

# 시변 절환면을 갖는 슬라이딩 모드에 의한 차량의 횡방향 운동제어

이창로\* · 양현석\*\* · 박영필\*\*\*

## Control of Vehicle Lateral Dynamics using Sliding Mode with Time-Varying Switching Surface

Chang-Ro Lee, Hyun-Seok Yang and Young-Pil Park

**Key Words:** Vehicle Dynamics (차량동역학), Sliding Mode Control (슬라이딩 모드 제어), Time-Varying System (시변계), Model Following (모델 추종)

### Abstract

This paper presents a design of the controller for vehicle lateral dynamics using active yaw moment. Vehicle lateral motion is incorporated with directional controllability and stability. These are conflicting each other from the view of vehicle handling performance. To compromise the trade-off between these two aspects, we suggest a new control algorithm based on the sliding mode with time-varying switching surface according to the body side slip angle. The controller can deal with the nonlinear region in vehicle driving and be robust to the parameter uncertainties in the plant model. Control performance was evaluated from the simulation.

### 1. 서론

최근 차량주행은 운전자의 조작이외에 차량운동 제어장치의 도움으로 그 운동성능이 크게 향상되고 있다. 이중에 차량의 횡방향 운동에 대한 것으로 타이어의 선회력을 이용하는 4WS(Four Wheel Steering)장치[1-2]와 타이어의 제동력을 이용하는 VDC(Vehicle Dynamics Control)장치[3-4]가 있다. 이중에 VDC는 주행중 차량의 운동이 운전자가 원하는 운동이 가능하도록 능동 요-모멘트를 발생시켜 차량운동을 제어함으로써 조종성 및 안정성을 향상시키고자하는 장치이다.

VDC장치에 대한 초기 연구에는 차량의 횡슬립각을 영으로 되도록 하여 차량의 안정성만을 주

로 향상시키고자 하였다[5]. 그러나 정상상태에서의 차량응답 측면에서 보면 이는 요-레이트를 감소시켜 조종성을 떨어뜨린다. 이를 개선하고자 요-레이트 모델 추종제어[6]가 연구되었는데 이것은 타이어의 선회력이 포화상태로 되는 비선형 영역에서는 횡슬립각이 증가하여 안정성마저도 보장할 수 없게 된다.

본 논문에서는 이렇게 성능 측면에서 상충관계에 있는 차량의 횡방향운동 특성인 조종성과 안정성을 주행상황에 따라 타협할 수 있고, 또한 차량 파라메타의 변동에도 강건한 VDC제어기를 설계하고 그 제어성능을 시뮬레이션에 의해 평가하고자 한다.

### 2. 차량모델

본 논문에서 VDC제어기 설계에 사용된 차량 모델은 그림1과 같이 선회운동을 나타내는 횡방

\* 쌍용자동차 기술연구소  
 \*\* 회원, 연세대학교 기계공학과  
 \*\*\* 회원, 연세대학교 기계공학과

향과 요-방향의 2자유도비선형 차량모델이다.

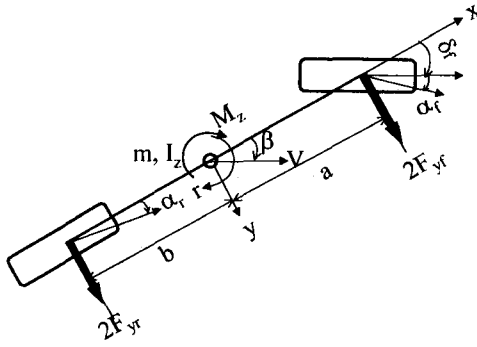


Fig. 1 2-DOF Vehicle Model

### 2.1 운동방정식

차속이 일정하다고 가정하면 이 모델에 대한 운동방정식은 다음 식과 같다.

$$\dot{x} = f(x, \delta_f) + bu \quad (1)$$

여기서,  $x = \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}$ ,  $u = M_z$ ,

$$f(x, \delta_f) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{mV}(2F_{yf} + 2F_{yr}) - r \\ \frac{1}{I_z}(2aF_{yf} - 2bF_{yr}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

