

# 강체운동 비선형 효과를 고려한 맥동 종동력을 받아 비행하는 보 구조물의 모델링 및 안정성 해석

현상학\*·유홍희\*\*

## Modeling and Dynamic Stability Analysis of a Flying Beam Undertaking Pulsating Follower Forces Considering the Nonlinear Effect Due to Rigid Body Motion

Sang Hak Hyun, Hong Hee Yoo

**Key Words:** Parametric Excitation(매개변수 가진), Dynamic Stability(동적 안정성), Rigid Body Motion of Structure(구조물의 강체 운동), Nonlinear Effect(비선형 효과), Flying Beam(비행 보), Follower Force(종동력)

### Abstract

Dynamic stability of a flying structure undertaking constant and pulsating axial forces is investigated in this paper. The equations of motion of the structure, which is idealized as a free-free beam, are derived by using the hybrid variable method and the assumed mode method. The structural system includes a directional control unit to obtain the directional stability. The analysis model presented in this paper considers the nonlinear effect due to rigid body motion of the beam. Dynamic stability of the system is influenced by the nonlinear effect. In order to examine the nonlinear effect, first the unstable regions of the linear system are obtained by using the method based upon Floquet's theory, and dynamic responses of the nonlinear system in the unstable region are obtained by using direct time integration method. Dynamic stability of the nonlinear system is determined by the obtained dynamic responses, .

### 1. 서 론

축 방향 힘을 받아 비행하는 구조물로는 미사일 또는 발사체 등이 있다. 이 구조물들은 축 방향 가속도 운동을 하면서 동시에 변형 성분이 진동하는 시스템이다. 만약 작용력에 맥동 성분이 존재한다면 동적 불안정성을 초래할 수 있기 때문에 이에 관한 연구들이 이루어져 왔다. 최초의 연구는 Beal<sup>(1)</sup> 의해 수행되었으며, 그는 미사일 구조물을 단순 보로 이상화하고 진행 방향 제어 시스템으로 가정하였다. Kim과 Choo<sup>(2)</sup> 미사일 구조물을 Timoshenko 보로 가정하고, 집중질량의

효과까지 고려한 다양한 수치 해석결과들을 제시하였다. 그런데 기존 연구들은 비행 구조물을 모델링하기 위해 굽힘 변형뿐만 아니라 강체운동도 작다고 가정하였다. 이 모델링 방법을 사용한 운동방정식의 유도과정은 간단하지만 그 해석 결과들은 강체운동이 작은 범위에서만 유효하다. 그러나 실제 비행 구조물은 강체운동이 큰 경우가 종종 발생하므로 이런 경우에도 적용 가능한 모델링 방법이 연구되어야 하며 그에 따른 동적 안정성 해석도 수행되어야 한다.

Kane 등이<sup>(3)</sup> 제시한 새로운 보 모델링은 선형 탄성 변형과 비선형 강체운동으로 구성되는 모델링으로서 강체운동에 의한 구조물의 강성 변화까지 효과적으로 나타낸다. 이 모델링 방법은 강체운동을 수반하는 구조물에 관한 여러 연구들에서 사용되었는데, 회전 구조물에 관한 동적 해석 및 진동 해석<sup>(4,5)</sup>, 또는 축 방향 왕복 운동 외팔보에 대한 동적 안정성 해석<sup>(6)</sup> 등에서 사용되었다. 특

\* 한양대학교 기계설계학과

\*\* 한양대학교 기계공학부

히 참고문헌 (7)은 본 논문의 시스템과 유사한 임의의 작용력이 가해지는 자유 비행하는 보 구조물에 대한 동적 해석을 효과적으로 수행하였다.

본 논문에서는 참고문헌 (4)에 제시된 새로운 모델링 방법을 사용하여 축 방향 맥동력이 작용하는 비행 구조물의 운동방정식을 유도하고, 기존 연구들에서는 다루지 않았던 강제운동 비선형 효과가 동적 안정성에 미치는 영향에 대하여 연구한다. 이를 위해, 우선 선형시스템의 안정성 해석을 수행하여 매개변수 공진 영역을 구하고, 이 영역에서 비선형 시스템의 동적 반응을 직접 시간 수치적분을 통해 얻음으로써 그 영향을 파악한다. 비행 구조물에는 진행방향에 대한 제어시스템이 장착되므로 이를 고려한다.

