

회절 격자 표식을 이용한 강체의 다자유도 변위 측정

김종안*, 배의원*, 김경찬*, 김수현**, 곽윤근**

Multi-Degree-of-Freedom Displacement Measurement of a Rigid Body Using a Diffraction Grating as a Cooperative Target

Jong-Ahn Kim*, Eui Won Bae*, Kyung-Chan Kim*
Soo Hyun Kim**, and Yoon Keun Kwak**

Key Words : Multi-degree-of-freedom(다자유도), displacement measurement(변위 측정), diffraction grating(회절 격자), position sensitive detector(위치 감지 소자), kinematic analysis(기구학적 해석)

Abstract

Multi-degree-of-freedom (MDOF) displacement measurement is needed in many application fields: precision machine control, precision assembly, vibration analysis, and so on. This paper presents a new MDOF displacement measurement method using a laser diode (LD), two position-sensitive detectors (PSDs), and a conventional diffraction grating. It utilizes typical features of a diffraction grating to obtain the information of MDOF displacement. MDOF displacement is calculated from the independent coordinate values of the diffracted ray spots on the PSDs. Forward and inverse kinematic problems were solved to compute the MDOF displacement of a rigid body. Experimental results show maximum absolute errors of less than ± 10 micrometers in translation and ± 30 arcsecs in rotation.

1. 서론

산업이 발전함에 따라 보다 정밀하고 소형의 자동화 시스템에 대한 필요성이 크게 증가되고 있다. 이러한 자동화 시스템에서는 각 구동부의 움직임을 정밀하게 제어하기 위해 구동 변위를 측정할 수 있는 정밀 측정 시스템이 반드시 필요하다. 광학적 원리를 이용한 측정 시스템은 비접촉 방식으로 빛의 파장 단위의 측정 분해능을 얻을 수 있을 뿐만 아니라 외부의 전자기적 외란에 강인하고 소형으로 제작이 가능하다는 장점을 있어 정밀 변위 측정에 널리 이용되고 있다⁽¹⁾. 일반적인 정밀 시스템의 구동부는 다자유도 운동을 하도록 구성되어 있고 1 자유도 운동을 하도록 구속된 경우에도 다자유도의 기생 운동(parasitic motion)이 발생되고

이는 구동 오차로 작용하게 된다. 따라서 정밀 시스템의 구동부를 정밀하고 효율적으로 제어하기 위해서는 구동부의 다자유도 변위를 측정할 수 있는 광학식 정밀 측정이 필요하다.

광학식 다자유도 변위 측정에 관한 연구는 크게 강도 변조 방식을 이용한 것⁽²⁾과 광삼각법을 이용한 것⁽³⁾으로 나누어 볼 수 있다. 강도 변조 방식의 경우에는 오차 보정이 까다롭고 측정 범위가 작은 단점이 있으나 광삼각법은 이에 비해 다소 간단하게 측정이 가능하다. 이러한 두가지 방식을 결합하여 다자유도 변위를 측정하는 연구도 이루어졌다⁽⁴⁾. 광삼각법을 이용한 연구 중에는 가변 피치 회절 격자를 구조물의 부착하여 하중으로 인한 구조물의 다자유도의 변형을 측정하는 연구도 발표되었다⁽⁵⁾.

본 논문에서는 새로이 제안된 회절 격자를 이용한 다자유도 변위 측정 원리에 대하여 설명하고 기구학적 해석을 통해 회절광의 감지 위치로부터

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원

** 한국과학기술원 기계공학과

강체물의 다자유도 변위를 계산할 수 있는 관계식을 유도하였다. 제안된 측정 방법을 검증하기 위해 실험 장치를 구성하고 측정 오차와 측정 반복능을 측정하여 다자유도 측정 방법의 성능을 평가하였다.

