 영향을 알아본다.

본 연구에서 다루어진 유동형상은 실제적인 응용성 예를 가진다. 하나의 예로서, 측벽에 불균일한 햇빛 방사로 인한 측벽온도의 방위각 방향 불균일성에 의해 발생하는 탱크 내부유체의 유동이 있다. 또한, 고품질의 결정을 얻기 위한 결정성장 장치에서도 본 유동형상이 관련된다. 이와 같이 열적경계조건에 방위각 방향 변화가 필수적인 경우가 존재하며, 이에 대한 내부전달현상을 파악하는 것은 의미있는 작업이다.

문헌조사에 의하면 밀폐용기내의 3차원 유동 특성을 다룬 몇가지 선행연구가 있다. Jischke와

Doty(4)는 중력적으로 안정된 열적 경계조건하에서 비정상 부력유동에 대한 해석적인 해를 얻었다. 전통적인 방법인 수정점근확장법이 이용되었으며, 경계층-내부영역으로 분리하는 방식이 사용되었다. 해석하는 큰 Rayleigh 수에 대한 내부영역에서의 유동의 현저한 특징을 나타냈다. Cresp와 Bontoux(5)는 아래에서 가열된 축대칭 실린더에서 비축대칭 유동의 발달을 연구하였다. 방위각 방향으로 온도장이 지배되는 문제는 몇 선행 연구자들에 의해 연구되었으며(6-8), 주로 결정성장 장치와 관계된 기술적인 장치에 대한 것이었다.

본 연구의 목적은 수직실린더에서의 완전한 3차원유동에 대한 믿을만한 수치해석적인 해를 얻는 것이다. 실린더의 전 영역에서의 속도 및 온도 데이터를 면밀히 조사한다. 측벽온도의 방위각 방향으로의 불균일성이 주요 유동 및 열전달 특성에 미치는 영향을 알아본다.

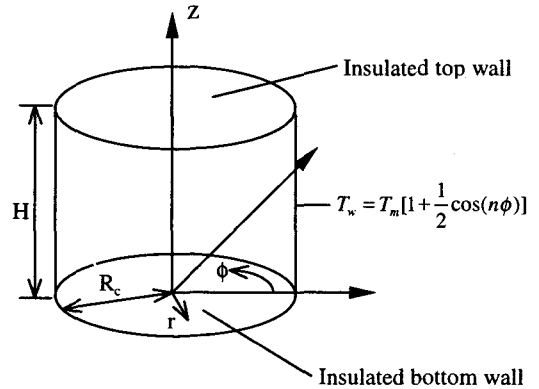


Fig.1 Flow configuration and coordinates

2. 모델

Fig.1에 보인 바와 같이 수직으로 세워진 밀폐된 실린더형 용기내에 비압축성 부시네스크-유체가 채워져 있다. 적절히 무차원화된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + W \frac{\partial U}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \nabla^2 U$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} + W \frac{\partial V}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \nabla^2 V + \text{Ra} \cdot \text{Pr} \cdot \theta$$

$$U \frac{\partial W}{\partial X} + V \frac{\partial W}{\partial Y} + W \frac{\partial W}{\partial Z} = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \text{Pr} \nabla^2 W$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \nabla^2 \theta$$

Boussinesq-유체 관계식($\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$)을 사용하였다. 무차원 파라미터인 Rayleigh 수(Ra), Prandtl 수(Pr), 세장비(A)는 $Ra=10^6$, $Pr=0.71$, $A=2.0$ 으로 각각 고정하였다.

지배방정식에 관계된 경계조건은 다음과 같다.

$$U=V=W=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0 \quad \text{at } Z = 0, A$$

$$U=V=W=0, \quad \theta_w = \frac{1}{2} \cos(n\phi) \quad \text{at } R=1.0$$

여기서, n 은 측벽온도의 방위각방향 불균일성의 정도를 표현한다. 즉, n 이 클수록 온도변화가 빈번하다. 이 측벽온도조건은 본 연구에서 실린더 내부의 부력유동을 발생시키며 1~10 까지 변화시켰다.

