

## 이족보행로봇의 동적보행과 역동역학 해석

박인규\* · 김진걸\*\*

### Dynamic Walking and Inverse Dynamic Analysis of Biped Walking Robot

In-Gyu Park, Jin-Geol Kim

**Key Words:** Dynamic walking (동적보행), Inverse dynamics (역동역학), Biped walking robot (이족보행로봇), Multibody dynamics (다물체 동역학), Velocity transformation matrix (속도변환행렬), Zero moment point (균형점).

#### Abstract

The dynamic walking and the inverse dynamics of the biped walking robot is investigated in this paper. The biped robot is modeled with 14 degrees of freedom rigid bodies considering the walking pattern and kinematic construction of humanoid. The method of the computer aided multibody dynamics is applied to the dynamic analysis. The equations of motion of biped are initially represented as terms of the Cartesian coordinates, then they are converted to the minimum number of equations of motion in terms of the joint coordinates using the velocity transformation matrix. For the consideration of the relationships between the ground and foot, the holonomic constraints are added or deleted on the equations of motion. The number of these constraints can be changed by types of walking pattern with three modes. In order for the dynamic walking to be stabilizable, optimized trunk positions are iteratively determined by satisfying the system ZMP(Zero Moment Point) and ground conditions.

#### 1. 서론

작업자나 일반차량의 접근이 어려운 작업환경이나 산업현장 등의 인간활동 중심으로 설계되어진 공간에서 인류를 보조하기 위하여 이족보행로봇의 연구가 활발히 진행중이다. 그러나 보행로봇 구조의 복잡성으로 인하여 필요이상의 생략 혹은 간략화 하여 동역학 해석을 수행하였다.<sup>(1-7)</sup>

최근에는 60년대 중반이후 항공우주분야에 널리 적용되고 있고, 컴퓨터의 발전과 더불어 더욱 발전을 이루고있는 다물체 동역학 방법을 이용하여 다양한 기구시스템의 모델링과 해석결과를 향

상시켰다. 특히, 조인트 좌표방식을 이용하여 운동방정식 구성이 체계적성과 효율성을 모두 가지게 하였다.<sup>(8-13)</sup>

본 논문에서는 이족보행로봇의 구조를 14자유도의 다물체 동역학 모델로 구성한다. 모델링된 보행로봇에 도식이론을 적용하여 보행로봇의 형상정보를 얻고, 이것과 조인트 정보를 이용하여 속도변환행렬을 구성하여 절대좌표 방식으로 구성된 다물체 동역학 방정식을 조인트 좌표방식으로 변환한다. 보행 중 동적안정을 유지하기 위하여, ZMP의 조건뿐만 아니라, 지면의 접촉과 마찰의 조건을 모두 만족하는 균형추의 운동을 FFT 방법을 이용하여 결정한다. 또한 보행 중 발과 지면과의 관계를 고려하여 세 가지 운동모드로 구분하여 역동역학 해석을 수행한다.

\* 인하대학교 대학원 자동화공학과

\*\* 인하대학교 기계·항공·자동화공학부 교수

## 2. 다물체 동역학 모델링

본 논문의 모의실험에 사용된 이족보행로봇의 모델은 Fig. 1과 같다. 각 다리를 6자유도로, 균형 추 부분을 2자유도로 모델링하여 모두 아홉 개의 물체로 이루어진 14자유도의 다물체 동역학 모델이다. 외부의 구속에서 자유롭기 위하여 임의의 공간상에 존재하는 것으로 가정한다.

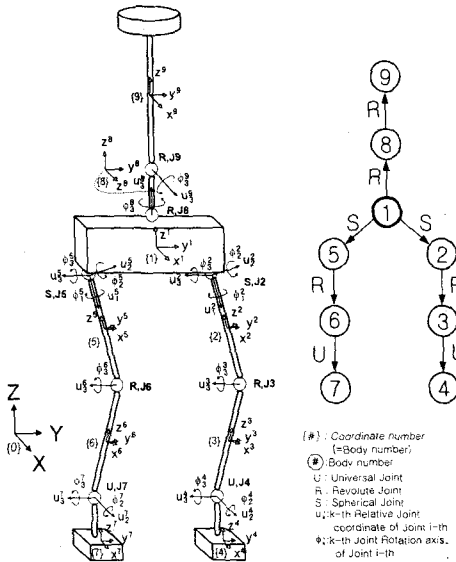


Fig. 1 Biped system configuration

도식이론(graph theory)을 적용하여 시스템의 형상을 나타낼 경우 Fig. 1의 (b)와 같이 분지 구조(tree structure)를 이룬다. 이 분지 구조로부터 물체 1이 시스템의 주 물체가 됨을 알 수 있다. 또한 이 주 물체를 중심으로 경로행렬  $\Pi$ 를 구성하면 다음과 같다.<sup>(12)</sup>

$$\Pi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

위의 경로행렬의  $i$ 번째 행에서 0이 아닌 열의 수는 기준 물체에서 물체  $i$ 까지의 방향경로를 따라 물체  $i$ 에 기구학적 영향을 미치는 물체들을 나타낸다.