2. 측정 원리

회절 격자에 입사된 빛은 여러 개의 회절광으로 나뉘어진다. 회절광의 진행 방향은 입사광의 파장(wavelength), 회절 격자의 피치(pitch), 입사광이 회절 격자면의 수직인 방향과 이루는 각(incidence angle)에 의해 결정된다. 이러한 기하학적 관계를 나타내는 수식을 회절 격자 식(grating equation)이라 말한다. 일반적인 회절격자 식은 입사광과 회절 격자의 수직을 포함한 평면인 입사면이 회절 격자의 피치 방향에 수직인 경우에 대하여 유도된 2 차원에서 기하학적 관계를 나타낸 것이다. 입사면이 회절 격자의 피치 방향에 수직하지 않고 임의의 방향으로 기울어진 경우에는 회절광의 진행 방향을 구하기 위해서 3 차원적 해석이 필요하다. 회절 격자에 입사된 단파장 광의 3 차원적 회절은 일반적으로 Fig. 1 과 같이 나타난다⁽⁶⁾.

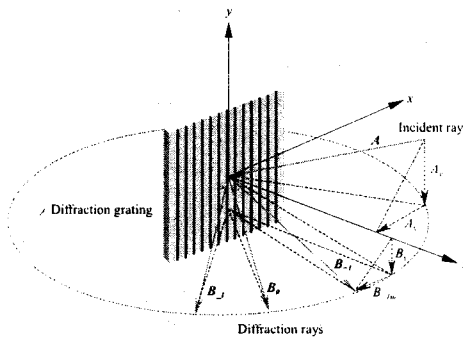


Fig. 1 Three dimensional diffraction of a monochromatic ray on a diffraction grating

Figure 1에서 A 과 B_m 은 각각 입사광의 단위 방향 벡터와 m 차수 회절광의 단위 방향 벡터를 나타낸다. 회절 격자에 고정된 좌표계 상에서 입사광과 회절광의 단위 방향 벡터의 각 요소를 이용하여 3 차원 회절 격자 식을 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} B_{mx} &= A_x + m \frac{\lambda}{d} \\ B_y &= A_y \end{aligned} \quad (1)$$

A_x 와 A_y 는 입사광 단위 방향 벡터의 x 축 방향의 요소와 y 축 방향의 요소를 나타내고 B_{mx} 와 B_y 는 m 차수 회절광 단위 방향 벡터의 x 축 방향의 요소와 y 축 방향의 요소이다. 이와 같은 3 차원 회절 격자 식을 살펴보면 회절 격자의 자세 변화와 회절광의 진행 방향 변화 사이에는 일정한 관계가 성립함을 알 수 있다. 따라서 강체의 표면에 부착된 회절 격자에 레이저와 같은 단파장의 광원을 입사 시키고 회절 격자에서 발생하는 회절광의 진행 방향 변화를 이용하면 강체의 다자유도 변위를 정밀하게 측정할 수 있을 것이다.

다자유도 변위 측정을 위한 시스템은 레이저 광원, 강체의 표면에 부착된 회절 격자, 회절광을 감지하기 위한 센서, 그리고 간단한 광학 요소들로 이루어져 있다. 1 축의 직선 변위와 3 축의 회전 변위를 측정하기 위해서는 최소한 4 개의 독립적인 정보가 필요하다. 본 연구에서는 2 개의 회절광을 감지할 수 있는 2 개의 2 차원 위치 측정 감지기를 이용한다.

3. 기구학적 해석

회절 격자에서 발생된 회절광의 감지 위치와 강체의 다자유도 변위 사이의 관계식을 유도하기 위해서 Fig. 2 와 같이 좌표계를 정의한다. 회절격자 좌표계 $\{G\}$ 는 회절 격자에 고정된 좌표계로 강체와 동일한 운동을 하게 된다. $\{W\}$ 는 기준 고정 좌표계를 나타내고 광원 좌표계 $\{S\}$ 의 $-z$ 축을 입사광의 진행 방향과 일치하도록 설정한다. $\{D_{-1}\}$ 과 $\{D_{+1}\}$ 는 $+1$ 과 -1 차수의 회절광을 감지하는 2 차원 위치 측정 감지기에 고정되어 있는 좌표계로 각 좌표계의 원점은 감지기의 중심과 일치하고 감지면은 $x-y$ 평면으로 정의한다.