로서  $\beta$ 는 차체의 횡슬림각,  $r$ 는 요-레이트,  $m$ 은 차량질량,  $I_z$ 는 요-관성모멘트,  $V$ 는 차속,  $a, b$ 는 무게중심에서 전,후축까지의 거리,  $\delta_f$ 는 전륜조향각,  $M_z$ 는 능동 요-모멘트이고,  $F_{yf}, F_{yr}$ 는 전,후륜 타이어의 선회력으로 Pacejka의 Magic Formula[7]를 사용하여 다음 식으로 나타낸다.

$$F_{y_i} = f_{y_i}(\alpha_i, F_{z_i}, \mu_R), \quad i = f, r \quad (3)$$

여기서  $F_{z_i}$ 는 타이어 수직하중,  $\mu_R$ 는 노면마찰계수이며,  $\alpha_i$ 는 타이어 슬림각인데 전,후륜 타이어에서 다음 식과 같다.

$$\alpha_f = \beta + \frac{ar}{V} - \delta_f, \quad \alpha_r = \beta - \frac{br}{V} \quad (4)$$

### 2.2 파라메타의 불확실성

강건한 제어기 설계를 위하여 파라메타의 불확실성을 고려한다. 즉 식(1)에서  $f, b$ 가 정확히 알려져 있지 않고 공칭값  $\hat{f}, \hat{b}$ 와 불확실성의 범위가 다음과 같이 알려져 있다고 가정한다.

$$|f_i - \hat{f}_i| \leq F_i, \quad i = 1, 2$$

$$0 < b_{2_{\min}} \leq \hat{b}_2 \leq b_{2_{\max}}$$

이때  $b_2$ 의 범위는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\xi^{-1} \leq \frac{\hat{b}_2}{b_2} \leq \xi$$

여기서,  $\xi = \sqrt{\frac{b_{2_{\max}}}{b_{2_{\min}}}}$

공칭 파라메타에 의한 공칭 플랜트의 동역학은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = \hat{f}(x, \delta_f) + \hat{b}u \quad (5)$$

## 3. 제어기 설계

### 3.1 제어기의 선정

VDC제어기는 제어입력이 능동 요-모멘트 하나이고 차량의 상태변수는 횡슬림각과 요-레이트 두 가지이므로 이들 상태변수에 관련된 제어성능들을 동시에 원하는 것으로 실현하는 것은 쉽지 않다. 이러한 경우 일반적으로 최적제어에 의해 제어기를 설계하는데, VDC같은 추적제어계에 대한 최적제어의 적용은 성능지수만으로 요구성능에 대한 규정이 어렵고, 파라메타 변동에 대한 강건성이 문제로 되어있다[8]. 그래서 본 논문에서는 자동차와 같은 비선형계에 대한 제어에 적합하고 강건성을 갖는 슬라이딩 모드 제어기(SMC)를 적용하였다. 또한 VDC제어기는 운전자의 조종의도인 차량의 목표응답을 추정해야 하므로 이를 위해 기준모델을 포함하고, 주행중 조종성과 안정성을 동시에 향상시킬 수 있도록 SMC의 절환면이 주행상태에 따라 변화하도록 시변절

환면을 도입하였다. 이상과 같은 제어계의 구조는 그림2에 나타난 모델 추종형 슬라이딩 모드 제어기와 같다.

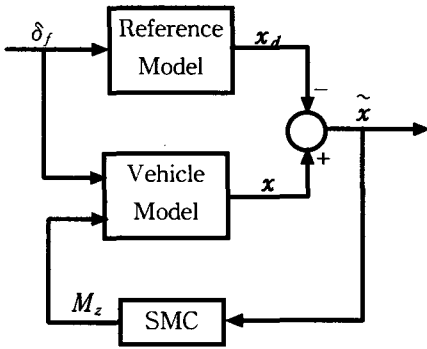


Fig. 2 Model Following Sliding Mode Controller

그림2에서  $\delta_f$ 는 운전자에 의한 전륜조향각,  $x_d$ 는 기준모델로부터 산출되는 목표응답,  $x$ 는 실제응답,  $\tilde{x}$ 는 추종오차이다. SMC는 이 추종오차가 영이 되도록 능동 요-모멘트  $M_z$ 를 계산하여 차량에 가하게 되면 차량의 실제응답은 목표응답을 추종하여 VDC차량은 운전자의 의도대로 주행하게 된다.