본 시스템에서는 각 물체의 기준물체에 대한 상대좌표  $\phi$ 를 일반화좌표로 정의한다. Table 1은 상대조인트좌표와 일반화좌표들을 나타낸다. 여기서, 주 물체인 물체 1의 상대좌표는 관성좌표계에 관한 절대좌표로 정의한다.

Table 1. Definition of generalized coordinates

body No.	joint type	reference body	relative joint coord.s	joint axes	generalized coord.s
1	Free joint	0	$[r^1, p^1]^T$		$q_1, q_2, q_3$ $q_4, q_5, q_6, q_7$
2	S	1	$[\phi_1^2, \phi_2^2, \phi_3^2]^T$	$[u_1^2, u_2^2, u_3^2]$	$q_8, q_9, q_{10}$
3	R	2	$\phi_3^3$	$u_3^3$	$q_{11}$
4	U	3	$[\phi_1^4, \phi_2^4]^T$	$[u_1^4, u_2^4]$	$q_{12}, q_{13}$
5	S	1	$[\phi_1^5, \phi_2^5, \phi_3^5]^T$	$[u_1^5, u_2^5, u_3^5]$	$q_{14}, q_{15}, q_{16}$
6	R	5	$\phi_3^6$	$u_3^6$	$q_{17}$
7	U	6	$[\phi_1^7, \phi_2^7]^T$	$[u_1^7, u_2^7]$	$q_{18}, q_{19}$
8	R	1	$\phi_3^8$	$u_3^8$	$q_{20}$
9	R	8	$\phi_3^9$	$u_3^9$	$q_{21}$

위에서 구한 경로행렬과 각 조인트의 정보를 이용하여 속도변환행렬을 구성한다.

## 3. 운동방정식

이족보행로봇의 운동방정식은 라그랑지 방정식과 가상일(virtual work)의 원리를 이용하여 구성한다. 운동방정식은 기구학적구속의 효과를 포함하기 위하여 라그랑지 승수를 도입하여 미분-대수 방정식으로 구성된다. 이 구속은 보행 모드별로 그 종류와 개수가 바뀐다.<sup>(11,12,14,15)</sup>

우선, 보행로봇에 작용하는 기구학적 구속에는 각 조인트를 나타내는 조인트구속들과 발과 지면 사이의 관계를 나타내는 절대구속이 있고, 원하는 운동을 표현하기 위한 구동구속이 있다. 절대구속은 두 발과 지면과의 관계에 따라 Fig. 2와 같이 세 가지의 모드로 구속을 변화하면서 운동을 묘사한다. 모드 1은 보행의 시작이나 스윙운동을 하기 위하여 다리를 들어올리는 운동이고, 모드 2는 일반적인 전진운동인 스윙운동구간이다. 그리고 모드 3은 스윙운동을 마친 발이 지면에 착지하는 운동을 각각 나타낸다. 그래서 기구학적 구속은 식(2)와 식(3)으로 세분화하여 표현할 수 있다.

$$\Phi^K(u) = 0 \quad (2)$$

$$\Phi^M(u) = 0 \quad (3)$$

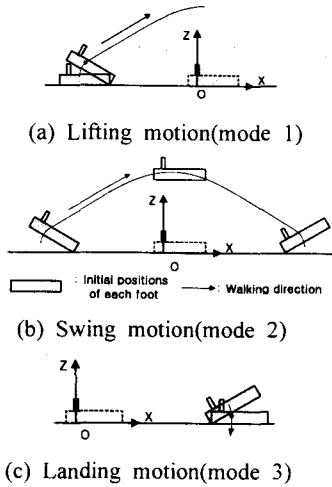


Fig. 2 Feet motion with three modes

여기서, 첨자  $K$ 는 조인트구속을 나타내며, 첨자  $M$ 은 각 모드별로 구성되는 절대구속이다. 식(2)와 식(3)의 시간 변화율을 구하여 속도방정식을 식(4)와 식(5)으로, 가속도 방정식을 식(6)과 식(7)로 각각 나타낼 수 있다.

$$\Phi_u^K \dot{u} = 0 \equiv \nu^K \quad (4)$$

$$\Phi_u^M \dot{u} = 0 \equiv \nu^M \quad (5)$$

그리고

$$\Phi_u^K \ddot{u} = -(\Phi_u^K \dot{u})_u \dot{u} \equiv \gamma^K \quad (6)$$

$$\Phi_u^M \ddot{u} = -(\Phi_u^M \dot{u})_u \dot{u} \equiv \gamma^M \quad (7)$$

이다. 이 가속도 방정식(6)과 식(7)은 시스템의 운동방정식과 결합하여 미분-대수 방정식을 구성한다. 그러나 이 식은 절대좌표로 구성되어 있으므로 최대 운동방정식의 수를 생성하는 단점이 있다. 최소 운동방정식의 수를 가지도록 조인트좌표의 향으로 운동방정식을 변환하여야 한다.

