

# 회전축에 Thin-walled Cylinder가 결합된 회전체 시스템의 동적 해석

최영휴\*, 박선균\*\*, 홍대선\*, 정원지\*

## Dynamic Analysis of a Rotor System Having Thin-walled Cylinder Combined with Its Shaft

Young-Hyu Choi, Seon-Kyun Park, Dae-Sun Hoong, Won-Jee Chung

**Key Words:** Flexible Rotor system(유연회전체 시스템), Rotor dynamics(회전체 역학), Vibration analysis(진동해석), Transfer matrix method(전달행렬법), Modal test(모드시험)

### Abstract

In this paper a transfer matrix method model was introduced in order to analyze critical speeds and vibration modes of a flexible rotor system, whose rotor shaft is cupped into and fitted with a thin-walled cylinder at its end. The computed analysis results were compared with those of the experimental modal test. Both results show good agreement each other. Furthermore the free-run(or run-down) test result for the real rotor system also shows that the proposed transfer matrix method modelling can be successfully applicable to analyzing accurate critical speeds(or natural frequencies) of the rotor system.

#### 기호설명

- {S} : State Vector
- {P} : Point Matrix
- {F} : Field Matrix
- V : Shear Force
- M : Bending Moment

### 1. 서론

권사기(Yarn Winder)는 방사기로부터 방사된 합성 필라멘트사를 일정한 사층(絲層) 형상으로 보빈(Bobbin)에 감는 기계로서 실을 감는 방법은 전동기로 스핀들(Spindle)을 회전시켜서 스핀들에 장착된 보빈에 실을 감는데 물레와 유사한 방법

이다. 권사기의 생산성을 높이고 균일한 사층형상을 얻기 위해서는 스핀들 유니트(Spindle Unit)의 고속화와 진동 저감이 필수적이다.

현재 세계 최고 수준의 권사기는 정상 권사작업시의 스핀들 회전속도가 20,000rpm 수준이고, 축진동은 7.0 $\mu$ m 미만이며, 스핀들 유니트의 DN값은 80 $\times$ 10<sup>4</sup> 정도이다. 권사기의 스핀들 유니트는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 그 형상이 일반적이 회전체 시스템과는 달리 회전축(Shaft)의 끝단에 길이 1000mm 정도인 컵(Cup) 모양의 박판 실린더(Thin-walled Cylinder)가 억지끼워맞춤으로 조립되어 있는 일종의 유연회전체(Flexible rotor) 시스템이다.

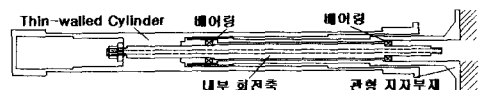


Fig. 1 The spindle unit of a winding machine

\* 창원대학교 기계설계공학과

\*\* 창원대학교 대학원 기계설계공학과

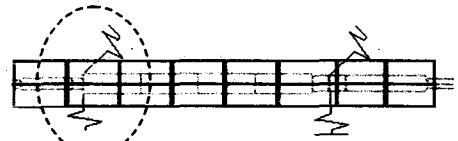
그림에서 보다시피 스피들 유니트는 내부 회전축에 결합되어 축을 감싸고 있는 형태의 박판 실린더가 내부 축과 함께 회전운동을 하게 되므로 위험속도와 진동모드의 해석이 매우 중요하다. 이는 위험속도 분석뿐만 아니라 내부 회전축과 외부 박판 실린더의 진동모드 위상차가 발생하면 회전중에 서로 간섭이 발생하게 되어 매우 위험하기 때문이다.

본 논문에서는 이러한 회전축의 끝단에 컵 모양의 박판 실린더가 결합되어 있는 회전체 시스템에 대해 보다 간단한 해석 모델을 제시하고 전달행렬법(Transfer matrix method) [3][5][6]을 사용하여 시스템의 고유치와 진동 모드(Vibration Modes)를 해석하고 실제 시스템의 모드시험(Modal test) [4] 결과 및 진동측정 결과와 비교한다.