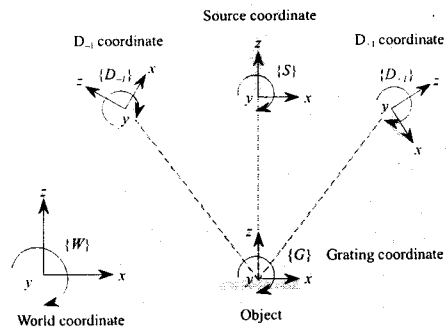


Fig. 2 Definition of coordinate systems

좌표계간의 변환은 식 (2)와 같은 Z-Y-X Euler angle 을 이용한 동차 변환 행렬(homogeneous transform matrix)을 이용하여 나타낸다. α, β, γ 는 각 축을 중심으로 한 회전각이다⁽⁷⁾.

$$T = \begin{bmatrix} c\alpha c\beta & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma & p_x \\ s\alpha c\beta & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & p_y \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

기구학적 해석 과정에서는 광의 진행을 면적이 없는 직선으로 가정하는 광선 광학을 이용하였다. x 축과 y 축 방향의 평면 변위가 발생되어도 회절광의 진행 방향은 변하지 않기 때문에 본 연구에서는 이러한 평면 변위는 발생되지 않는다고 가정하였다. 입사광으로 인하여 회절 격자면에서 발생하는 m 차수 회절광의 단위 방향 벡터 l_{mg} 는 식 (3)과 같이 구할 수 있다. 입사광의 단위 방향 벡터를 회절 격자 좌표계로 변환한 뒤, 3 차원 회절 격자 식을 적용한다. R 은 좌표계간의 회전 행렬 (rotation matrix)를 나타낸다.

$${}^G I_s = {}^G R {}^W R {}^S I_s = \begin{bmatrix} l_{sx} & l_{sy} & l_{sz} \end{bmatrix}^T$$

$${}^G I_{mg} = \begin{bmatrix} l_{mgx} \\ l_{mgy} \\ l_{mgz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{sx} + m \frac{\lambda}{d} \\ l_{sy} \\ \sqrt{1 - l_{mgx}^2 - l_{mgy}^2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

감지기 좌표계에서 표현된 +1 과 -1 차수 회절광의 식과 감지면의 식을 연립하여 풀면 회절광의 감지 위치 값을 구할 수 있다. 입사광과 회절 격자면의 교점 ${}^W P_{go}$ 과 회절광의 단위 방향 벡터 ${}^G I_{mg}$ 를 식 (4)와 같이 감지기 좌표계로 나타낸 뒤, 이것을 이용하여 감지기 좌표계에서 표현된 회절광의 식과 감지면의 식을 아래와 같이 구할 수 있다.

$${}^D P_{mgo} = {}^D W T {}^W P_{go} = {}^D W \begin{bmatrix} x_{mgo} & y_{mgo} & z_{mgo} & 1 \end{bmatrix}^T$$

$${}^D I_{mg} = {}^D W R {}^G I_{mg} = {}^D W \begin{bmatrix} l_{mgx} & l_{mgy} & l_{mgz} \end{bmatrix}^T, \quad (4)$$

$$\text{Equation of diffracted ray : } \frac{x - x_{mgo}}{l_{mgx}} = \frac{y - y_{mgo}}{l_{mgy}} = \frac{z - z_{mgo}}{l_{mgz}}$$

$$\text{Equation of detector plane : } z = 0, \quad (5)$$

회절광의 감지 위치 값은 식 (5)를 연립하여 풀면 식 (6)과 같이 구해진다.

$$x_{md} = -\frac{l_{mgx}}{l_{mgz}} z_{mgo} + x_{mgo}$$

$$y_{md} = -\frac{l_{mgy}}{l_{mgz}} z_{mgo} + y_{mgo} \quad (m = +1, -1), \quad (6)$$