### 3.2 기준모델

기준모델은 운전자의 조향입력에 대한 차량의 목표응답을 산출하기 위한 것으로 운전자의 조향의지를 잘 반영하여야한다. 본 논문에서는 식(5)의 공칭 플랫폼에서 제어입력이 없는( $u=0$ ) 수동차량을 기준모델로 선정하여 다음 식과 같이 나타낸다.

$$\dot{x}_d = \hat{f}(x_d, \delta_f) \quad (6)$$

여기서,  $x_d = [\beta_d \ r_d]^T$ 로서 목표응답치이고,  $\hat{f}$  내의  $\mu_R = 1$ 로 설정함으로써 기준모델은 노면상태와는 무관한 강건한 응답성능을 갖는 것으로 하였다.

### 3.3 슬라이딩 모드 제어기 (SMC)

#### 3.3.1 절환함수의 정의

우선 SMC의 절환함수를 다음과 같은 스칼라 함수로 정의한다.

$$\sigma(t) = S(t)\tilde{x}, \quad \tilde{x}(0) = 0 \quad (7)$$

여기서,  $\tilde{x} = x - x_d = [\beta \ r]^T$ ,

$$S(t) = [s_1(t) \ 1]$$

이 절환함수는 원하는 제어성능을 규정하는데 사용되며, 절환면계수  $s_1(t)$ 의 크기에 따라 VDC차량의 운동특성이 달라진다. 즉 그 값이 0이면 요-레이트 모델추종제어에 상응하여 조종성향을 도모하고, 그 값이 커질수록 횡슬립각 모델추종제어가 되어 안정성향을 도모한다. 본 논문에서는 조종성과 안정성을 동시에 향상시킬 수 있도록 횡슬립각 추종오차의 크기에 따라 절환면계수가 변하는 시변절환면을 도입하였다.

#### 3.3.2 시변절환면의 설계

시변절환면 계수  $S(t)$ 는 계의 상태가 절환면상으로 구속되었을 때 점근안정하도록 설계되어야한다. 이를 위해 Utkin[9]의 등가제어 법칙을 적용한다. 우선 계가 절환면상에 있는 조건은 다음과 같다.

$$\sigma(t) = \sigma(t) = 0 \quad (8)$$

식(8)에서 첫 번째 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma} = S\dot{\tilde{x}} + \dot{S}\tilde{x} = 0 \quad (9)$$

여기서  $\dot{\tilde{x}}$ 는 추종오차의 동역학으로 다음 식과 같다.

$$\dot{\tilde{x}} = (f - \dot{x}_d) + bu \quad (10)$$

이 식을 식(9)에 대입하면

$$S[(f - \dot{x}_d) + bu_{eq}] + \dot{S}\tilde{x} = 0 \quad (11)$$

여기서  $u_{eq}$ 는 계가 절환면상에서 유지되도록 하는 등가제어입력이며  $Sb$ 가 Non-Singular이면 다음 식과 같이 구해진다.

$$u_{eq} = -(Sb)^{-1}[S(f - \dot{x}_d) + \dot{S}\tilde{x}] \quad (12)$$

이것을 식(10)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= [I - b(Sb)^{-1}S](f - \dot{x}_d) \\ &\quad - b(Sb)^{-1}S\dot{\tilde{x}} \end{aligned} \quad (13)$$

그런데 식(13)은 비선형계로서 안정조건을 유도하기가 어려워  $s_1(t)$ 를 설계하기가 곤란하므로 선형화하여 검토한다. 우선 식(5)의 공칭플랜트를 선형화하면 다음 식으로 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{\partial \hat{f}}{\partial x} x + \frac{\partial \hat{f}}{\partial \delta_f} \delta_f + \hat{b}u_{eq} \\ &= Ax + \hat{b}u_{eq} + L\delta_f \end{aligned} \quad (14)$$

이 식에서  $u_{eq}$ 에 대한 최상의 추정치는 주어진 파라메타에 의한 것으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{u} = -(S\hat{b})^{-1}[S(\hat{f} - \dot{x}_d) + S\dot{\tilde{x}}] \quad (15)$$

다음에 기준모델의 선형화는 다음 식과 같다.

$$\dot{x}_d = Ax_d + L\delta_f \quad (16)$$

식(14),(15),(16)을 사용하면 식(13)은 다음과 같이 선형화 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \{ [I - \hat{b}(S\hat{b})^{-1}S]A - \hat{b}(S\hat{b})^{-1}S\} \tilde{x} \\ &= A_{eq}(t) \tilde{x} \end{aligned} \quad (17)$$