이상의 지배방정식을 유한체적법(Finite Volume Method)에 의한 수치해석적 방법으로 풀었다. 잘 정립된 SIMPLER 알고리즘(9)을 이용하였다. 일반 Cartesian 좌표계를 이용하였으며, Peric(10)에 의한 수치해석과정을 따랐다. 정확도를 높이기 위하여 비선형 대류항을 QUICK scheme(11)을 이용하여 차분화하였다. 무차원 속도와 온도의 전후반복계산의 상대오차가 10^{-4} 이하가 될 때 해가 수렴하였다고 판정하였다. 경계밀착좌표계(Body Fitted Coordinates)를 이용하였으며, 수평면에서 측벽쪽으로, 수직방향으로는 위벽과 아래벽 쪽으로 격자점을 집중시켰다. 대부분의 계산에 대하여 52^3 의 격자가 이용되었다. 다양한 격자수렴테스트와 benchmark 테스트를 수행하여 본 연구에 이용된 격자와 수치해석법의 타당성 및 정확성을 입증하였다.

3. 결과 및 고찰

경계조건으로부터 측벽온도는 실린더의 전체 원주길이의 $1/n$ 길이를 주기하여 변화한다. 이는 두 개의 인접한 최고온도값의 방위각차이가 $2\pi/n$ 임을 나타낸다. Fig.2는 몇가지 n 에 대하여 실린더 내부에서의 등온면을 나타낸다. 다른 단면의 방위각은 0° 와 π/n 로서 각각 T_h 와 T_c 에 해당한다. 그림에서 나타나듯이 내부중심영역은 n 에 상관없이 안정하게 성층화되어있다. 그리고, T_h 와 T_c 에 해당하는 벽면에서 각각 상승 및 하강유동이 발생하며, 유동은 벽면 근처에 집중되어 경계층유동이 나타

남을 확인할 수 있다. n 이 증가할수록 등온면이 내부영역으로 덜 전파됨을 볼 수 있다.

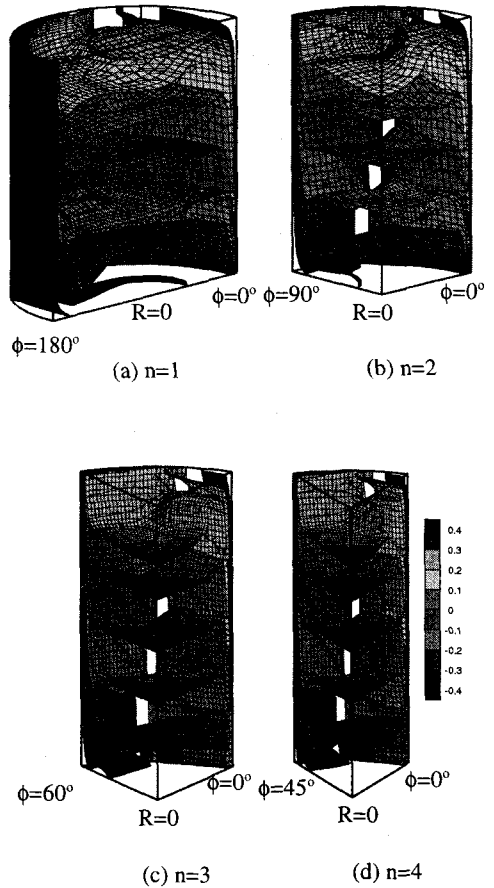


Fig.2 Perspective views of isotherms

위에서 본 유동을 좀 더 자세히 살피기 위하여 Fig.3에 3가지 다른 방위각에 대한 자오면(meridional plane)상에서의 등온선과 속도벡터를 나타냈다. 여기서 세가지 각은 T_h 를 포함하는 주면(principal pane)에서 $\phi = 0^\circ$, T_m 을 포함하는 중립면(neutral plane)에서 $\phi = \frac{\pi}{2n}$ 및 T_c 를 포함하는 주면에서 $\phi = \frac{\pi}{n}$ 이다. 앞서 언급한 바와 같이, 모든 계산된 경우에 대하여 내부영역은 아주 잘 안정하게 성층화 되어있다. 주자오면의 내부영역에서의 속도벡터는 주로 크기가 작고 유동은 경계층에 집중되어 있다. 한가지 주목할 점은, 모든 n 에 대하여 주면에서의 경계층유동은 하나의 방향이다. 즉, T_h 에서는 상승유동이 T_c 에서는 하강유동이 존재한다.

