

평판 구조물의 손상 규명

김남인*, 이우식**

Identification of Damages within a Plate Structure

Namin Kim and Usik Lee

Key Words : Damage Identification (손상규명), Plates (평판), Vibration (진동), Frequency Response Function (주파수응답함수)

Abstract

In this study, an FRF-based structural damage identification method (SDIM) is proposed for plate structures. The present SDIM is derived from the partial differential equation of motion of the damaged plate, in which damage is characterized by damage distribution function. Various factors that might affect the accuracy of the damage identification are investigated. They include the number of modal data used in the analysis and the damage-induced modal coupling. In the present SDIM, an efficient iterative damage self-search method is introduced. The iterative damage search method efficiently reduces the size of problem by searching out and then by removing all damage-free zones at each iteration of damage identification analysis. The feasibility of the present SDIM is studied by some numerically simulated tests.

1. 서 론

구조물에 손상이 발생하면 구조물의 진동응답, 고유진동수, 모드형상, 모드감쇠 등과 같은 구조물의 동특성이 변화한다. 이러한 동특성 변화를 이용하여 구조물에서 발생한 손상을 추적하고 탐지하기 위한 연구가 지난 반세기 동안 꾸준히 이루어져 왔으며 그 동안 다양한 구조손상 검출기법(SDIM)이 문헌에 소개되었다 [1].

손상검출기법으로서 일찍이 사용되어온 FEM-update 기법에서는 자유도를 축소하거나 측정된 모드변수(modal parameters)를 오히려 확장해야 하는 단점을 갖고 있다. 따라서, FEM-update 기법을 대신하여 experimental-data-based SDIM 이 문헌에 많이 발표되고 있다. 이 방법은 구조손상의 위치와 크기를 검출하기 위해 사용하는 실험 데이터의 종류에 따라서 몇 가지 기법으로 분류할 수 있다. 즉, 모드변수의 변화[2-4], 변형에너지의 변화[5], 전달함수의 변화[6], 유연행렬의 변화[7],

residual force의 변화[8], mechanical impedance의 변화[9], 주파수응답함수(FRF)의 변화[10] 등을 이용하는 손상검출기법으로 구분할 수 있다. 대부분의 experimental-data-based SDIM은 유한요소모델의 고유치 문제로부터 유도되었다.

Modal-data-based SDIM에서는 모드변수를 필요로 한다. 그러나, 모드변수는 측정과정과 분석과정에서 상당한 오차를 갖게 될 뿐만 아니라, 충분한 수의 모드변수를 측정하기 위해서 많은 수의 센서를 필요로 하는 단점을 갖고 있다 [11]. 반면에 FRF 데이터는 구조물로부터 직접 측정될 뿐만 아니라, 고차 진동모드의 특성도 내포되어 있기 때문에 보다 많은 손상정보를 제공할 수 있다. 따라서, FRF를 구조손상의 검출에 사용함으로써 많은 장점이 기대된다.

실험데이터의 측정오차, 구조물 모델의 오차, 그리고 손상검출 과정에서 발생하는 오차를 어떻게 최소화하느냐가 대부분의 experimental-data-based SDIM에서 고려되어야 하는 중요한 요건중의 하나였다. 손상검출기법의 선택이나 개발을 위해서는 먼저 손상이 구조물의 동특성에 미치는 영향

* 인하대학교 대학원

** 인하대학교 기계공학과

을 잘 이해할 필요가 있다. 손상으로 인해 발생하는 모드변수의 변화에 대한 연구는 비교적 많은 연구자에 의해 이론 및 실험적으로 수행되었으나 이 연구들은 대부분 보 구조물에 국한되어 있는 것이 사실이다 [12, 13]. 또한, 손상검출의 관점에서 구조물의 동특성을 엄밀하게 예측하는데 영향을 줄 수 있는 손상유발 모드연성과 고차모드 누락의 영향에 관한 연구는 아직까지 없었다.