## 2. 운동방정식

Fig. 1은 평면상에서 축 방향 힘에 의해 비행하는 보를 나타낸 것이다. 여기서 보는 세장보로서 오일러 보 가정이 사용된다. 그림 1은 보의 탄성 변형전과 후의 모습을 각각 나타낸다.  $O^*$ 는 공간에 고정된 기준점이고  $O$ 는 보의 무게중심을 나타낸다. 보의 한쪽 끝단에서  $x$ 의 위치에 있는  $P_0$ 점은 변형시  $P$ 점으로 이동하며, 이때 탄성 변형벡터  $\vec{u}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$u_i \equiv \hat{a}_i \cdot \vec{u} \quad (i=1,2) \quad (1)$$

여기서  $\hat{a}_i$ 는 부유좌표계(Floating reference frame)  $A$ 에 부착된 서로 수직인 단위벡터들이며,  $\hat{a}_1$  방향은 변형되기 전 보의 축 방향과 일치한다. 한편  $\hat{n}_i$ 는 관성좌표계에 부착된 단위벡터들이다. 만약 변형이 없다면 보 운동과 부유좌표계의 운동은 동일하게 된다.  $O$ 점의 속도와  $A$ 의 각속도를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{r}_i \equiv \hat{a}_i \cdot \vec{v}^O \quad (i=1,2) \quad (2)$$

$$\theta \equiv \hat{a}_3 \cdot \vec{\omega}^A \quad (3)$$

식들 (1-3)로부터  $P$ 점의 속도는 다음과 같다.

$$\vec{v}^P = [\dot{r}_1 + \dot{u}_1 - u_2\dot{\theta}] \hat{a}_1 + [\dot{r}_2 + x\dot{\theta} + \dot{u}_2 + u_1\dot{\theta}] \hat{a}_2 \quad (4)$$

여기서  $x$ 는  $x - \frac{L}{2}$ 를 나타낸다.  $P$ 점의 가속도는 식 (4)를 시간 미분하여 구하며 다음과 같다.

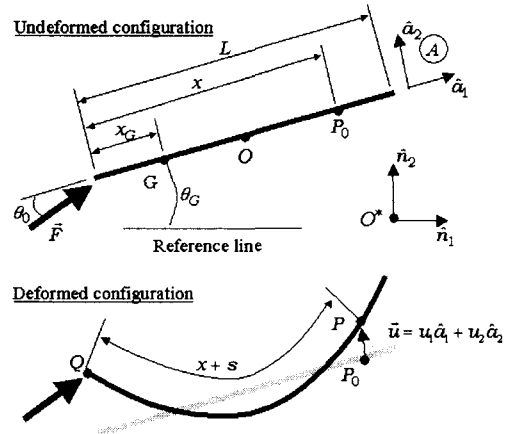


Figure 1 A deformed beam undertaking controlled axial forces in floating reference frame

$$\vec{a}^P = [\ddot{r}_1 - \dot{\theta}\dot{r}_2 - x\dot{\theta}^2 + \ddot{u}_1 - u_2\ddot{\theta} - 2\dot{u}_2\dot{\theta} - u_1\dot{\theta}^2] \hat{a}_1 + [\ddot{r}_2 + \dot{\theta}\dot{r}_1 + x\ddot{\theta} + \ddot{u}_2 + u_1\ddot{\theta} + 2\dot{u}_1\dot{\theta} - u_2\dot{\theta}^2] \hat{a}_2 \quad (5)$$

외력  $\vec{F}$ 는 다음과 같이  $Q$ 점에 작용한다.

$$\vec{F} = F[\cos\theta_0 \hat{a}_1 + \sin\theta_0 \hat{a}_2] \quad (6)$$

여기서  $F$ 는 외력의 크기를 나타내며,  $\theta_0$ 는 제어가 없을 때는  $Q$ 점에서의 처짐각  $\left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0}$ 이며, 제어시에는  $x\theta_G$ 가 더해진다. 여기서  $x$ 는 제어상수이며,  $\theta_G$ 는 제어각으로서  $x_G$ 의 위치에 있는  $G$ 점에서 중립축과 기준선 사이의 각을 나타낸다. 그러므로  $\theta_0$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\theta_0 = \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=0} + x \left\{ \theta + \left. \frac{\partial u_2}{\partial x} \right|_{x=x_G} \right\} \quad (7)$$

여기서  $\theta$ 는  $\hat{n}_1$ 과  $\hat{a}_1$ 사이의 방향각을 나타낸다. 보의 탄성 에너지  $U$ 는 전단 변형을 무시하고 인장 및 굽힘 변형만 고려하면 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L ES \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L EI \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (8)$$

여기서  $L$ 은 보의 길이,  $E$ 는 영의 계수,  $S$ 는 단면적,  $I$ 는 2차 면적모멘트를 나타낸다. 특히  $s$ 는 Fig. 1에서처럼 한쪽 끝점에서  $P$ 점까지 중립축을 따라 실제 인장된 길이를 나타낸다.