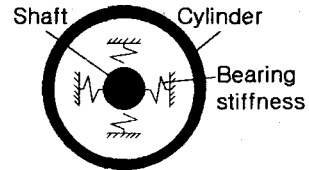
## 2. 이론적 해석

### 2.1 회전체의 전달행렬법 모델링

아래의 Fig. 2는 권사기의 스피들 유니트 회전체 시스템에 대한 전달행렬법 해석 모델이다. 그림에서 내부 회전축과 외부 박판 실린더는 모두 보요소(Beam element)로 모델링하였고 기하학적으로 축심도 일치하므로 하나의 직선처럼 나타내야 하겠지만 시각적으로 쉽게 구분할 수 있도록 하기 위하여 실제 시스템의 단면도 모습으로 표현하였다. 베어링은 볼베어링이므로 래디얼 강성(Radial stiffness)만 고려하고 감쇠는 무시하였다. 축의 강성은 보요소의 필드(Field) 행렬로 모델링하고, 질량관성은 절점에 집중시켰으며, 내부 회전축과 외부 박판 실린더가 결합되어 있는 부분은 내부 축에 비해 질량관성이 매우 크므로 자이로스코프 효과를 무시할 수 없다. 따라서 왼쪽 끝단의 절점에는 자이로스코프 효과(Gyroscopic effect) [1][2]를 고려하여 등가화시켰다.



(a) Whole model



(b) Cross section view at the bearing support  
Fig. 2 Mathematical model of the rotor system

Table 1. Parameters of the rotor system

Shaft (S45C)	Young's modulus	207(GPa)
	Density	7810( kg/m <sup>3</sup> )
Bearig (FAG#60006)	Radial Stiffness ( K <sub>yy</sub> , K <sub>zz</sub> )	36.86× 10 <sup>6</sup> (N/m)

내부 회전축과 박판 실린더의 재료는 S45C로 모두 동일하며 물성치는 Table 1과 같다.

### 2.2 고유진동 해석

회전축계의 고유치와 진동모드 해석을 위해 먼저 전달행렬법으로 계의 운동방정식을 구하였다.

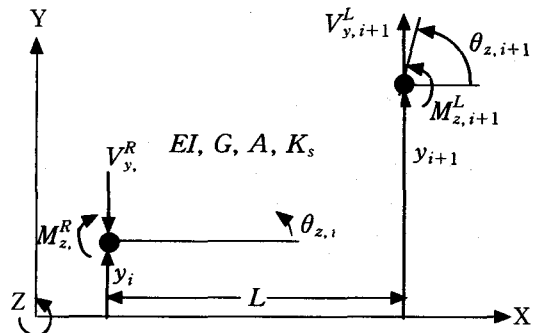


Fig. 3 Free-body diagram of the shaft element

먼저 Fig. 3과 같이 두 개의 절점  $i$ 와  $i+1$ 이 이루어진 보요소 또는 스프링요소의 강성에 대한 전달행렬법 방정식은 다음과 같다.

$$\{S\}_{i+1}^L = [F]_i \{S\}_i^R \quad (1)$$

여기서  $\{S\}$ 는 절점의 운동자유도를 나타내는 상태벡터로서 변위, 각도, 전단력, 굽힘모멘트로 이루어진  $\{y \ \theta_z \ V_y \ M_z\}^T$ 의 벡터이다. 그리고  $[F]$ 는 강성을 나타내는 필드행렬이다 [3].

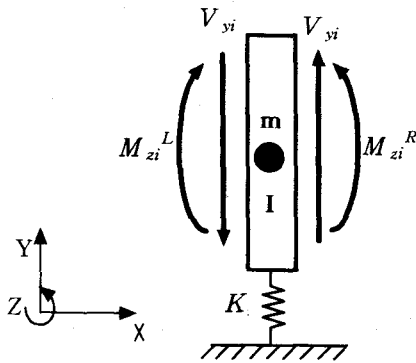


Fig. 4 State variables for the station

질량관성은 Fig. 4와 같이 절점에만 집중되어 (Lumped) 있고, 하나의 절점  $i$ 는 좌우에 인접하는 두 개의 요소에 속하게 되므로 절점  $i$ 의 집중 질량에 대한 좌우측 요소의 상태전달행렬법 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\{S\}_i^R = [P]_i \{S\}_i^L \quad (2)$$

여기서  $[P]$ 는 관성항을 나타내는 전달행렬이다 [3].