조인트 좌표계로 운동방정식을 변환하기 위하여, Table 1에서와 같이 두 링크의 기준물체에 대한 상대 값이 일반화 좌표가 되도록 벡터  $q$ 로, 조인트 속도벡터는  $\dot{q}$ 로 정의한다. 조인트좌표벡터  $q$ 와 절대좌표벡터  $u$ 사이의 선형변환은 식(8)과 같은 관계를 가진다.

$$u = B\dot{q} \quad (8)$$

여기서, 행렬  $B$ 는 속도변환행렬이다. 식(8)을

식(4)에 대입하면  $\Phi_u^K B\dot{q} = 0$ 가 된다. 즉, 속도변환행렬  $B$ 는 자코비안 행렬  $\Phi_u^K$ 와 직교함을 알 수 있다. 식(8)의 시간 변화율인 가속도 변환식은 식(9)와 같다.

$$\ddot{u} = B\ddot{q} + \dot{B}\dot{q} \quad (9)$$

절대좌표계로 구성된 시스템 미분-대수방정식에서 조인트구속과 절대구속으로 세분화하여 표현하고 식(8)과 식(9)를 대입한 후,  $B^T$ 를 양변에 곱한다. 그리고  $B$ 와  $\Phi_u^K$ 의 직교함을 적용하여 가속도 방정식(6)과 함께 미분-대수방정식을 구성하면 다음 식(10)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \Phi_q^{M^T} \\ \Phi_q^M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g} \\ \bar{\gamma}^M \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서

$$\bar{M} = B^T M B$$

$$\bar{g} = B^T (g - M\dot{B}\dot{q})$$

$$\Phi_q^M = \Phi_u^M B$$

$$\bar{\gamma}^M = \gamma^M - \Phi_u^M \dot{B}\dot{q}$$

이다. 이 식은 구속을 받는 기계시스템에 대한 조인트 좌표계로 표현한 미분-대수 방정식형태의 운동방정식이다.

#### 4. 동적 보행 계획

동적으로 안정된 보행을 위하여, 균형추의 운동은 계획된 ZMP의 계획조건뿐만 아니라, 지면과의 접촉 및 마찰의 조건도 만족하여야 한다. 이 장에서는 ZMP와 접촉 및 마찰의 조건에 대하여 나타낸다.<sup>(5-7)</sup>

##### 4.1 ZMP의 조건

임의의 공간에  $i$ 개의 질점이 존재한다. 이때 질량이 각각  $m_i$ 이고, 관성좌표계  $O-XYZ$ 에 관하여 각각  $[x_i, y_i, z_i]^T$ 의 위치에 놓여있다. 이때 지면상의 임의의 위치에 대한 모멘트 평행방정식을 세우면 그 임의의 위치에서는 모멘트가 영이 된다. 이 점을 ZMP이라 정의한다. 이 점의

위치는 평면상에  $[X_{zmp}, Y_{zmp}, 0]^T$ 로 나타낸다. 모멘트 평형방정식을 질점계 전체에 대하여 D'Alembert의 원리를 적용한 후 ZMP의 향으로 정리하면 식(11)과 식(12)로 표현된다.

$$X_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z) x_i - \sum_{i=1}^n (\ddot{x}_i + G_x) z_i}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z)} \quad (11)$$

$$Y_{zmp} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z) y_i - \sum_{i=1}^n (\ddot{y}_i + G_y) z_i}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{z}_i + G_z)} \quad (12)$$

여기서,  $G = [G_x, G_y, G_z]^T$ 는 중력 가속도를 나타낸다.