강체의 다자유도 변위를 측정하기 위해서는 회절광의 감지 위치값으로부터 ${}^W T$ 를 구성하는 인자값들을 구해야 한다. 그러나 이러한 인자값들은 측정 시스템을 구성하는 다른 인자값들과 매우 복잡하게 연결되어 있기 때문에 제한된 측정 영역에 대해 선형화하지 않으면 closed-form 형태의 해를 구하는 것은 매우 어렵다. 본 연구에서는 선형화를 이용하지 않고 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 이용한 수치적인 반복 계산 방법을 이용하여 다자유도 변위값을 구한다. 자코비안 행렬은 식 (6)을 다자유도 변위를 나타내는 각 인자에 대하여 편미분하여 구한다⁽⁷⁾.

4. 실험

Figure 3 은 본 연구에서 제안된 다자유도 변위 측정 방법의 타당성과 성능을 검증하기 위해 구성된 실험 장치이다.

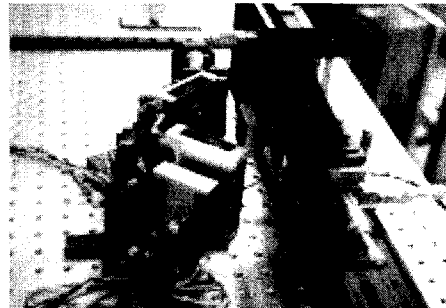


Fig. 3 Experiment setup for the evaluation of MDOF measurement method

반사형 회절 격자는 다자유도 변위를 발생시키기 위한 스테이지 시스템에 고정되어 있다. 스테이지 시스템은 3 축 직선 스테이지와 3 축 회전 스테이지를 조합하여 구성하였다. 레이저 다이오드(Laser diode)를 단과장 광원으로 이용하였고 회절광의 감지 위치를 측정하기 위해 2 개의 2 차원 PSD 를 사용하였다. PSD 의 출력값은 전용 신호 처리 회로인 C4758 에서 2 차원 좌표값에 해당되는 전압 출력으로 변환되고 그 값은 A/D 보드를 통하여 컴퓨터에 입력되어 다자유도 변위값이 계산된다. 실험 장치 구성에 사용된 장치들의 주요 명세는 Table 1 과 같다.

Table 1 Specifications of devices in experimental setup

Device	Specification
Diffraction grating	1200 grooves/mm
Laser diode	Output power: 5 mW Wavelength: 635 nm
Stage system	Resolution: 0.07 μ m Resolution: 2 arcsec
PSD	Sensitive area: 4.1 mm \times 4.1 mm

다자유도 측정 장치를 구성하기 위해 입사광의 단위 방향 벡터와 감지기의 자세값을 결정해 주어야 한다. 측정 장치 구조의 대칭성과 실험 장치 구성의 제한 사항 등을 고려하여 몇 개의 설계 변수값을 Fig. 4와 Table 2와 같이 결정하고 그 이외의 변수값은 영으로 설정하였다.

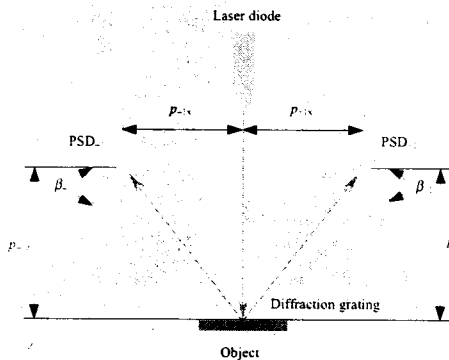


Fig. 4 Design parameters of MDOF measurement system

Table 2 Values of the design parameters

Parameter	Value
p_{+lx} (mm)	37.7
p_{+lz} (mm)	32.3
β_{+l} (degrees)	50.1
p_{-lx} (mm)	-37.7
p_{-lz} (mm)	32.3
β_{-l} (degrees)	-50.1