그러므로 질량관성과 강성이 모두 포함된 요소에 대한 전달행렬법 방정식은 식(2)을 식(1)에 대입하여 다음의 식(3)과 같이 구할 수 있다.

$$\{S\}_{i+1}^L = [F]_i [P]_i \{S\}_i^L \quad (3)$$

$N$ 개의 절점으로 이루어진 전체 회전체 시스템에 대한 운동방정식은 식(3)의 연속적인 곱으로 구할 수 있으며 결국 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\{S\}_N^L = [F]_N [P]_N \cdots [F]_1 [P]_1 \{S\}_1^L \quad (4)$$

그러면 최종적으로 구한 전체 시스템 운동방정식에 식(5)와 같은 자유단 경계조건을 적용하여 고유치 해석을 수행한다.

$$\begin{aligned} V_{y1} &= V_{yN} = 0 \\ M_{z1} &= M_{zN} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $V_y$ 는 절점에서의 전단력을,  $M_z$ 는 절점에서의 굽힘모멘트를 나타낸다.

## 2.4 해석결과

### 2.4.1 고유진동 해석 결과

회전축계의 고유진동 해석결과 고유진동수는 각각 32.83Hz에서 1차 진동모드가 발생하였고, 68.17Hz에서 2차 진동모드, 382.42Hz에서 3차 진동모드가 발생하였다. 각각의 모드 형상은 Fig.5 ~ Fig.7에 나타내었다. 각각의 그림에서 실선은 원래 모델링을 나타내고 점선은 모드형상을 나타낸다.

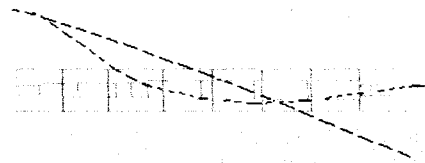


Fig. 5 1차 진동모드 형상 (32.83Hz)

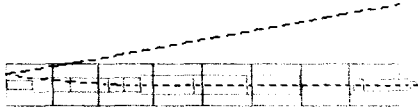


Fig. 6 2차 진동모드 형상 (68.17Hz)

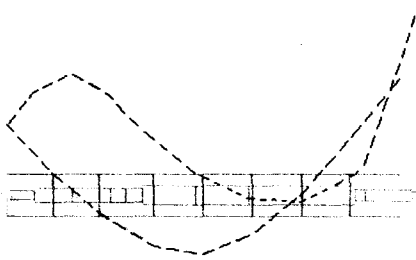


Fig. 7 3차 진동모드 형상 (570.15Hz)

### 3. 실험모드해석

#### 3.1 충격시험(Impulse Test)

회전축에 박판 실린더가 결합된 회전체 시스템의 실험적 모드 해석을 위해 Fig. 8과 같은 실험 장치를 구성하였다. 실험모드 해석을 위해 가장 많이 사용되는 충격시험을 하였으며, B&K3550type의 신호분석기와 가속도계 및 충격망치를 사용하였다. 그리고 실험모드해석 소프트웨어는 CADA-PC를 사용하였다.

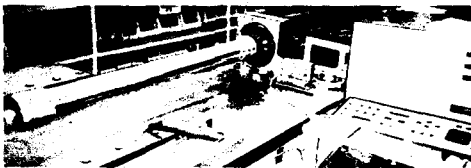


Fig. 8 Test setup for the modal test of the rotor spindle System

Fig. 9는 실제 시스템의 실험모드해석을 위한 가진점과 가속도응답 측정점의 기하학적 위치를

나타내고 있다. 모두 10개의 측정점을 설정하였고, 바깥쪽 박판 실린더 상의 Point 0에 가속도계를 부착, 충격망치의 타격점을 옮겨가며 충격시험을 실시하였다.

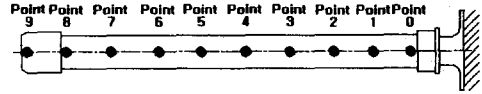


Fig. 9 Impact points for the modal test

Fig.10은 실험모드해석을 위하여 CADA-PC에 입력된 회전축 시스템의 형상 모델이다.

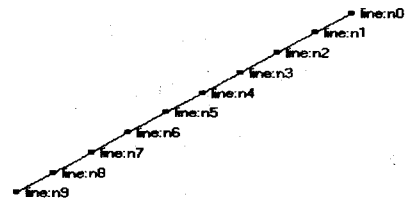


Fig. 10 Geometry model of the rotor spindle for experimental modal analysis using the CADA-PC

#### 3.2 실험모드해석 결과

실험모드해석 결과의 진동모드 형상을 각각 Fig. 11~ Fig.13에 나타내었다. 각각의 그림에서 실선은 원래 축 형상이고 점선은 실험모드형상을 나타낸다.