해석의 편의를 위하여, 위의 식(11)과 식(12)을 Fig. 3와 같이 상대좌표의 개념을 적용하여 이동 좌표계  $\bar{O}-\bar{XYZ}$ 에 기준한 균형추의 항들을 식의 좌변에, 나머지 항들을 우변으로 이항한 후  $\alpha(t)$ 와  $\beta(t)$ 로 나타내면 식(13)과 식(14)로 표현된다.

$$\bar{z}_T \ddot{x}_q + \bar{z}_T G_x + \bar{z}_T \ddot{x}_{zmp} + (\bar{z}_T + z_q) \ddot{x}_T - (\ddot{x}_T + \ddot{z}_q + G_x) \bar{x}_T = \alpha(t) \quad (13)$$

$$\bar{z}_T \ddot{y}_q + \bar{z}_T G_y + \bar{z}_T \ddot{y}_{zmp} + (\bar{z}_T + z_q) \ddot{y}_T - (\ddot{y}_T + \ddot{z}_q + G_y) \bar{y}_T = \beta(t) \quad (14)$$

여기서,  $[x_q, y_q, z_q]^T$ 는 관성좌표계  $O-XYZ$ 에서 기준물체에 부착된 이동좌표계  $\bar{O}-\bar{XYZ}$ 까지의 거리를 나타내고,  $[\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}]^T$ 는 이동좌표계에서 각각의 질점들의 위치이며,  $[\bar{x}_T, \bar{y}_T, \bar{z}_T]^T$ 는 이동좌표계를 기준한 균형추의 위치를 나타낸다.

그러나, 식(13)과 식(14)는 랭크(rank)가 2인 비선형 미분방정식이다. 또한  $\bar{z}_T$ 의 항들로 결합(coupled)되어 해석적으로 풀이하기 어렵다. 이러한 문제점들을 해결하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입한다.

$$\bar{z}_T + z_q = \text{constant}, \quad \ddot{\bar{z}}_T = 0 \quad (15)$$

그러면, 식(16)과 식(17)처럼 독립선형미분방정식을 얻을 수 있다.

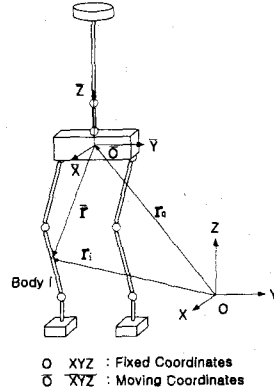


Fig. 3 Moving coordinate frame

$$(\bar{z}_T + z_q) \ddot{x}_T - g_z \bar{x}_T = \alpha'(t) \quad (16)$$

$$(\bar{z}_T + z_q) \ddot{y}_T - g_z \bar{y}_T = \beta'(t) \quad (17)$$

여기서

$$\alpha'(t) = \alpha(t) - \bar{z}_T \ddot{x}_q - \bar{z}_T g_x$$

$$\beta'(t) = \beta(t) - \bar{z}_T \ddot{y}_q - \bar{z}_T g_y$$

이다. 위의 식(16)과 식(17)은 특성방정식의 근이 양의 실근을 가지므로 초기치 문제로는 해결할 수 없다. 그러나 정상상태 보행에서는 ZMP의 궤적과 두 다리 운동이 주기적으로 이동 좌표계  $\bar{O}-\bar{XYZ}$ 에 작용하므로, 운동의 시작에서 운동의 끝까지의 전 운동을 하나의 주기운동으로 보고 식(16)과 식(17)의 근사 주기 해를 FFT방법을 이용하여 반복적으로 엄밀해를 구한다.

#### 4.2 지면접촉 및 마찰조건

균형추의 위치를 결정하기 위한 ZMP 방정식을 식(16)과 식(17)로부터 구하였다. 그러나, 이 방정식은 시스템을 질점으로 가정하였으므로 실제의 강체 모델과는 많은 차이를 가진다. 그래서 본 논문에서는 다음 접촉조건 식(18)과 마찰조건 식(19)를 발과 지면사이에 부과하여 균형추의 위치 궤적이 ZMP의 조건뿐만 아니라 접촉과 마찰의 조건이 모두 만족되도록 한다.

$$f_z^M \geq 0 \quad (18)$$

$$\sqrt{(f_x^M)^2 + (f_y^M)^2} \leq \mu_s f_z^M \quad (19)$$

여기서,  $f_z^M$ 는 지면반력의 수직력성분을 나타내고 지면반력의 수평력  $f_x^M$ 와  $f_y^M$ 는 지면반력의 수평력 성분을 각각 나타낸다. 그리고  $\mu_s$ 는 정지마찰계수를 나타내고,  $\mu_s f_z^M$ 은 정지마찰력이다.

### 5. 역동역학 해석

식(10)에서 시스템이 구속을 받지 않는 경우의 자유도가  $n$ 이다. 이때 각 모드의 변화에 따른 구속조건  $m_m$ 개의 절대구속의 첨가로 시스템의 자유도가  $n - m_m$ 개로 변한다. 이 장에서는 식(10)에  $n - m_m$ 개의 구동구속을 첨가하여, 지면반력과 조인트 구동력을 구한다. 식(17)에 구동구속을 첨가한 경우는 식(20)과 같이 표현된다.

