

보강판의 설계 변수 변화에 따른 평판구조물의 보강효과에 관한 연구

한근조* · 안성찬** · 심재준** · 장활수**

The study of the reinforce effect with respect to the variation of the design parameter of reinforced plate structure

Geunjo Han, Sungchan Ahn Jaejoon Shim and Hwalsu Jang

Key Words: Plate(판), F.E.M.(유한요소법)

Abstract

In general, a structure that is composed with plates has lower bending strength and stiffness than solid structure. To solve this problem, reinforced structures have been used. And we need rules to choose best shape for each using conditions. In this paper, simple equation that expresses equivalent thickness with respect to parameters by substituting results from Finite Element Analysis to normal plate displacement equation was derived.

기호설명

- a = Length of plate
- l = Length of Section
- h = Height of Structure
- t = Thickness of reinforced plate
- w = Deflection of plate(or, structure)
- M = Divide number of structure
- H = Height ratio of structure
- T = Thickness ratio of structure
- t₀ = Thickness of upper and lower plate

1. 서 론

산업이 대형화 고속화되면서 현대 구조물은 대형·경량화가 요구되고 있다. 이러한 조건을 만족시키기 위해서 평판으로 이루어진 구조물을 산업전반에 걸쳐서 유용하게 사용하고 있다. 일반

적으로 판은 취급성과 성형성이 매우 우수하여 각종 형상으로 제작이 용이하므로 넓은 면적이나 큰 용적의 구조용, 미판용 외판이나 차체로써 사용이 가능하므로 구조물 설계시에 필수적인 요소이다. 이러한 판을 사용하면 가벼우면서도 높은 강도와 강성을 가질 수 있다. 현재는 허니콤 구조같이 판 자체의 구조를 개선해 더욱 단단하게 만든 복합재료를 비행기 외판 등 산업 전반에 걸쳐 유용하게 사용하고 있으며, 또한 판 구조물로 비행기의 몸체, 선박, 기차 등의 구조물을 구성하는데 널리 사용되고 이러한 판 구조물은 점점 다양화되고 복잡해지는 추세이다.

일반적으로 평판은 상대적으로 강도나 강성이 떨어진다. 이러한 문제를 해결하기 위해서는 두께를 증가시켜야 하나 두께를 증가시킬 경우, 구조물 자체의 제작비용과 무게가 증가하며 성형성이 저하되기 때문에 판에 보강재를 접합하여 보강 효과를 주는 방법이 일반적으로 사용되고 있다. 두께 증가 효과를 위해서 보강재를 평판에 접합할 경우에 보강되는 격자의 선택이 강도 증가 효과에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 단순히 보강되는 격자의 수를 늘리고 두꺼운 재료를 사

* 동아대학교 기계공학과

** 동아대학교 기계공학과 대학원

용하면 강성과 강도는 증가하나, 개수를 늘리는 것은 그만큼 많은 작업량을 요구하며 또한 구조물의 무게와 재료비가 증가하므로 주어진 상황에 맞는 최적의 보강형상을 결정하여야 한다. 그러나 보강된 격자의 각 인자가 전체 강성과 강도에 미치는 영향의 계산은 매우 난해하기 때문에 실제로는 격자 등의 복합적인 구조의 설계에 대해서는 경험적인 방법에 많이 의존하여 설계·제작된다. 그러므로 구조물의 취약화 혹은 필요이상의 재료를 사용하여 과중량이 되는 경우가 많으며 비효율적, 비생산적이다. 따라서 구조물에 사용하는 격자를 설계하는데 체계적인 기준이 필요하다.