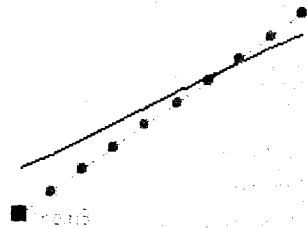


Fig. 11 The 1st mode by the experiment(30.18Hz)

교하면 Table 2와 같다.

Table 2. Comparison of analysis results

Number of mode shape	Natural frequency (Hz)		
	T.M.M.	Experiment	Run-Down
1	32.83	30.18	30.2
2	67.17	66.38	66
3	571.25	568.79	560

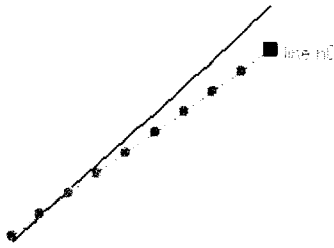


Fig. 12 The 2nd mode by the experiment(66.38Hz)

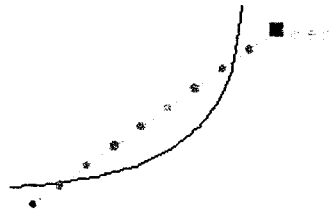


Fig. 13 The 3rd mode by the experiment(568.79Hz)

### 3.3 Run-Down Test

실제 시스템의 위험속도를 검토하기 위해 Run-Down Test를 실시하였다. 회전축을 25000rpm까지 회전시키고, Run-Down을 시키며 응답을 측정하였다. Fig. 14는 Run-Down Test의 결과를 나타낸다.

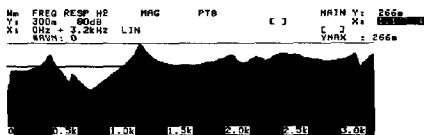


Fig. 14 spectrum of the Run-Down test

위의 그림에서 보듯이 30.2Hz, 66Hz, 560Hz에서 피크치가 나타나는 것을 확인할 수 있다.

### 3.4 모드해석 결과 비교 검토

회전체에 박판 실린더가 결합된 회전체 시스템의 전달행렬법을 사용한 모드해석 결과와 실험 모드해석 결과, 그리고 Run-Down Test 결과를 비

위 Table 2에서 보는 바와 같이 본 연구에서 해석하고자 하는 회전축에 박판 실린더가 결합된 유연회전체 시스템에 대하여 전달행렬법으로 해석한 결과와 실제 회전체 시스템의 실험모드해석 결과, 그리고 Run-Down Test의 결과가 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

## 4. 결론

본 연구에서는 회전축에 박판 실린더(Thin-walled Cylinder)가 결합된 유연회전체 시스템을 질량관성과 자이로스코픽 효과를 고려한 보요소와 베어링 강성요소로 모델링하고 전달행렬법을 이용하여 운동방정식을 구한 다음 고유진동과 진동모드해석을 수행하였다. 이론적 해석모델과 해석결과의 타당성을 검토하기 위하여 실험모드해석을 수행하였고, 또한 Run-Down Test를 수행하여 비교한 결과 서로 잘 일치하였다.

## 후기

본 연구는 (주)광진기계와 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터의 지원에 의한 것입니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) J. S. RAO, "Rotor Dynamics", New Age, Inc, 1996
- (2) D. CHILDS "Turbomachinery Rotordynamics", Wiley Interscience, 1993

- (3) 김현욱, "전달행렬법을 이용한 로터-베어링계의 동적특성에 관한 연구", 창원대학교, 석사학위논문, 1998
- (4) D. J. EWINS, "Modal Testing: Theory and Practice", B&K Korea Ltd. 1986
- (5) A. C. LEE, Y. KANG, S. L. LIU, "A Modified Transfer Matrix Method for Linear Rotor-Bearing Systems", Transactions of the ASME, Vol. 58, 1991
- (6) W. PILKEY, P. Y. CHANG, " Avoiding Iterative Searches to Find Critical Speeds of Rotating Shafts with the Transfer Matrix Method", ASME, 1972