이 식에서  $A_{eq}$ 는  $S(t)$ 와  $\dot{S}(t)$ 를 포함하고 있으므로 선형화된 오차계는 시변 선형계로 된다. 본 논문에서는 이 시변절환변 계수를 다음 식과 같이 설정하였다.

$$S_1(t) = k_\beta \hat{\beta}^2 \quad (18)$$

이 식은 차량운동의 좌우대칭성, 시간에 대한 미분가능조건, 계의 안정조건등을 모두 만족시킬 수 있다. 여기서  $k_\beta$ 는 제어기 설계파라메타 중의 하나로 차량운동의 특성을 조절하는데 사용되는데 그 값이 클수록 조종성 보다도 안정성향상에 효과가 있다.

### 3.2.3 절환제어 법칙의 설계

이상으로 절환면의 설계가 된 다음에는 오차계의 상태가 이 절환면에서 벗어나 있는 경우 제어력을 통하여 절환면에 도달하도록 하는 절환제어 법칙을 설계한다. 본 연구에서는 Slotine[10]의 슬라이딩 조건을 사용하여 다음 식을 만족시키는 제어입력을 구한다.

$$\sigma \dot{\sigma} < -\eta |\sigma| \quad (19)$$

우선 제어력을 다음과 같이 설정한다.

$$u = \hat{u} + u_{nl} \quad (20)$$

여기서  $\hat{u}$ 는 식(15)의 등가제어력에 대한 최상의 추정치이고  $u_{nl}$ 는 이제 설계할 가변구조의 절환제어력으로 다음과 같이 설정한다.

$$u_{nl} = -(S\hat{b})^{-1}k \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (21)$$

식(15)와 (20)을 사용하여 식(21)을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= \hat{u} - (S\hat{b})^{-1}k \operatorname{sgn}(\sigma) \\ &= -(S\hat{b})^{-1}[S(\hat{f} - \dot{x}_d) + S\dot{\tilde{x}} + k \operatorname{sgn}(\sigma)] \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,  $k \geq \xi(|S_1F_1| + F_2 + \eta) + (\xi - 1)(S\hat{b})|\hat{u}|$ 이면 식(19)의 슬라이딩 조건을 만족한다. 또한 채터링 방지를 위해서 식(22)의  $\operatorname{sgn}(\sigma)$  대신 다음의 포화함수[10]를 사용한다.

$$\operatorname{sat}(\sigma) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\Phi} & \text{if } |\sigma| \leq \Phi \\ \operatorname{sgn}(\sigma) & \text{otherwise} \end{cases}$$

따라서 최종적인 제어입력은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} u &= -(S\hat{b})^{-1}\{S(\hat{f} - \dot{x}_d) + S\dot{\tilde{x}} \\ &\quad + [\xi(|S_1F_1| + F_2 + \eta) + (\xi - 1)(S\hat{b})|\hat{u}]\operatorname{sat}(\sigma)\} \end{aligned} \quad (23)$$

식(23)으로 표현되는 제어기의 구조는 그림 3과 같은데 제어기 내부에 기준모델과 실제 차량의 동역학을 추정하는 공칭 플랜트가 존재한다.

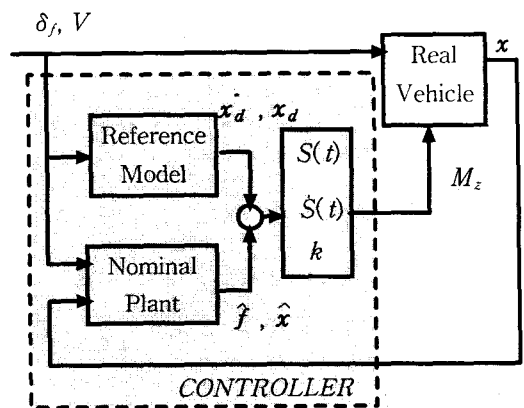


Fig. 3 Controller Structure

### 3.2.4 제어기 설계결과

공칭 파라메타와 실제차량의 파라메타가 표1과 같다. 이중에 타이어 파라메타는 타이어 코너링 특성 실험결과를 Magic Formula에 곡선 적합하여 구한 것이다. 주어진 공칭 파라메타에 대한 제어기 설계결과는 표2와 같다.