따라서, 본 연구에서는 평판을 대상으로 하여 FRF-based SDIM 을 소개하였다. 본 연구의 SDIM 은 손상된 평판의 운동방정식으로부터 유도되었으며 손상분포함수를 이용하여 손상의 특성을 나타내었다. 본 연구의 SDIM 에서 손상을 검출 단계에서 손상이 없는 영역은 제거함으로써 다루어야 하는 문제의 크기를 효과적으로 줄일 수 있을 뿐만 아니라 손상검출 결과의 향상을 꾀할 수도 있다.

2. 손상된 평판의 동역학

본 연구에서는 가로 a , 세로 b , 두께가 h 인 등방성 얇은 직사각형 평판을 사용하였다. 실제 문제에서는 손상의 위치, 크기, 형태를 모르기 때문에 손상된 영역에서의 강성을 표현하기가 어렵다. 그러므로 구조물에 손상이 발생하면 일반적으로 손상된 위치에서 탄성계수가 감소하는 것으로 다음과 같이 가정한다 [3].

$$E_d(x, y) = E [1 - d(x, y)] \quad (1)$$

여기서 E 는 손상되기 전의 탄성계수이고 E_d 는 손상된 후의 탄성계수이다. $d(x, y)$ 는 손상분포함수로서 $d=0$ 은 손상이 없는 상태, 그리고 $d=1$ 은 손상된 부위가 재료적으로 완전히 파손상태에 이른 것을 의미한다. 대부분의 구조손상은 질량이 아닌 강성의 변화를 가져오기 때문에 질량의 분포는 변하지 않는다고 가정한다 [12].

조화함수로 작용하는 절점력을 위치 (x_F, y_F) 에 적용할 경우 손상된 평판의 진동응답은 다음과 같이 유도된다 [13].

$$w(x, y, t) = \left[\sum_{\alpha} \frac{W_{\alpha}(x, y) W_{\alpha}(x_F, y_F)}{\Omega_{\alpha}^2 - \omega^2} + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \lambda_{\alpha\beta} \frac{W_{\alpha}(x, y)}{\Omega_{\alpha}^2 - \omega^2} \frac{W_{\beta}(x_F, y_F)}{\Omega_{\beta}^2 - \omega^2} \right] F_0 e^{i\omega t} \quad (2)$$

윗 식에서 F_0 와 ω 는 절점력의 크기와 주파수를 나타낸다. 식(2)에서 W_{α} (또는 W_{mn}) 와 Ω_{α} (or Ω_{mn}) 는 손상되기전 평판의 정규모드와 고유진동수이다.

식(2)에서 두번째 항은 손상의 영향을 나타내며 행렬 $\lambda_{\alpha\beta}$ 으로 표현할 수 있다.

$$\lambda_{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^N k_{\alpha\beta}^j D_j \quad (3)$$

윗 식에서

$$k_{\alpha\beta}^j = \int_{y_{d_j} - \bar{y}_j}^{y_{d_j} + \bar{y}_j} \int_{x_{d_j} - \bar{x}_j}^{x_{d_j} + \bar{x}_j} \Phi_{\alpha\beta}(x, y) dx dy \quad (4)$$

$$\Phi_{\alpha\beta}(x, y) = K \left[\left(\frac{\partial^2 W_{\alpha}}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W_{\alpha}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 W_{\beta}}{\partial x^2} + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 W_{\alpha}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W_{\beta}}{\partial x \partial y} + \left(\nu \frac{\partial^2 W_{\alpha}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_{\alpha}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 W_{\beta}}{\partial y^2} \right] \quad (5)$$

여기서 $D_j, x_{d_j}, y_{d_j}, 2\bar{x}_j, 2\bar{y}_j$ 는 손상의 크기, 강도, 위치, j 번째 손상의 치수를 나타낸다. 그리고 K 는 손상이 없는 평판의 굽힘강성을 나타낸다.

손상영향행렬 $\lambda_{\alpha\beta}$ 는 대칭이며 off-diagonal 성분은 modal coordinates 사이의 연성을 유발한다. 식(3)을 유도하기 위해서 손상이 평판의 두께를 따라서 균일하게 분포한다고 가정한다. 구조물에 적용되는 많은 종류의 손상분포를 다룰 수 있지만 본 연구에서는 부분구간 균일손상만 다룬다. 부분구간 균일손상은 작은 면적에 대해서 손상이 균일하게 분포한다는 것을 의미한다.