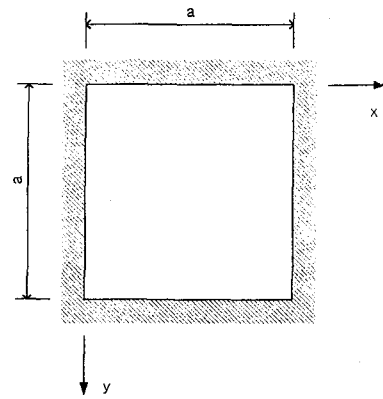
이미 단순한 판에 대해서는 오래전부터 많은 이론과 실험식이 연구되어 왔다.^{1,2,3)} 1944년 Reissner의 1차 전단이론, 1951년 Mindlin의 평판이론 등 수많은 공학자들에 의해 다양하게 진행되었으며 이러한 평판이론은 일반적인 평판의 지배방정식을 도출함과 동시에 여러 가지 형태의 평판에 다양한 하중이 작용할 때 평판에서 발생하는 거동을 고찰하는데 그 목적이 있다고 할 수 있다. 그러나 복합적인 구조에 대한 판의 해석은 이론적인 방법으로 적용하기 곤란하였으나 근래의 컴퓨터의 발달과 더불어 해결되기 시작했다. 하지만 격자구조의 판의 설계에 대한 명확하고 실용적인 기준을 제시하는 연구는 미비하다고 할 수 있다. 따라서 본 연구는 수직하중이 작용하는 단순 평판이 격자구조의 평판으로 대체될 때 격자의 두께, 높이, 개수 등에 의한 강화효과에 대해서 연구하여 이러한 설계변수들의 영향을 파악함과 동시에 더욱 복잡한 형태의 보강평판이 설치될 경우에 강성과 강도를 예측할 수 있도록 하는 기초자료를 제공하고자 한다.

본 연구는 생산성을 향상시킬 수 있는 불필요한 요소를 미연에 방지하기 위해 설계단계에서부터 최적설계가 가능하도록 보강되는 격자의 위치 및 조건을 효율적으로 선정할 수 있는 비교적 단순한 형태의 실험식을 제시하여 현장에서 쉽게 적용할 수 있도록 한다.

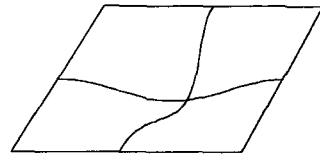
2. 평판 처짐의 방정식

판에 하중이 가해질 때, 완전고정된 판의 처짐

은 최소 포텐셜 이론에 근거하여 구할 수 있다.^{2,3)}



(a) Dimension and boundary condition



(b) Deflected shape

Fig. 1 Plain built-in edged plate

Fig. 1(a)에서 판에 작용하는 수직하중이 판에 한 일은 다음과 같다.

$$W = \int \int_A w q \, dx \, dy \quad (1)$$

여기서, A는 판의 면적이다.

포텐셜 에너지 $\Pi = U - W$ 이므로,

$$\Pi = \frac{D}{2} \int \int_A \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - w(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - w q \right\} dx \, dy \quad (2)$$

이다. 완전고정 경계에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, x = a) \quad (3)$$

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (y = 0, y = a)$$

식(2)에 경계조건을 적용하여 간단히 하면 다음

과 같다.

$$U = \frac{D}{2} \int \int_A \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 dx dy \quad (4)$$

완전고정경계에서 만약 처짐이 Fig. 1(b)와 같다고 가정하면 다음과 같이 정의할 수 있다.³⁾

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \left(1 - \cos \frac{2m\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2n\pi y}{a} \right) \quad (5)$$

이것은 경계조건 (3)을 만족하며 이것을 (4)에 대입하여 계산하면

$$\begin{aligned} U = & 2\pi^4 a^2 D \\ & \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[2 \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 3 \left(\frac{n}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{m}{a} \right)^4 \left(\frac{n}{a} \right)^2 \right] a_{mn}^2 \right. \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} 2 \left(\frac{m}{a} \right)^4 a_{mr} a_{ms} \\ & + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} 2 \left(\frac{n}{a} \right)^4 a_{rn} a_{sn} \left. \right\} \\ & - qa^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \end{aligned} \quad (6)$$

이 된다. $\partial U / \partial a_{mn} = 0$ 을 적용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} 4D\pi^4 a^2 \left\{ \left[3 \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 3 \left(\frac{n}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 \left(\frac{n}{a} \right)^2 \right] a_{mn} \right. \\ + \sum_{r=1}^{\infty} 2 \left(\frac{m}{a} \right)^4 a_{mr} \\ + \left. \sum_{s=1}^{\infty} 2 \left(\frac{n}{a} \right)^4 a_{sn} \right\} - qa^2 = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