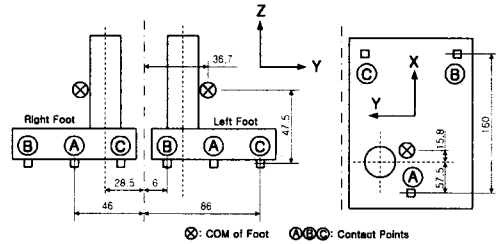
$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \Phi_q^{MT} & \Phi_q^{DT} \\ \Phi_q^M & 0 & 0 \\ \Phi_q^D & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{q} \\ \lambda^M \\ \lambda^D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g} \\ \bar{\gamma}^M \\ \bar{\gamma}^D \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서,  $\Phi_q^D$ 는 구동구속의 자코비안 행렬을 나타낸다. 모드별로 구동구속  $\Phi^D(q, t)$ 가 작용하는 조인트의 위치는 Table 2에 나타내었다.  $q_i(t)$ 는 식(2)에서 식(7)의 기구학 해석을 통하여 얻은 상대 조인트 값으로 변환된 조인트 궤적이다. 그리고  $\bar{\gamma}^D = \dot{q}_i(t)$ 이다. 위의 식(20)을 대수적으로 풀이하면, 지면반력  $\lambda^M$ 과 조인트의 구동력  $\lambda^D$ 를 각각 얻을 수 있다.

Table 2에는 보행 중 발의 지면과의 관계에 따른 세 가지 모드에 대한 구속조건과 시스템의 자유도를 나타낸다. 모드 1은 한 발은 지면에 고정되어있고, 나머지 한발은 Fig. 4의 점 B와 점 C를 회전중심으로 하여 회전운동을 한다. 이때, 두 점 B와 C가 동시에 지면에 접하게 되어 절대구속의 여섯 개 방향 벡터 중 한 개가 여유자유도를 가지므로 제거해 주어야 한다. 이때 시스템은 9자유도가 된다. 모드 2는 시스템이 개방형 구조를 이루므로 자유도는 조인트의 수와 같은 14자유도가 된다. 모드 3은 착지운동의 구간이므로, 지면에 접하는 순간의 발이 Fig. 4의 점 A가 지면과 접하고, 이 점 A를 중심으로 회전운동을 하면서

Table 2. Kinematic model for each mode

	Mode 1	Mode 2	Mode 3
No. of Generalized Coordinates( Nc )	Bodies 9	Nc = 9 × 7 = 63	
No. of Holonomic Constraints			
-Spherical Joint(J2,J5)	6	6	6
-Universal Joint(J4,J7)	8	8	8
-Revolute Joint(J3,J6,J8,J9)	20	20	20
-Euler Parameter	9	9	9
-Absolute Position(A,B,C)	(2×3)-1=5		3
-Ground(Feet)	6	6	6
Total No. of Holonomic Constraints(Nh)	54	49	52
DOF (=Nc-Nh )	9	14	11
Driving Constraints $q_i(t)$ (=No of DOF)	$q_{10}, q_{11}, q_{13}, q_{14}, q_{16}, q_{17}, q_{19}, q_{20}, q_{21}$	$q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{18}, q_{19}, q_{20}, q_{21}$	$q_8, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{19}, q_{20}, q_{21}$



(a) Frontal view (b) Top view of right foot  
Fig. 4 Feet modeling with 3 points on the sole [mm]

지면에 착지한다. 이때의 절대구속은 한 개의 점에 대한 절대위치구속이 된다. 이때 시스템은 11 자유도가 된다.

세 개의 점이 동시에 지면과 접하는 발의 각 점의 지면반력은 지면구속조건을 이용하여 그 발의 CG에 작용하는 반력과 모멘트를 구한 후, 각 점에 대한 반력으로 분산시켜 결정한다.

### 6. 모의실험

본 논문의 모의실험은 이족보행로봇이 2sec동안 정지한 상태를 유지하면서 초기위치를 결정한 후, 12sec동안 네 보를 동적 안정을 유지하면서 전진운동을 수행한다. 그리고 다시 2sec동안 정지하는 운동을 하는 총 16sec동안 완전보행운동을 한다.