Table 1 Vehicle Parameters

Symbol	Unit	Weight Condition	
		Nominal (Design)	Real (Curb)
$\hat{m}$	kg	1800	1735
$\hat{I}_z$	kg-m <sup>2</sup>	2300	2100
$\hat{a}$	m	1.39	1.4
$\hat{b}$	m	1.51	1.5
Tire Parameter	N/A	c1=1.44, c2=-1.6e-5, c3=1.16, c4=1.0e5, c5=-0.64, c6=-3.9e-4	

Table 2 Designed Controller Parameters

Symbol	Value	Description
$F_1$	0.4	Uncertainty in Lateral Force
$F_2$	0.2	Uncertainty in Yaw Moment
$\xi$	1.3	Uncertainty in Control Gain
$\eta$	2.0	Reaching Rate to Switching Surface
$\Phi$	0.2	Thickness of Boundary Layer
$k_\beta$	-50.0	Gain of Time-Varying Switching Surface

## 4. 시뮬레이션

이상으로 설계된 제어기를 갖는 VDC차량에 대한 시뮬레이션을 수행하여 시변절환면의 효과 및 파라메타 변동에 대한 제어기의 강건성을 평가한다. 실차중량은 제어기 설계시와 다른 공차 상태이며, 주행중 노면상태의 변동은 건조로 ( $\mu_R=0.9$ ), 설상로 ( $\mu_R=0.4$ ), 빙판로 ( $\mu_R=0.2$ )로 주어진다. VDC차량은 세종류로서  $s_1=0$ (목표 요-레이트추종),  $s_1=-1$ (목표 횡슬립각 추종),  $s_1=f(t)$ 로 시변인 절환면을 각각 갖는다.

그림4는 차속 80 km/h로 주행중인 차량에 1초 후 스텝조향입력을 가했을 때의 시뮬레이션 결과

인데 세 종류의 VDC차량과 수동차량 및 기준모델의 응답도 함께 비교하였다. 이 그림에서 (a)는 주어진 노면마찰계수를, (b)는 횡슬립각, (c)는 요-레이트, (d)는  $s_1$ 의 변화를 나타낸다.

그림4에서 건조로(1-2초 구간)에서는 모든 차량이 유사한 응답을 보이며, 설상로(2-3초 구간)에서는 횡슬립각의 응답은 유사하나 요-레이트의 응답은 차이를 보인다. 즉 그림4(c)의 설상로 구간에서  $s_1=0$ 인 VDC차량(일점쇄선)은 기준모델(이점쇄선)의 목표치를 잘 추종하며,  $s_1=-1$ 인 VDC차량은(긴점선) 수동차량(점선)보다 감소한다, 한편 시변절환면을 갖는 VDC차량(실선)은 수동차량보다 큰 응답을 보여 조종성이 향상되었음을 알 수 있다. 다음으로 빙판로(3-5초 구간)에서는  $s_1=0$ 인 VDC차량은 비록 목표 요-레이트는 추종하지만 횡슬립각의 응답이 발산한다. 수동차량도 횡슬립각이 점점 커져서 안정성을 상실한다. 하지만  $s_1=-1$ 인 VDC차량과 시변절환면을 갖는 VDC차량은 요-레이트를 감소시키면서 횡슬립각은 일정치 이상 커지지 않게 되어 안정성이 유지되고 있음을 알 수 있다. 이것은 그림4(d)에서 알 수 있듯이 시변 절환계수(실선)의 변화가 그림4(b)의 횡슬립각 변화와 연동하기 때문이다.

이상의 시뮬레이션 결과로부터 시변절환면을 갖는 VDC차량은 횡슬립각이 작을 때는 조종성을 추구하고, 횡슬립각이 커지면 안정성을 추구하고 두 가지의 상충되는 운동특성을 차량주행 상황에 따라 잘 타협함을 알 수 있다.

## 5. 결론

본 연구에서는 차량의 횡방향 운동제어를 위하여 VDC제어기를 설계하고 시뮬레이션을 통하여 설계된 제어기의 성능을 평가하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 제어기 설계용 차량모델에 비선형 타이어를 적용함으로써 비선형영역에서의 가혹한 주행 시뮬레이션도 가능하였다.
2. 본 연구에서 제안한 시변절환면을 갖는 슬라이딩 모드 제어기는 고정절환면으로는 해결이 어려운 주행상황에 따른 가변제어목표의 설정이 가능하였다.