이것은 $r \neq n$, $r \neq m$ 인 경우에 대해서 성립한다. 첫 번째 항에 대해서만 계산하면³⁾

$$a_{11} = \frac{qa^4}{4\pi^4 D} \frac{1}{8}$$

를 얻을 수 있고, 이에 따라서 최대 처짐은 다음과 같다.³⁾

$$w_{\max} = 0.00128 \frac{qa^4}{D} \quad (8)$$

여기서 D 는 휨강성계수^{2,3)}이며 다음과 같다.

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$$

따라서 최대처짐에 의한 등가두께는 다음과 같다.

$$t_e = \left(0.00128 \frac{12(1-\nu^2)qa^4}{Ew_{\max}} \right)^{1/3} \quad (9)$$

3. 연구 방법 및 해석

3.1 연구방법

본 연구에서는 보강된 판이 강성에 미치는 영향을 평가하기 위해서 두 가지의 단계에 의해 고찰하고자 한다. 첫 번째 단계는 평판이론에 의한 이론식에 유한요소해석 프로그램의 응력 해석 결과를 대입하여 등가의 강성을 가지는 판의 두께를 고찰하는 것이다. 그리고 두 번째 단계는 구해진 결과들을 종합하여 간단히 등가두께를 산출할 수 있는 식을 도출하는 것이다.

전체 구조물의 보강효과가 연구의 목표이므로 국부적인 판의 처짐은 무시하고 보강효과가 추가되는 보강판의 최대 처짐을 구하기 위해서 최대 처짐 측정 점을 판에 압력이 작용하는 반대 면의 정 중앙 점으로 설정하였으며, 최대 처짐이 보강판으로 보강된 부분에서 측정되게 하기 위해서 분할 수는 항상 홀수로 하였다.

3.2 유한요소를 이용한 탄성 해석

본 해석에서 사용한 요소는 8절점 3차원 셸(shell)요소이다. 이 요소의 형태는 Fig. 2에 나타내었다.

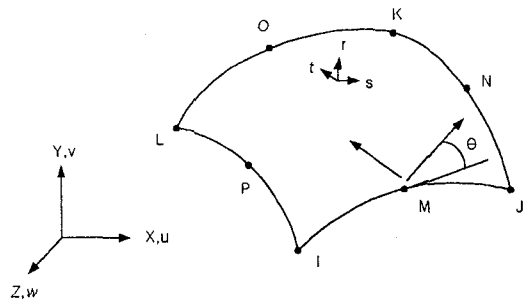


Fig. 2 8-node 3-dimension shell element

각 절점에서의 자유도는 6자유도($U_x, U_y, U_z, Rot_x, Rot_y, Rot_z$)로써 병진 및 회전자유도를 가진다. 해석은 범용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS 5.5를 사용하여 선형해석만을 수행하였으며 Fig. 3은 임의의 모델에 대한 메쉬된 형상을 보여주고 있다. 해석에 사용한 절점은 703~1855개이고, 요소는 220~736개를 사용하였다. 접합부분의 절점은 공유하였다.

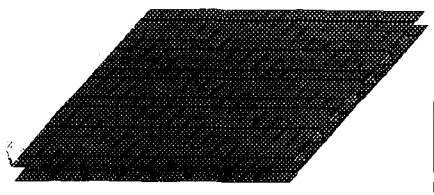


Fig. 3 Meshed shape of model (M=7, H=0.05, T=0.001)

3.3 설계 파라미터

보강구조의 강도에 영향을 미치는 설계 파라미터 중 보강판 수(M), 보강판 높이비(H), 보강판 두께비(T)의 영향을 분석하기 위해서 4종류의 M(1, 3, 5, 7), 5종류의 H(0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09), 그리고 5종류의 T(0.001, 0.002, 0.003, 0.004, 0.005)를 조합하여 총 100종의 보강구조를 해석하였다. 설계 파라미터의 정의는 Fig. 4에 나타내었다.