모델의 물성치를 Table 3에 나타내었고 물체 1과 두 발의 절대 운동궤적을 Fig. 5와 Fig. 6에 각각 나타내었다. 물체 1의 높이는 40cm로 전 보행

Table 3. Material properties of biped system

Body Name (Body No.)	Length [m]	Mass [Kg]	Inertia [Kg · m <sup>2</sup> ]	Product of Inertia [Kg · m <sup>2</sup> ]
Pendulum (9)	0.380	15.367	Jxx: 0.10236 Jyy: 0.10466 Jzz: 0.05210	Jxy: 0.0 Jyz: 0.0 Jzx: 0.0001
Pendulum Base (8)	0.076	5.004	0.01908 0.02104 0.02075	0.0 0.0 -0.00563
Hip (1)	0.139	5.367	0.02473 0.02409 0.01532	0.0 0.0 -0.00046
Left Upper Leg (2)	0.150	5.459	1.38603 1.37729 0.01523	-0.00001 -0.00800 0.00005
Right Upper Leg (5)	0.150	5.459	1.38603 1.37729 0.01523	-0.00001 -0.00800 -0.00005
Left Lower Leg (3)	0.150	3.714	0.02120 0.01930 0.00772	-0.00001 -0.00314 0.00005
Right Lower Leg (6)	0.150	3.714	0.02120 0.01930 0.00772	0.00001 0.00314 0.00005
Left Foot (4)	0.0885	2.014	0.00422 0.00773 0.00500	-0.00002 -0.00028 -0.00067
Right Foot (7)	0.0885	2.014	0.00422 0.00773 0.00500	0.00002 0.00028 -0.00067
Total	0.9835	46.124		

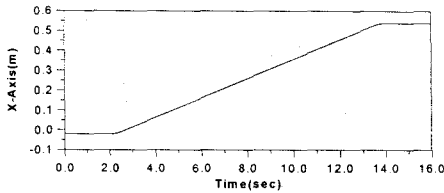


Fig. 5 Cartesian position trajectory of body

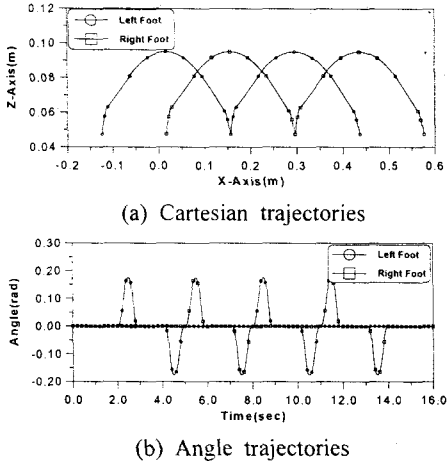


Fig. 6 Cartesian position and orientation of feet during four steps

구간에서 동일하다. 한 보폭은 14cm/step이고 시간은 3sec/step이다.

이 절대 운동궤적을 입력으로 식(16)과 식(17)을 풀이하여 균형추의 운동궤적을 얻는다. 이 균형추의 운동궤적을 통한 시스템의 보행이 식(18)

과 식(19)를 만족하도록 보완한 균형추의 궤적과 제시된 ZMP의 궤적을 Fig. 7에 나타내었다. 여기서, 제시된 ZMP의 궤적은 Fig. 4의 발바닥을 안정영역으로 하여 ZMP의 궤적이 존재하도록 계획하여야 한다.

얻어진 최적의 균형추 궤적과 물체 1과 두 발의 절대궤적을 이용하여 위치와 속도해석을 수행하여 얻은 운동의 정보들을 조인트좌표 값으로 변환하여 식(20)를 풀이하면, 운동에 필요한 구동력과 지면반력의 정보를 얻을 수 있다. Fig. 8는 각 다리의 관절과 균형추의 관절에 작용하는 구동력을 각각 나타낸다. 또한 Fig. 9은 이때 각 발바닥의 점들에 작용하는 최대 정지마찰력과 지면반력의 수평력의 합과의 관계를 각각의 발에 대하여 나타낸다.

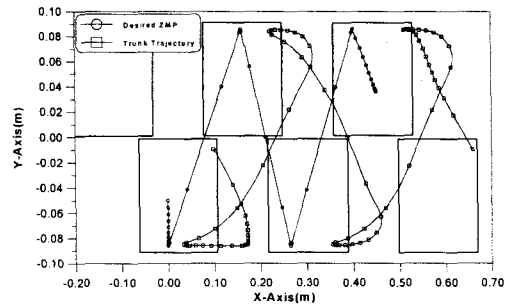
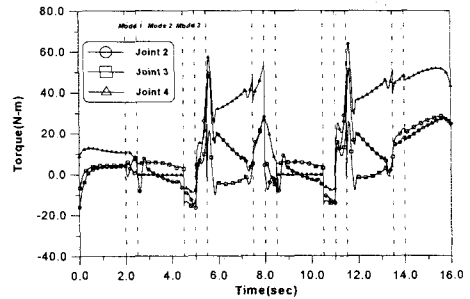
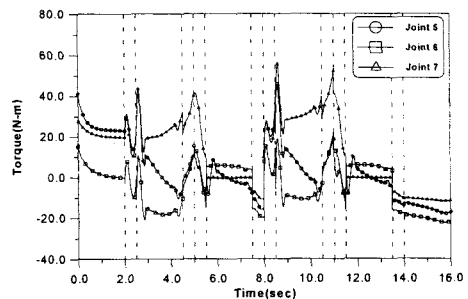