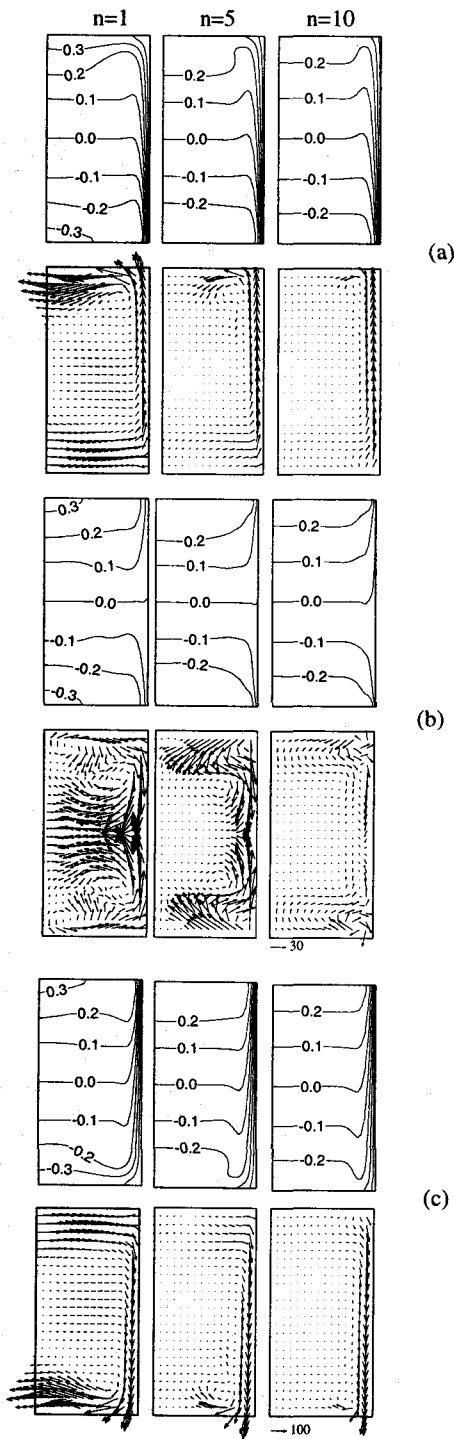


Fig.3 Temperature (upper row) and velocity (lower row) fields on the meridional planes. (a) principal meridional plane of $\phi=0^\circ$, ($T_w=T_n$), (b) neutral meridional plane for $T_w=T_m$, (c) principal meridional plane ($T_w=T_c$).