다자유도 측정 방법의 성능을 평가하기 위해서

스테이지 시스템을 이용하여 각 축 방향에 대하여 일정한 간격으로 변위를 발생시킨 뒤 측정 시스템의 출력값과 기준 입력 변위간의 차이인 측정 오차를 구하였다. 직선 변위인 z 축 방향에 대해서는 ± 1 mm의 범위에서 0.1 mm 간격으로 21개 위치의 측정값을 기록하였다. 회전 변위의 경우에는 Roll 방향은 $\pm 0.54^\circ$, pitch 방향은 $\pm 0.39^\circ$. 그리고 yaw 방향은 $\pm 1.64^\circ$ 의 범위에서 일정한 간격으로 21개 위치의 측정값을 기록하였다. 측정 시스템의 각 축 방향에 따른 측정 민감도가 다르기 때문에 PSD 감지면의 동일한 부분이 측정에 이용되도록 하기 위해서 축 방향에 따라 측정 범위를 다르게 설정하였다. 기준 입력 변위는 스테이지 시스템의 마이크로미터 눈금을 읽어 구하였다. 직선 변위의 경우에는 마이크로미터 값이 각 방향의 직선 변위가 되지만 회전 변위의 경우에는 간단한 기하학적 관계식을 이용하여 마이크로미터의 값을 회전 변위로 변환해 주어야 한다.

처음의 측정 성능 실험의 결과에서 보면 직선 변위와 회전 변위의 경우 모두 비교적 큰 측정 오차가 발생되었는데 나타난 측정 오차의 경향을 보면 측정 범위에 비례하여 증가하고 각 측정 방향 사이에 누화(crosstalk) 현상이 발생된다. 이러한 결과로부터 계산에 이용된 인자들의 공칭값과 실제값의 차로 인해 발생된 오차가 전체 측정 오차의 큰 부분을 차지하고 있는 것으로 추론할 수 있고 인자값의 보정을 통하여 측정 오차를 감소시킬 수 있을 것이다. 그러나 각 축 방향의 변위 측정값과 PSD의 위치 측정값은 측정 시스템을 구성하는 기구학적 인자값들과 매우 복잡한 관계를 가지고 있기 때문에 이러한 측정값들로부터 각 인자값을 closed-form으로 계산하는 것은 어렵다. 따라서 측정 오차가 최소가 되도록 하는 보정된 인자값을 구한다. MATLAB Optimization Toolbox에 있는 비선형 최소 자승 문제(nonlinear least square problem)를 풀어 주는 lsqnonlin 함수와 Levenberg-Marquardt 알고리즘을 이용하여 총 84개의 위치에서 구해진 측정 오차값의 크기가 최소화 되도록 보정된 인자값을 구하였다. 보정된 인자값을 이용한 각 축 방향의 측정 오차값은 Fig. 5와 같다. 직선 변위의 경우에는 $\pm 10 \mu$ m, 회전 변위의 경우에는 ± 30 arcsec 정도의 최대 측정 오차 범위 내에서 다자유도의 변위를 측정할 수 있었다. 각 축 방향의 측정 오차를 비교해 보면 z 축 방향의 직선 변위와 yaw 방향의 회전 변위의 경우가 다른 방향에 비하여 큰 측정 오차를 나타내었다. 측정 시스템의 이러한 방향 측정 민감도가 다른 방향 보다 작기 때문에 위치 측정 분해능이 동일한 PSD를 이용할 경우 측정 민감도가 작은 방향의 측정 오차가 크게 발생된다.