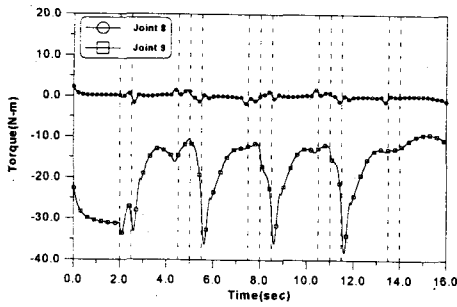
Fig. 7 Desired ZMP and trunk trajectories



(a) Driving torques for left leg

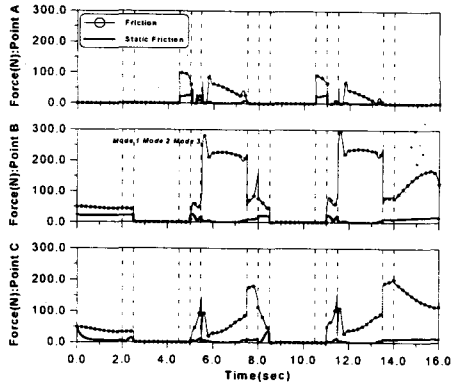


(b) Driving torques for right leg

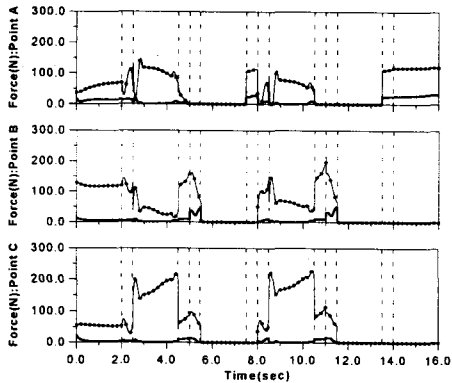


(c) Driving torques for trunk

Fig. 8 Driving torques for each joints



(a) Normal reaction forces for left foot



(b) Normal reaction forces for right foot

Fig. 9 Normal reaction forces at point A, B, and C of feet ( $\mu_s = 0.7$ )

Fig. 8에서는 구동력의 변화가 구속조건이 철회되거나 혹은 제거되는 각 모드의 변환구간인 지면과의 접촉 및 이탈순간에 큰 불연속이 발생함을 알 수 있다. 그리고 발목관절(조인트 4와 7)에서 가장 큰 구동력이 작용하고, 큰 변화가 있음을 알 수 있다. 반면, 무릎의 관절(조인트 3과 6)에서 가장 작은 구동력이 발생함을 알 수 있다.

Fig. 9에서는 발바닥의 각 점들의 수평반력의 합이 정지마찰력보다 작게 작용하여 운동의 전 구간에서 미끄러짐의 현상이 없이 보행을 함을 알 수 있다. 그러나, 각 모드의 변환구간에서 점 A가 간헐적으로 지면에서 이탈현상이 발생함을 알 수 있지만 나머지 두 점 B와 C, 그리고 다른 발의 지면 접촉점들이 마찰과 접촉의 조건을 만족하고 있으므로 미끄러짐을 방지한다.

Fig. 10는 본 논문에서 제안된 방법을 모의실험을 수행하였을 경우에 Fig. 1의 이족보행로봇이 동적보행을 수행하는 모습을 막대그림(stick diagram)으로 각 방향에서 나타낸 그림이다. 참고문헌 5의 결과와 비교할 때, 본 논문의 보행시간이 상대적으로 길어 균형추의 운동이 크게 나타남을 알 수 있다.

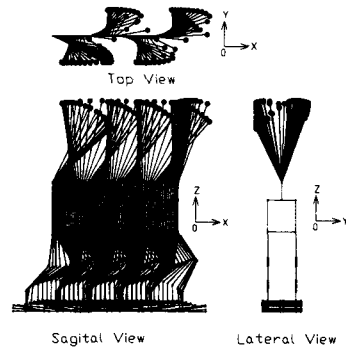


Fig. 10 Simulation for dynamic walking (length:14cm/step, time:3sec/step)

## 7. 결론

본 논문에서는 이족보행로봇을 다물체 동역학 방법을 이용하여 모델링하고, 속도변환행렬 기법을 이용하여 조인트 좌표계로 운동방정식을 구성하였다. 또한 동적 보행을 위하여 균형추의 운동 궤적을 ZMP의 조건뿐만 아니라 지면과의 접촉 및 마찰의 조건을 모두 만족하도록 결정하였다. 그리고 이 운동에 필요한 구동력을 계산하였다. 본 연구를 통하여 다음을 알 수 있었다.