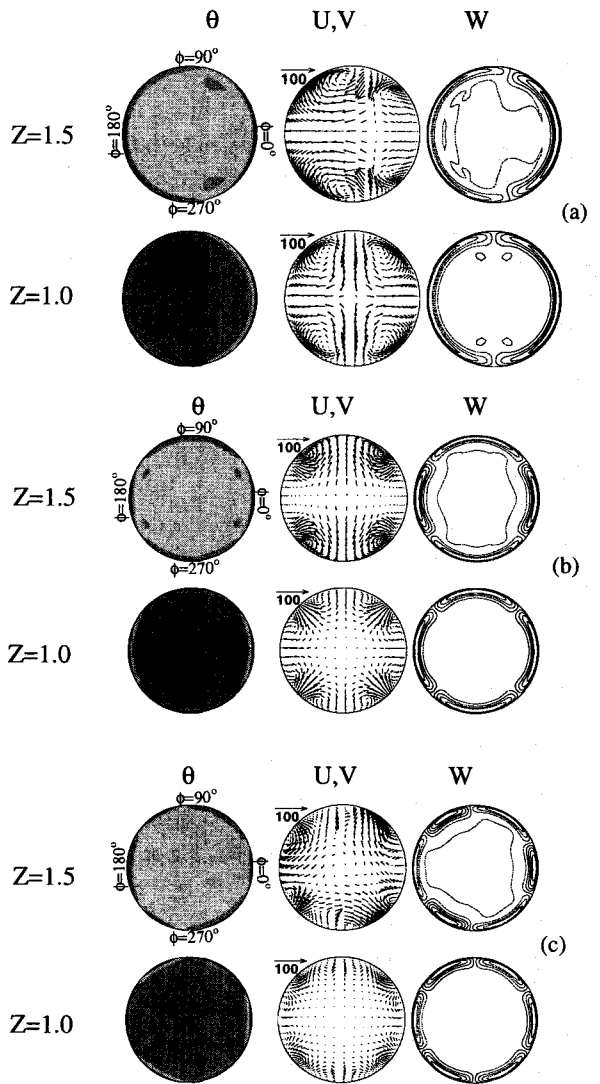


Fig. 4 Temperature (θ) and velocity fields on planes of constant height. U, V denote horizontal velocities, and W the vertical velocity. (a) $n=1$, (b) $n=2$, (c) $n=3$.

반면, 중립면에서는 내부유동이 상대적으로 현저하게 크게 나타나며, 이 경향은 n 이 작을수록 현저해진다. 그러나, 중립면에서는 큰 n 값에 대하여 전체 유동은 약화된다. 경계층에서의 유동은 중심높이방향으로 향하여 중심높이 부근에 도달한 후 반경방향으로 수평하게 안쪽으로 돌아간다.

n 이 증가함에 따라서 주면에서는 수평경계층유동이 약화되고, 이 유동은 실린더의 축을 뚫고 진행하지 못한다. 또한, 축 부근에서의 등온선은 매우 평평하게 되고, 성층화강도가 약화된다. 이것은

지엽적인 영역에서의 전도의 영향이 크다는 것을 드러내는 것이다. 요약하면, 큰 n 값에 대하여 유동이 일반적으로 약화되고 수직경계층에 더욱 집중되며 내부영역의 성층화가 약화된다.

중심 높이 영역의 축에서의 수직온도 분포는 n 의 변화에 대하여 크게 변화하지 않는다. 그러나, 수평벽 근처에서의 온도변화는 작은 n 에 대하여 더욱 급한 경사로 변화한다.

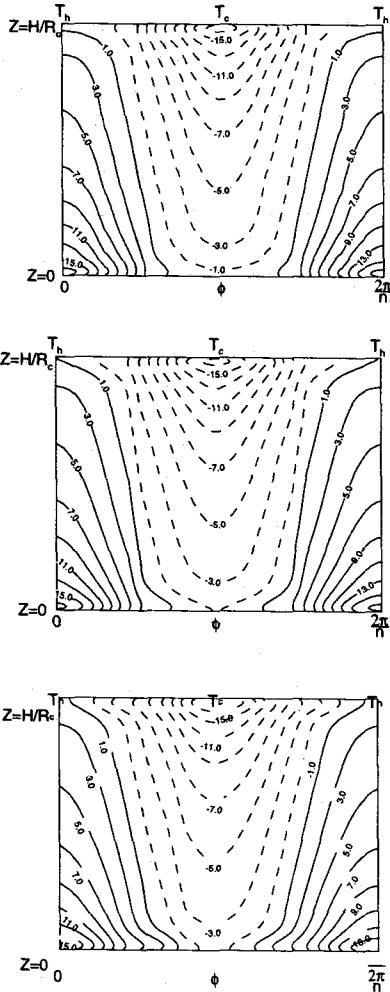


Fig.5 Local Nusselt number on the cylindrical surface. (a) $n=1$, (b) $n=2$, (c) $n=3$.