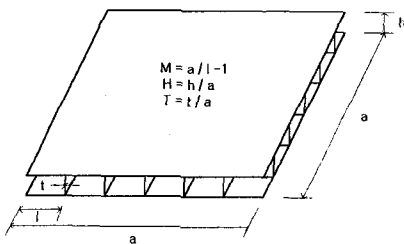


Fig. 4 Design parameters

완전고정 경계에서 해석을 수행하였으므로, 경계에 있는 모든 절점에서의 병진과 회전자유도를 구속하였으며, Fig. 5에 나와있다. 그리고 하중조건은 최대 처짐이 측정되는 판의 맞은편, 즉 상판에 단위 압력($q, 1N/mm^2$)을 주었다.

해석 수행 시 물성치는 해석결과를 역으로 계산해서 두께를 구할 때 상쇄되므로 결과와는 관

계가 없다. 따라서 일반적으로 사용되는 재료에 대한 물성치를 내입하였다. 이 값들은 Table 1에 제시하였다. 그리고 모델들의 치수는 Table 2에 있다.

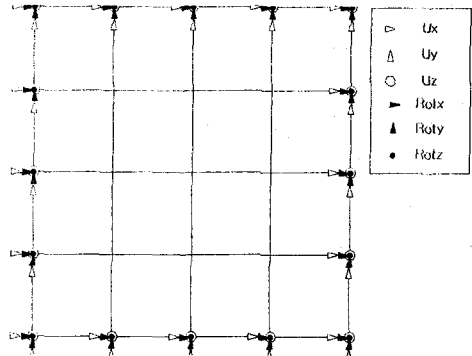


Fig. 5 Boundary Condition

Table 1 Mechanical properties

Elastic modulus	$2.0 \times 10^9 N/mm^2$
Poisson's ratio	0.3

Table 2 Dimensions of the structure

Length of plate(a)	100mm
Length of section(l)	50 ~ 12.5mm
Height of structure(h)	5 ~ 9mm
Thickness of reinforced plate(t)	0.1 ~ 0.5mm

4. 해석 결과 및 고찰

총 100가지 모델에 대한 해석을 수행하여 중앙점의 처짐에 대한 등가의 두께⁵⁾를 각각 구하였다. 먼저 최소자승법 (least-square method)^{6,7)}을 사용하여 각각의 파라미터 변화에 대한 등가두께변화의 경향에 적합한 최적의 지수식(exponential equation)을 찾아내고 그것을 바탕으로 하여 모든 파라미터를 종합한 하나의 실험식을 도출하였다.

4.1 분할 수(M)의 변화

분할 수에 대한 그래프가 H=0.09인 경우에 대해 Fig. 6에 나와 있다.

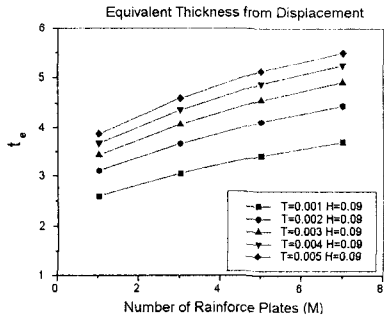


Fig. 6 Equivalent thickness according to M (H=0.09)

이 그래프의 형태에 대한 수식을 다음과 같은 지수 식(exponential equation)으로 가정할 수 있다.

$$t_e = P1 + P2 M^{(P3)} \quad (10)$$

이에 대한 결과치는 Table 3 에 나타내었다.