3. 손상규명 기법

구조물의 진동응답을 측정하기 위해서 가속도계를 사용하는 것은 비교적 다루기가 쉽고 저렴하기 때문이다. 측정되는 진동신호는 주파수응답 함수(FRF)를 얻기 위해 사용된다. FRF 의 정의에는 여러가지가 있는데 본 연구에서는 인너턴스(inertance)를 사용한다.

절점력이 위치 (x_F, y_F) 에 작용하고 (x, y) 에서 진동응답을 측정할 때, 인너턴스 FRF 는 다음과 같이 주어진다.

$$A(\omega; x, y) = \frac{\ddot{w}(x, y, t)}{f(x_F, y_F, t)} \quad (6)$$

여기서 $\ddot{w}(x, y, t)$ 는 가속도를 나타내며, 식(2)를 식(6)에 대입하면 다음식이 주어진다.

$$A(\omega; x, y) = -\omega^2 \left[\sum_{\alpha} \frac{W_{\alpha}(x, y) W_{\alpha}(x_F, y_F)}{\Omega_{\alpha}^2 - \omega^2} + \sum_j \left(\sum_{\alpha} \sum_{\beta} k_{\alpha\beta}^j \frac{W_{\alpha}(x, y)}{\Omega_{\alpha}^2 - \omega^2} \frac{W_{\beta}(x_F, y_F)}{\Omega_{\beta}^2 - \omega^2} \right) D_j \right] \quad (7)$$

식(7)은 손상정보와 측정되는 진동데이터와의 관계를 알려주기 때문에 FRF-based SDIM 을 개발하는데 사용될 것이다.

대부분의 modal-data-based SDIM 에서는 확보 가능한 모드변수가 제한적이다. 이러한 경우, 주어지는 방정식의 갯수보다 미지수가 더 많을 수 있기 때문에 적절한 최적화 해법이 요구된다. 그러므로 손상규명에서는 충분한 갯수의 방정식을 확보하는 것이 매우 중요하다. 식(7)은 D_j 에 대해서 응답의 측정점 (x, y) 와 가진주파수 ω 에 의존하는 방정식을 제공한다. 많은 가진주파수와 측정점을 임의로 선택함으로써 손상규명에 대한 충분한 수의 방정식을 얻을 수 있다는 것을 의미한다. 실제 진동시험에서 측정위치를 변화시켜 가면서 응답을 측정한다는 것은 어렵다. 그러므로 응답의 측정점은 고정시키고 가진주파수를 변화시키면서 응답을 측정하는 것이 타당할 것이다. 예를 들어, P 개의 측정점과 Q 개의 가진주파수를 선택한다면 식(7)로부터 $(P \times Q)$ 개의 방정식을 얻을 수 있고 이 식들은 다음과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$\{X_{ij}\} \{D_j\} = \{Y_i\} \quad (8)$$

여기서

$$X_{ij} = -\omega_q^2 \{\Psi_\alpha\}^T [k_{\alpha\beta}^j] \{\bar{\Psi}_\beta\} \quad (9)$$

$$Y_i = A(\omega_q; x_p, y_p) + \omega_q^2 \sum_{\alpha} \frac{W_\alpha(x_p, y_p) W_\alpha(x_F, y_F)}{\Omega_\alpha^2 - \omega_q^2} \quad (10)$$

$$\{\Psi_\alpha(x_p, y_p)\} = \left\{ \frac{W_\alpha(x_p, y_p)}{\Omega_\alpha^2 - \omega_q^2} \right\}$$

$$\{\bar{\Psi}_\beta(x_F, y_F)\} = \left\{ \frac{W_\beta(x_F, y_F)}{\Omega_\beta^2 - \omega_q^2} \right\} \quad (11)$$

$$k_{\alpha\beta}^j = \int_{y_{ij}-\bar{y}_j}^{y_{ij}+\bar{y}_j} \int_{x_{ij}-\bar{x}_j}^{x_{ij}+\bar{x}_j} \Phi_{\alpha\beta}(x, y) dx dy \quad (12)$$

$$i = p + (q-1)P$$

$$(p=1, 2, \dots, P \quad \text{and} \quad q=1, 2, \dots, Q) \quad (13)$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

윗 식에서 (x_p, y_p) 는 응답의 측정점을 나타내며 ω_q 는 가진주파수를 나타낸다. 식(8)에서 D_j 의 밑 첨자 j 는 j 번째 손상검출영역(damage detection zone)

을 나타내며, D_j 의 값은 j 번째 손상검출영역에 대한 손상의 크기를 나타낸다. 그러므로 D_j 에 대해서 식(8)을 풀면 구조손상의 위치와 크기를 구할 수 있다. 본 연구의 FRF-based SDIM 에서는 오직 다음의 데이터만이 요구된다.