(1) 다물체 동역학 기법 중, 비교적 운동방정식의 구성과 개념상 쉬운 절대좌표계에서 복잡한 이족보행로봇의 운동방정식을 구성한 후, 속도변환기법을 이용하여 최소의 운동방정식을 가지는 조인트 좌표계로의 변환을 체계적으로 수행할 수 있었다.

(2) 구속조건이 한 보폭에서 세 가지 모드로 변화를 하면서 보행을 수행하였다. 연속적인 보행모드의 변화에도 구속조건의 벗어남이나 시스템의 발산 등의 현상 없이 안정적이고 정밀하게 해석을 수행 하였다.

(3) ZMP 방정식의 모델이 질점으로 이루어져 동적 보행을 보장을 위한 기준으로서는 불안전하였다. 그래서 지면의 접촉과 마찰의 조건을 추가하여 이들의 조건을 모두 만족하는 균형추의 운동을 얻을 수 있었다.

(4) 동적 보행으로 인하여 발바닥에 있는 세 개의 점이 스윙운동모드에서는 모두 접촉과 마찰 조건을 모두 만족하였지만, 두 발 지지단계인 모드 1과 모드 3에서는 점 A가 간헐적으 지면에서 떨어짐을 알 수 있었다. 그러나, 이때 나머지 점 B와 점 C 및 나머지 발의 점들이 접촉 및 마찰의 조건을 모두 만족하여 동적 안정을 유지함을 알 수 있었다.

### 참고문헌

- (1) J. Furusho and A. Sano, "Sensor-Based Control of a Nine-Link Biped," *J. of Robotics Research*, Vol. 2, No. 2, pp. 83-98, 1990.
- (2) C. L. Shin, "The Dynamics and Control of a Biped Walking Robot with Seven Degrees of Freedom," *J. of Dynamic, Systems, Measurement, and Control*, Vol. 118, pp. 683-690, 1996.
- (3) K. Mitobe, N. Mori and Y. Nasu, "Control of a Biped Walking Robot during the Double Support Phase," *Autonomous Robots*, Vol. 4, pp. 287-296, 1997.
- (4) M. Ito and T. Narikiyo, "Analysis and Control of Biped Locomotion Subject to Constraints," *Advanced Robotics*, Vol. 1, No. 2, pp. 165-176, 1986.
- (5) A. Takanishi, "Robot Biped Walking Stabilized with Trunk Motion," *Robots and Biological Systems, Towards a New Bionics*, Springer-Verlag, pp. 271-291, 1989.
- (6) W. Blajer and W. Schiehlen, "Walking without Impacts as a Motion/Force Control Problem," *J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 114, pp. 660-665, 1992.
- (7) Y. Fujimoto, S. Obata and A. Kawamura, "Robust Biped Walking with Active Interaction Control between Foot and Ground," *Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2030-2035, 1998.
- (8) In-Gyu Park and Jin-Geol Kim, "A Study on the Control for Impactless Gait of Biped Robot," *Proc. 12th KACC*, pp. 536-539, 1997.
- (9) R. A. Wehage and E. J. Haug, "Generalized Coordinate Partitioning of Dimension Reduction in Analysis of Constrained Dynamic Systems," *J. of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 247-255, 1982.
- (10) P. E. Nikravesh and I. S. Chung, "Application of Euler Parameters to the Dynamic Reduction in Analysis of Constrained Dynamic Systems," *J. of Mechanical Design*, Vol. 104, pp.785-791, 1982.
- (11) P. E. Nikravesh and G. Gim, "Systematic Construction of the Equations of Motion for Multibody Systems Containing Closed Kinematic Loops," *J. of Mechanical Design*, Vol. 115, pp.143-149, 1993.
- (12) S. S. Kim and M. J. Vanderploeg, "A General and Efficient Method for Dynamic Analysis of Mechanical Systems using Velocity Transformations," *J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 176-182, 1986.
- (13) DADS User Manual. Ver. 7.5, Computer Aided Design Software Inc., Oakdale, IA, USA.
- (14) S. C. Wu, S. M. Yang, and E. J. Haug, "Dynamics of Mechanical Systems with Coulomb Friction, Stiction, Impact, and Constraint Addition-Deletion," *Univ. of Iowa Tech. Report No. 84-19*, 1984.
- (15) E. J. Haug, "Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Vol. I, Basis Methods," *Allyn and Bacon*, 1989.
- (16) Higdon, Stiles, Davis, Evces, and Weese, "Engineering Mechanics, Dynamics," *Prentice Hall*, 1979.