Table 3 Coefficients according to M

T	H	P1	P2	P3	Standard error(s)
0.0001	0.05	1.85588	0.32197	0.65703	0.00016
	0.06	1.93795	0.36103	0.65062	0.00016
	0.07	2.01346	0.39463	0.64676	0.00017
	0.08	2.08237	0.42539	0.64301	0.00017
	0.09	2.14729	0.45222	0.64110	0.00018
0.0002	0.05	2.02034	0.51108	0.55301	0.00023
	0.06	2.14170	0.55740	0.55898	0.00024
	0.07	2.25098	0.59813	0.56321	0.00024
	0.08	2.35446	0.63040	0.56942	0.00023
	0.09	2.44355	0.66581	0.57089	0.00025
0.0003	0.05	2.08268	0.66698	0.48946	0.00030
	0.06	2.23837	0.71248	0.50339	0.00032
	0.07	2.37240	0.75768	0.51187	0.00033
	0.08	2.49561	0.79719	0.51931	0.00035
	0.09	2.62333	0.81831	0.53176	0.00036
0.0004	0.05	2.09716	0.80657	0.44397	0.00035
	0.06	2.87830	0.84368	0.46442	0.00034
	0.07	2.44857	0.88581	0.47775	0.00039
	0.08	2.59473	0.92357	0.48909	0.00036
	0.09	2.72337	0.76322	0.49668	0.00042
0.0005	0.05	2.07674	0.94335	0.40661	0.00039
	0.06	2.28629	0.98321	0.42763	0.00040
	0.07	2.48636	1.00640	0.44393	0.00048
	0.08	2.65942	1.03517	0.46469	0.00045
	0.09	2.79561	1.08500	0.47072	0.00049

Table 3를 참조하며, 분할수 변화에 따른 최적

의 실험식은 $t_e = P1 + P2 M^{(1/2)}$ 의 형태임을 알 수 있다.

4.2 높이 비(H)의 변화

높이 비에 대한 그래프가 M=7인 경우에 대해 Fig. 7에 나와 있다.

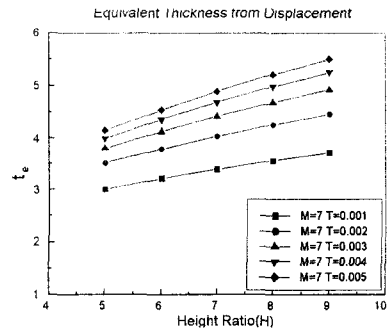


Fig. 7 Equivalent thickness according to H(M=7)

역시 이 그래프에 대한 수식을 다음과 같이 가정하면 그 결과가 Table 4에 나와 있다.

$$t_e = P1 + P2 H^{(P3)} \quad (11)$$

Table 4 Coefficients according to H

T	M	P1	P2	P3	Standard error(s)
0.0001	1	0.42213	5.26090	0.96605	1.5e-6
	3	-0.01286	6.81461	0.33149	8.9e-9
	5	-0.28915	7.99717	0.31835	1.4e-8
	7	-0.54291	8.98408	0.30985	2.8e-8
	9	-0.81745	7.29483	0.31745	1.9e-8
0.0002	1	-0.28538	7.29483	0.31745	1.9e-8
	3	-0.81058	9.30170	0.30226	1.6e-8
	5	-1.16400	10.81861	0.29726	3.0e-8
	7	-1.49954	12.10322	0.29417	4.9e-7
	9	-1.73789	15.60803	0.33380	6.7e-7
0.0003	1	-0.67665	8.75411	0.31295	2.1e-8
	3	-1.32963	11.05303	0.29672	3.1e-7
	5	-1.53065	12.71445	0.30539	1.3e-7
	7	-1.61220	14.05235	0.31814	2.7e-7
	9	-1.02184	9.92172	0.30936	5.6e-9
0.0004	1	-1.22379	12.25067	0.32318	2.5e-7
	3	-1.37359	14.06033	0.33637	1.9e-7
	5	-1.73789	15.60803	0.33380	6.7e-7
	7	-1.73789	15.60803	0.33380	6.7e-7
	9	-1.08841	10.83397	0.32352	9.8e-8
0.0005	1	-1.08841	10.83397	0.32352	9.8e-8
	3	-1.23360	13.29227	0.34176	1.6e-7
	5	-1.57353	15.26989	0.34206	8.9e-7
	7	-1.84410	16.87936	0.34538	2.5e-6
	9	-1.84410	16.87936	0.34538	2.5e-6

Table 4를 참조하며, 높이 변화에 따른 최적의

실험식은 $t_e = P1 + P2 H^{(1/3)}$ 의 형태임을 알 수 있다.