- (1) 손상되기 전의 고유진동수 (Ω_α)
- (2) 손상되기 전의 모드형상 (W_α)
- (3) 손상된 후의 인너턴스 FRF (A)

손상되기 전의 모드변수(고유진동수와 모드 형상) 들은 모두 모드시험에 의해서 측정되거나 정확한 구조물 모델을 사용하여 이론적으로 계산되는 값들이기 때문에 미리 알고 있는 값들이다. 인너턴스 FRF 는 손상된 평판으로부터 직접 실험적으로 측정되어 공급되는 값으로서 또한 미리 알고 있는 값이다.

구조손상의 규명에는 신뢰성과 문제의 크기라는 두 가지 중요한 주제가 있다. 예를 들어, 실험이나 구조물 모델의 오차에 의해서 SDIM 의 신뢰성이 떨어질 수 있다. 대부분의 modal-data-based SDIM 에서는 고차모드 데이터의 생략으로 인해 발생하는 오차를 중요하게 다룬다. 식(8)에 기초한 현재의 SDIM 은 고차모드의 영향을 포함하는 측정 FRF 를 사용한다. 그러므로 modal-data-based SDIM 과는 달리 본 연구의 SDIM 에서는 고차모드의 생략으로 인해 발생하는 오차를 최소화함으로써 더 정확한 결과를 제공한다.

그리고 결과의 정확성을 유지하면서 문제의 크기를 줄이는 것은 매우 중요하다. 식(8)은 손상검출영역의 전체 갯수에 의존하는 문제의 크기를 보여준다. 반면에 정확한 결과를 위해 충분히 많은 모드변수를 사용한다. 그리고 식(12)에서의 $k_{\alpha\beta}^j$ 을 계산하기 위해서는 손상된 영역의 $\Phi_{\alpha\beta}(x, y)$ 이 필요하다. 그러므로 미리 손상이 없는 영역을 안다면 손상이 없는 영역은 적분과정에서 제외될 수 있다. 이러한 과정은 풀어야 하는 문제의 크기를 줄일 것이다.

따라서 본 연구에서는 손상이 없는 영역을 찾아내어 이들을 다음의 손상검출해석 단계에서 제외 시킴으로써 결국 손상된 영역만을 찾아가도록 하는 iterative damage search method (IDSMS)를 소개하였다. 본 IDSMS 에서는 다음의 세단계로 구성된 해석과정을 반복해서 수행하게 된다.

첫번째 단계: 평판 구조물을 N 개의 손상검출영역으로 나눈다. 각각의 손상검출영역은 손상이 있다고 가정한다. 식 (8)로부터 N 개의 손상검출영역에서의 손상의 크기 $D_j(1)$ 를 계산한다.

두번째 단계: 전단계에서의 손상검출영역을 M

개의 영역으로 나눈다. 식 (8)로부터 두번째 손상의 크기 $D'_j(2)$ 를 계산한다.

세번째 단계: i 번째 j 번째의 손상검출영역에서의 손상의 크기를 비교하여 손상이 없는 영역을 찾아내면 다음단계에서 모두 제거 시키고 첫번째 단계에서 다시 시작한다.

요약하면, 손상된 구조물의 측정된 인너턴스 FRF를 활용하는 본 연구의 SDIM은 다음의 주요 특징을 갖는다. (1) 손상된 구조물의 모드변수를 필요로 하지 않는다. (2) 가진주파수와 진동응답 측정점을 효과적으로 선택하여 손상검출에 필요한 충분한 갯수의 관계식을 구할 수 있다. (3) 본 논문에서 소개되어지는 IDSM은 다루어야 하는 문제의 크기를 줄이면서도 보다 정확한 손상검출 결과를 제공한다.