Fig.4 에 수평면에서의 유동형태를 예시하여 나타냈다. 중심높이를 벗어난 내부영역의 대부분에서는 $2n$ 개의 회전 셀이 형태의 수평유동이 존재한다. 반면, 중심 높이 영역에서는 대칭성조건을 만족시키기 위하여 수평유동은 $4n$ 개의 회전 셀로

구성된다. 다음으로 온도장에 대하여서는, 축벽온도의 방위각방향 온도변화는 주로 경계층에 흡수됨을 볼 수 있다. 결국, 내부영역은 거의 일정한 온도를 가진다. 또한, 수평유동이 중심 높이 부근에서 약화됨이 분명하게 나타난다. n 이 증가함에 따라 수직유동이 더욱더 수직 경계층에 집중되어 나타난다. 앞서 강조한 바와 같이, n 이 증가함에 따라 수평 유동은 크기가 작아지고 대부분의 내부영역은 거의 정지한 유동 형태를 가지고 있다.

다음으로, 실린더 벽면에서의 열전달을 살펴본다. 실린더의 벽 표면에서 국소 너셀수(Nusselt number)는 다음과 같이 정의된다.

$$Nu = \left. \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1.0}$$

Fig.5 는 하나의 방위각 주기에 대한 Nu 패턴을 예시하여 나타낸 그림이다. 즉, 방위각은 $\phi = 0^\circ$ 에서 $\phi = \frac{2\pi}{n}$ 까지 변화한다. Nu 의 최대값과 최소값은 뜨거운 ($T_w = T_h$) 벽의 아래쪽 영역과 차가운 ($T_w = T_c$) 벽의 위쪽 영역에서 각각 나타난다. 이들 영역은 수직경계층에서 각각 상승 및 하강 유동이 발생하는 곳이다. 그리고, 이 영역에서는 Nu 의 공간적인 변화기울기가 가장 크다. 반대로, 중심높이영역에서는 Nu 의 공간적인 변화기울기가 약화된다. 또한, n 이 증가함에 따라 Nu 의 최고값은 조금 작아진다. 이것은 큰 n 값에 대하여 경계층 내에서의 전체적인 유동의 세기가 줄어든 것을 반영한 결과이다.

Fig.6(a)는 $T_h, T_m/2, T_m$ 이 나타나는 지점에서 높이에 따른 Nu 의 변화를 나타낸 그림이다. 그림에서 보듯이, n 의 값에 상관없이 한 주기에서 방위각의 상대적 위치가 같으면 Nu 는 끝벽을 제외하고는 거의 일정한 값을 보인다. 또한, Nu 는 T_h 가 주어진 지점에서 가장 급격한 경사를 보이고 가장 큰 값을 가진다. T_c 에서는 T_h 에서의 Nu 와 부호가 다른 값을 가지고 같은 경향을 보인다.

다음으로, 대류에 의한 열전달의 증가량을 알기 위하여 열전달획득(Gain) G 를 정의하였다. G 는 전도에 의한 열전달량에 대한 대류효과에 의한 열전달량의 비로서 본 연구에서의 무차원화를 이용하여 정리하며 다음과 같다.

$$G = \int_0^H \int_0^{\frac{\pi}{n}} \left(\frac{\partial \theta}{\partial R} \right)_{R=1.0} d\phi \cdot dZ$$

Fig.6(b)는 n 에 대한 G 의 변화를 나타낸 그림이다. 앞서 설명한 바와 같이 n 이 증가할수록 내부영역은 매우 작은 속도를 가지고 더욱 넓은 영

역을 차지한다. 따라서, n 이 증가할수록 대류의 효과는 급격히 줄어들고 그림에서와 같이 G 값이 작아짐을 볼 수 있다.