4.3 두께 비(T)의 변화

앞의 두 파라미터에 대한 식에서 조합은 두 식의 곱으로 나타낼 수 있으며, 또한 두께 비에 대한 파라미터를 포함한 전개식은 식 (12)에 나타내었으며, 이때 가장 쉽게 수렴했다. T의 경향은 수렴성이 좋지 않아 일차로 H와 M에 대해서 계수를 구하고 그 계수의 평균으로 다시 T에 대해서 정식화했다.

$$t_e = P1 H^{1/3} M^{1/2} + P2 H^{1/3} + P3 M^{1/2} + P4 \quad (12)$$

Table 5 Coefficients according to H and M

T	P1	P2	P3	P4	Standard error(s)
0.001	2.19051	3.06781	-0.30067	0.52900	0.00033
0.002	2.80231	4.39647	-0.43189	0.30681	0.00015
0.003	3.21249	5.40341	-0.53797	0.11516	0.00011
0.004	3.51619	6.23751	-0.62276	-0.0605	0.00013
0.005	3.72956	6.99014	-0.68259	-0.2364	0.00022
Mean	3.09021	5.21907	-0.51518	0.13081	

4.4 등가두께 식

M과 H의 조합에 의한 식에 T를 포함시켜서 다시 수식화 한 것은 다음과 같다.

$$t_e = 3.09021 H^{1/3} M^{1/2} + 5.21907 H^{1/3} - 0.51518 M^{1/2} + P1 T + P2 \quad (13)$$

이 식에 대한 결과는 Table 6에 있다.

Table 6 Coefficients according to M, H, T

P1	P2	Standard error(s)
314.866	-2.83479	0.01851

상· 하 판의 두께를 t_0 라고 하면 최종 실험식은 다음과 같다.

$$t_e = 3.09021 H^{1/3} M^{1/2} + 5.21907 H^{1/3} - 0.51518 M^{1/2} + 312.866 T - 2.83479 + 2t_0 \quad (14)$$

5. 결론

본 연구에서는 판으로 보강된 구조물의 처짐을 기준으로 한 등가의 두께를 쉽게 예측하여 설계에 응용하고자 보강판의 분할 수(M), 높이 비(H), 그리고 두께 비(T)를 설계 파라미터로 선정하여 선형해석과 최소 자승법을 사용하여 연구를 수행한 결과로 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 선택된 파라미터에 대한 선형 해석과 최소 자승법(least-square method)을 통해서 보강된 판 구조물의 여러 파라미터(H, M, T)에 대한 강성의 강화효과에 대한 실험식의 오차는 0.1% ~ 9.2% 정도이며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$t_e = 3.09021 H^{1/3} M^{1/2} + 5.21907 H^{1/3} - 0.51518 M^{1/2} + 312.866 T - 2.83479 + 2t_0$$

2. 각각의 파라미터의 증가에 대한 보강효과의 증가는 선형적이지 않고 승수가 1보다 작은 지수함수의 형태를 가지므로 어느 정도 증가된 이후에는 효과의 증가치가 거의 없음을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) S. P. Timoshenko and J. M. Gere, "Theory of Elastic Stability," McGraw-Hill, pp.319-439, (1961).
- (2) S. P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shell," McGraw-Hill, pp.181-228, (1959).
- (3) A. C. Ugural, "Stresses in Plates and Shells," McGraw-Hill, pp.153-173, (1981).
- (4) Owen F. Hughes, "Ship Structural Design," John Wiley & Sons, pp.404-439, (1983).
- (5) Demeter G. Gertis and Chin T. Lee, "Elastic and Inelastic Analysis of Variable Thickness Plates, Using Equivalent System", Mech. Struct. & Mach., 12(2), pp.201-236, (1993)
- (6) S. C. Chapra and R. P. Canale, "Numerical Methods for Engineers", McGraw-Hill, pp.438-472, (1998)
- (7) J. Hoffman, "Numerical Methods for Engineers", McGraw-Hill, (1992)