3. 설계된 제어기는 차량중량이나 노면상태등의 변동에도 강건한 제어성능을 지니고 있음을 확인하였다.

### 참고문헌

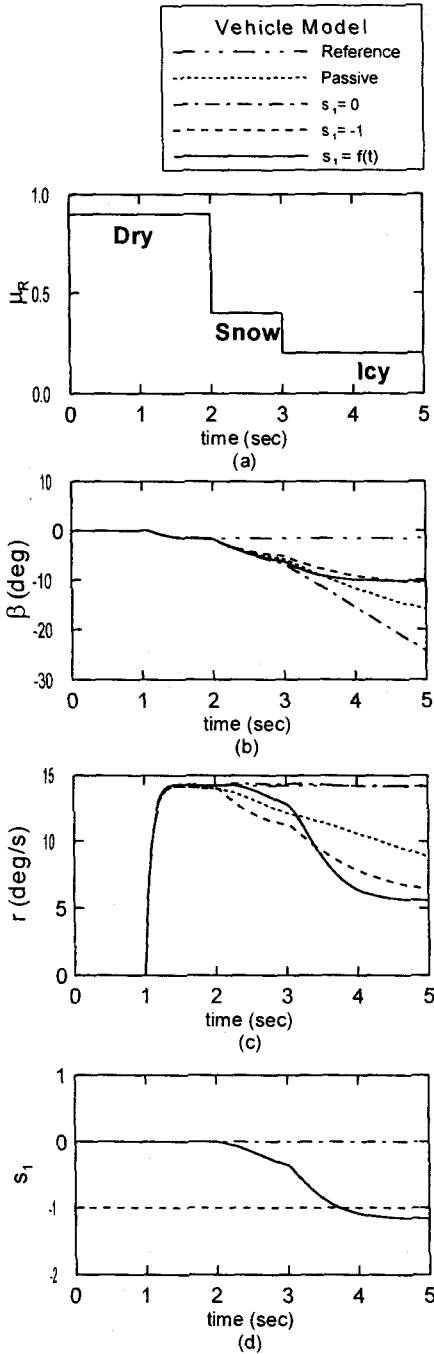


Fig. 4 Simulation of Vehicle Response to Step Steer Input (80 KPH)

[1] Sano, S., Furukawa, Y., Shiraishi, S., "Four Steering System with Rear Wheel Steer Angle Controlled as a Function of Steering Wheel Angle", SAE Paper No. 860625, 1986

[2] Koike, S. et al., "Yaw Rate Feedback Four-Wheel-Steering", '91 SAE Passenger Car Meeting, 1991

[3] A. van Zanten, R. Erhardt, G. Pfaff, "VDC. The Vehicle Dynamics Control System of Bosch", SAE Paper 950759, 1995

[4] Alfred Straub, "DSC (Dynamic Stability Control) in BMW 7 Series Cars", P proceedings of AVEC'96 June 24-28, 1996 in Germany, pp. 547-557

[5] 王玉清, 森本 直, 永井正夫, "ヨーモメント補償を用いた前輪操舵車両の運動制御", 日本機械学会論文集(C編), 60巻 517号, pp. 184-189 1994-3

[6] Abe, M., Furukawa, Y., "Direct Yaw Moment Control for Yaw Rate Model Following Control", Proceedings of International Symposium on Road Vehicle Automation-Rova95, September, 1995

[7] Pacejka, H. B., Bakker, E., "The Magic Formula Tyre Model", Proceedings of 1st International Colloquium on Tyre Models for Vehicle Dynamic Analysis, Delft, Netherlands, October 21-22, 1991 pp. 1-18

[8] Edward, C., Spurgeon, S. K., "Sliding Mode Control-Theory and Applications", Taylor & Francis Ltd, 1998, p 78

[9] Utkin, V.I., "Variable Structure Systems with Sliding Modes", IEEE Transactions on Automatic Control 22, 1977, pp. 212-272

[10] Slotine, J. E., Li, W., "Applied Nonlinear Control", Prince-Hall Inc., 1991