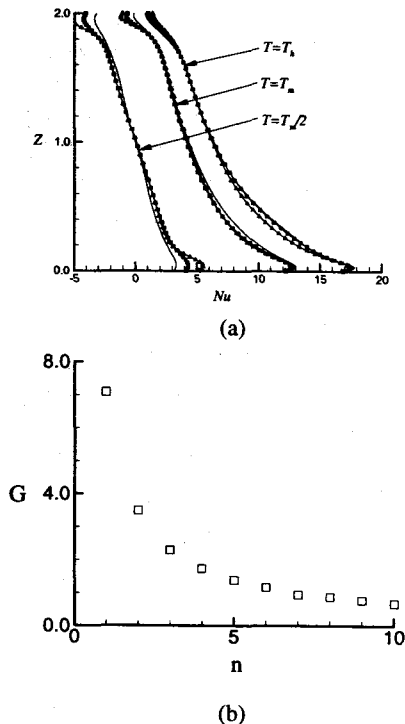


Fig.6. (a) Local Nusselt number variation with height
No symbol; $n=1$, \square ; $n=2$, \triangle ; $n=3$.
(b) convective heat transfer gain G .

4. 결론

측벽온도가 방위각 방향으로 변화하는 실린더 내부의 부력 유동에 관한 3차원 수치해석적 연구가 이루어졌다. 측벽온도변화의 빈번성인 n 의 값에 상관없이 내부영역은 안정하게 성층화되고 주요한 유동은 경계층에서 이루어진다. n 이 증가함에 따라 유동은 약화되고 내부영역에서의 성층화강도가 약화된다. 중심높이에서의 수평면에서는 $4n$ 개의 셀이 생기는 반면, 중심높이를 벗어난 수평면에서는 $2n$ 개의 셀이 생긴다. 국소셀수는 n 에 상관없이 비슷한 유형과 최대값을 가진다. 또한, 열전달에서 대류의 효과는 n 이 증가함에 따라 감소한다.

후 기

본 연구는 한국과학기술원 기계공학과와 국가

지정연구실(National Research Laboratory)인 열전달 제어기술연구실의 연구비지원에 의해 이루어졌음을 밝히며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Fusegi T, Hyun JM. A numerical study of 3d natural convection in a cube: effects of the horizontal thermal boundary conditions. *Fluid Dynamics Research* 1991;8:221-30.
- (2) Tagawa T, Ozoe H. Enhanced heat transfer rate measured for natural convection in liquid gallium in a cubical enclosure under a static magnetic field. *ASME J Heat Transfer* 1998;120:1027-32.
- (3) Akamatsu M, Kakimoto K, Ozoe H. Numerical computation for the secondary convection in a Czochralski crystal growing system with a rotating crucible and a static crystal rod. *J Materials Processing & Manufacturing Science* 1997;5:329-48.
- (4) Jischke MC, Doty RT. Linearized buoyant motion in a closed container. *J Fluid Mech* 1975;71, part 4:729-54.
- (5) Crespo E, Arco D, Bontoux P. Numerical solution and analysis of asymmetric convection in a vertical cylinder: an effect of prandtl number. *Physics Fluids A1* 1989;8:1348-59.
- (6) Neugebauer GT, Wilcox WR. Convection in the vertical Bridgman-Stockbarger technique. *J Crystal Growth* 1988;89:143-154.
- (7) Pulicani JP, Krukowski S, Iwan J, Alexander D, Ouazzani J, Rosenberger F. Convection in an asymmetrically heated cylinder. *Int J Heat Mass Transfer* 1992;35(9):2119-30.
- (8) Li YH, Lin KC, Lin TF. Computation of unstable liquid metal convection in a vertical closed cylinder heated from the side and cooled from above. *Numerical Heat Transfer Part A* 1997;32:289-309.
- (9) Patankar SV. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: MacGraw-Hill, 1980.
- (10) Peric M. *Finite Volume Method for the Prediction of Three-dimensional Fluid Flow in Complex Ducts*. Imperial college PhD 1985, London..
- (11) Leonard BP. A stable and accurate convection modeling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering* 1979;19:59-98