4. 수치예제

본 연구에서 구조손상검출 수치모의실험의 대상으로서 선정한 평판의 사양은 가로 $a = 0.4m$, 가로 $b = 0.2m$, 두께 $h = 0.004m$ 이고 단위 면적당 밀도는 $\rho = 2800 \text{ kg/m}$ 이다.

Fig. 1(a)은 위치 (0.175m, 0.2625m)에 손상의 크기가 0.5 인 단일손상에 대한 손상검출 결과를 보여주며, Fig. 1(b)는 위치 (0.175m, 0.2625m), (0.325m, 0.4875m)에 크기가 각각 0.5, 0.3 인 두개의 손상을 갖는 평판의 손상검출 결과를 나타낸다. 그리고 Fig. 1(c)는 위치 (0.175m, 0.2625m), (0.075m, 0.4875m), (0.325m, 0.4875m)에 크기가 0.5, 0.3, 0.4 인 세개의 손상을 갖는 평판의 손상검출 결과를 나타낸다. 본 연구에서 제시하는 손상검출 기법이 미리 선정한 구조손상을 3 회의 반복해석으로 거의 엄밀하게 검출하고 있음을 알 수 있다.

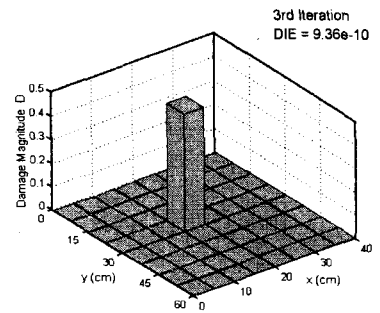
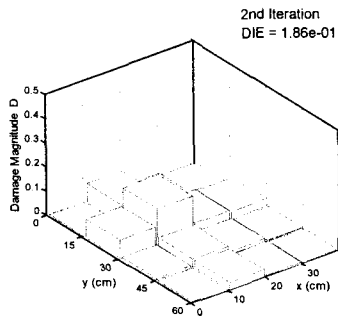
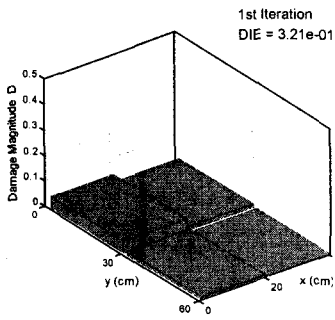
5. 결론

본 논문에서는 평판에 대한 FRF-based SDIM을 소개하였다. 본 연구에서 소개한 SDIM은 손상된 평판의 운동방정식으로부터 직접 유도하였으며 구조물의 손상의 특성을 손상분포함수를 이용하여 나타내었다. 손상검출영역의 갯수를 배로 증가시키면서 각각의 손상검출영역에서의 손상의 크기를 비교함으로써 손상검출영역의 갯수를 효과적으로 줄일 수 있는 손상검출 기법을 사용하였다. 손상의 크기가 감소하는 손상검출영역에서는 손상이 없다고 가정하였다. 그리고 몇가지 수치예제를 통

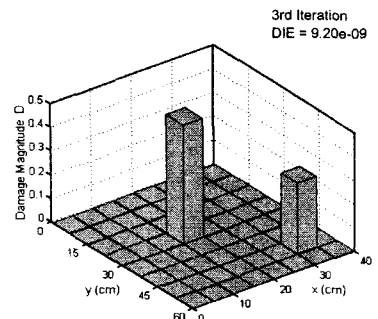
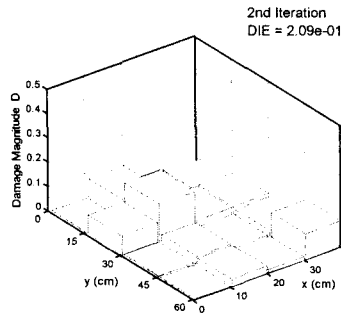
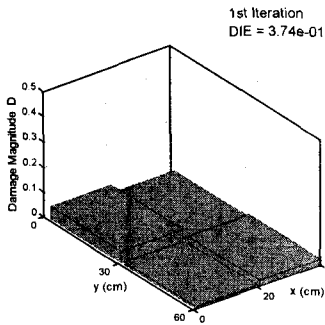
해서 본 논문에서의 SDIM을 검증하였다.