5. 결론

본 연구에서는 회절 격자의 특성을 이용한 새로운 다자유도 변위 측정 방법을 개발하였다. 이 측정 방법을 이용하여 1 축 방향의 직선 변위와 3 축의 회전 변위를 동시에 측정할 수 있었다. 기구학적 해석을 통해 회절광의 감지 위치와 측정물의 다자유도 변위 사이의 관계식을 유도하였다. 각 축 방향 측정 오차와 측정 반복능 실험을 통하여 다자유도 측정 시스템의 성능을 확인하였다. 측정 시스템의 인자값 추정을 통하여 측정 오차를 보정하였고 측정 시스템의 구성에 사용된 2 차원 위치 감지기의 측정 성능을 향상시킨다면 측정 오차를 크게 감소될 수 있을 것이다.

참고문헌

- (1) D. C. Williams, *Optical Methods in Engineering Metrology*, Chapman & Hall, 1993.
- (2) A. Bonen, R. E. Saad, K. C. Smith, and B. Benhabib, "A novel electrooptical proximity sensor for robotics: calibration and active sensing", *IEEE Tr. on Robotics and Automation*, Vol. 13, pp. 377-386, 1997.
- (3) W. Gao, and S. Kiyono, "Development of an optical probe for profile inspection of mirror surface", *Proc. SPIE*, Vol. 2899, pp. 12-21, 1996.
- (4) H. Aoyama, K. Yamazaki, and M. Sawabe, "Optical sensor for detecting a position and an inclination", *Tr. ASME, Jr. of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 118, pp. 400-405, 1996.
- (5) P. L. Fuhr, D. R. Huston, T. P. Ambrose, and A. McPadden, "Large deflection measurements in structures using diffraction gratings", *Proc. SPIE*, Vol. 2446, pp. 293-300, 1995.
- (6) D. Post, B. Han, and P. Ifju, *High Sensitivity Moiré: Experimental Analysis for Mechanics and Materials*, Springer-Verlag, New York, Inc., 1994.
- (7) J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control, 2nd ed.*, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1989.

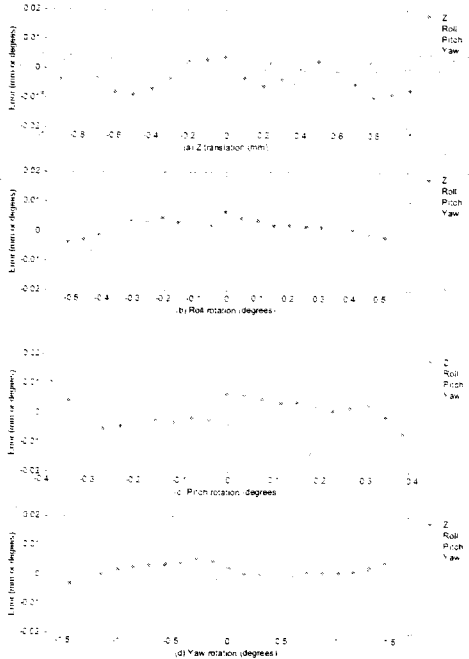


Fig. 5 Measurement error

측정 시스템의 반복능(repeatability)은 측정 오차와 함께 측정 시스템의 성능을 평가할 수 있는 중요한 항목이다. 특히 측정물의 진동을 측정하는 경우에는 측정 정확도(accuracy) 보다 반복능이 더 중요한 항목으로 고려된다. 측정 시스템의 측정 반복능을 평가하기 위해 여러 번의 서로 다른 임의의 경로를 통해 일정한 다자유도 변위를 반복하여 측정하였다. 전체 측정 횟수는 125 회로 하였고 각 축 방향 측정값의 평균값과 표준 편차는 Table 3 과 같다. 결과에서 보면 z 축 직선 변위의 경우에는 1 μm , 회전 변위의 경우에는 7 arcsec 정도의 표준 편차값을 나타내었다. 표준 편차값은 최대 측정 오차에 비해 상당히 작게 나타났으며 측정 시스템의 측정 반복능이 우수함을 알 수 있다.

Table 3 Result of the repeatability experiment

	Mean value	σ
Z(mm)	0.8618	0.0017
Roll(deg.)	0.3674	0.0011
Pitch(deg.)	0.1278	0.0008
Yaw(deg.)	-0.2744	0.0045