참고문헌

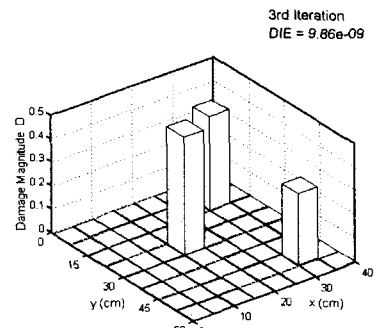
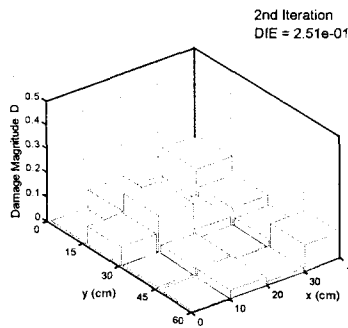
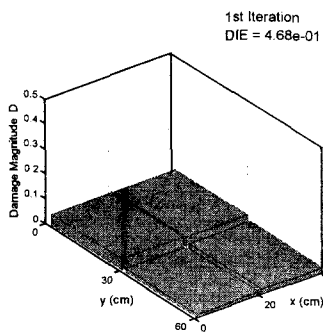
- (1) Doebling, S. W., Farrar, C. R., and Prime, M. B., "A Summary Review of Vibration-based Damage Identification Method," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, No. 2, 1998, pp. 91-105.
- (2) Pandey, A. K., Biswas, M., and Samman, M. M., "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 145, No. 2, 1991, pp. 321-332.
- (3) Luo, H., and Hanagud, S., "An Integral Equation for Changes in the Structural Dynamics Characteristics of Damaged Structures," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 35/36, 1997, pp. 4557-4579.
- (4) Hassiotis, S., "Identification of Damage Using Natural Frequencies and Markov Parameters," *Computers & Structures*, Vol. 74, 2000, pp. 365-373.
- (5) Cornwell, P., Doebling, S. W., and Farrar, C. R., "Application of the Strain Energy Damage Detection Method to Plate-like Structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 2, 1999, pp. 359-374.
- (6) Lew, J. S., "Using Transfer Function Parameter Changes for Damage Detection of Structures," *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 11, 1995, pp. 2189-2193.
- (7) Pandey, A. K., and Biswas, M., "Damage Diagnosis of Truss Structures by Estimation of Flexibility Change," *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 10, No. 2, 1995, pp. 104-117.
- (8) Ricles, J. M., and Kosmatka, J. B., "Damage Detection in Elastic Structures Using Vibratory Residual Forces and Weighted Sensitivity," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 9, 1992, pp. 2310-2316.
- (9) Wong, B. S. Guan, T. C., and King, L. M., "Mechanical Impedance Inspection of Composite Structures," *British Journal of NDT*, Vol. 35, 1993, pp. 3-9.
- (10) Wang, Z., Lin, R. M., and Lim, M. K., "Structural Damage Detection Using Measured FRF Data," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 147, 1997, pp. 187-197.
- (11) Banks, H. T., Inman, D. J., Leo, D. J., and Wang, Y., "An Experimentally Validated Damage Detection Theory in Smart Structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 191, No. 5, 1996, pp. 859-880.
- (12) Yuen, M. M. F., "A Numerical Study of the Eigenparameters of a Damaged Cantilever," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 103, 1985, pp. 301-310.
- (13) Lee, U., Chang, J., and Kim, N., "Structural Micro-Damage Identification," AIAA Paper 2000-1503, 2000.
- (14) Yu, Y. Y., *Vibration of Elastic Plates*, Springer-Verlag, New York, 1996.
- (15) Ewin, D. J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press Ltd., Hertfordshire, 1984.



(a) Single Damage



(b) Two Damages



(c) Three Damages

Fig. 1 Damage identification for the simply-supported rectangular plate with (a) a single damage, (b) two damages, and (c) three damages