상미분 운동방정식을 유도하기 위해 가상모드

법을 사용한다. 그런데 본 논문에서는 기존 선형 모델링에서처럼  $u_1$ 과  $u_2$ 를 근사화하는 것이 아니라  $s$ 와  $u_2$ 를 근사화한다. 즉 다음과 같다.

$$s = \sum_{i=1}^{\mu_1} \phi_{1i}(x) q_{1i}(t) \quad (9)$$

$$u_2 = \sum_{i=1}^{\mu_2} \phi_{2i}(x) q_{2i}(t) \quad (10)$$

여기서  $\phi_{1i}$ 와  $\phi_{2i}$ 는 인장 및 굽힘 방향 모드함수이고,  $\mu_1$ 과  $\mu_2$ 는 그 수이다. 사용된 전체 모드 수  $\mu$ 는  $\mu_1$ 과  $\mu_2$ 의 합이다. 가정모드법을  $u_1$  대신  $s$ 에 적용하기 때문에 다음과 같은 부가적인 관계식이 필요하다 (참고문헌 (4) 참조).

$$\dot{u}_1 = \dot{s} - \int_0^x \frac{\partial u_2}{\partial \xi} \frac{\partial \dot{u}_2}{\partial \xi} d\xi \quad (11)$$

일반관성력과 일반작용력을 구하기 위한 일반속력  $\dot{g}_i$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \dot{g}_1 &\equiv \dot{r}_1 \\ \dot{g}_2 &\equiv \dot{r}_2 \\ \dot{g}_3 &\equiv \dot{\theta} \\ \dot{g}_{3+i} &\equiv \dot{q}_{1i} \quad (i=1, 2, \dots, \mu_1) \\ \dot{g}_{3+\mu_1+i} &\equiv \dot{q}_{2i} \quad (i=1, 2, \dots, \mu_2) \end{aligned} \quad (12)$$

보의 단면회전관성효과를 무시한 일반관성력  $F_i^*$ 는 다음과 같다.

$$F_i^* = - \int_0^L \frac{\partial \vec{v}^P}{\partial g_i} \cdot m \vec{a}^P dx \quad (i=1, 2, \dots, \mu+3) \quad (13)$$

여기서  $m$ 은 단위 길이당 질량을 나타낸다. 식 (13)에서 나타나는 탄성 변위에 대한 2차 이상 고차항을 무시한다. 한편 일반작용력  $F_i$ 는 탄성에너지와  $Q$ 점에 가해지는 작용력에 의해 결정되며 다음과 같다.

$$F_i = - \frac{\partial U}{\partial g_i} + \frac{\partial \vec{v}^Q}{\partial g_i} \cdot \vec{F} \quad (i=1, 2, \dots, \mu+3) \quad (14)$$

여기서  $Q$ 점의 편속도는  $P$ 점의 편속도에  $x=0$ 을 대입하여 얻는다.

운동방정식은 일반관성력과 일반작용력을 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$F_i^* + F_i = 0 \quad (15)$$

따라서 앞에서 구한 결과들을 종합하여 운동방정

식을 얻는다. 그런데 본 논문에서는 강체 운동 비선형 효과가 굽힘 변형의 동적 안정성에 미치는 영향을 집중적으로 고찰하기 위해, 인장 변형 효과는 무시하여 해석한다. 또한 일반적인 해석 결과를 얻기 위해 운동방정식을 무차원화한다. 이를 위해 다음 무차원 변수들을 도입한다.

$$\tau \equiv \frac{t}{T} \quad (16)$$

$$\xi \equiv \frac{x}{L} \quad (17)$$

$$r_i \equiv \frac{r_i}{L} \quad (i=1, 2) \quad (18)$$

$$\eta_i \equiv \frac{q_{2i}}{L} \quad (i=1, 2, \dots, \mu_2) \quad (19)$$

여기서

$$T = \sqrt{\frac{mL^4}{EI}} \quad (20)$$

위의 무차원 변수들을 이용하여 유도된 무차원 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{r}_1 - \theta \ddot{r}_2 - \theta \sum_{j=1}^{\mu_1} P_j \eta_j - \theta \sum_{j=1}^{\mu_2} P_j \dot{\eta}_j = \Lambda \cos \alpha \quad (21)$$

$$\ddot{r}_2 + \theta \ddot{r}_1 + \sum_{j=1}^{\mu_1} P_j \ddot{\eta}_j - \theta^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} P_j \eta_j = \Lambda \sin \alpha \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{12} \theta + \sum_{j=1}^{\mu_1} Q_j \ddot{\eta}_j - (\ddot{r}_1 - \theta \ddot{r}_2) \sum_{j=1}^{\mu_2} P_j \eta_j \\ &= -\Lambda \left[ \sum_{j=1}^{\mu_2} \psi_j(0) \eta_j \cos \alpha + \frac{1}{2} \sin \alpha \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{\mu_2} M_{ij} \ddot{\eta}_j - \theta^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} M_{ij} \eta_j + P_i \delta_2 + Q_i \dot{\theta} + \sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij} \eta_j \\ &- (\ddot{r}_1 - \theta \ddot{r}_2) \sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij}^{GA} \eta_j + \theta^2 \sum_{j=1}^{\mu_2} K_{ij}^{GB} \eta_j \\ &= \Lambda \psi_i(0) \sin \alpha \quad (i=1, 2, \dots, \mu_2) \end{aligned} \quad (24)$$

그리고  $\psi_i(\xi)$ 는  $\phi_{2i}(x)$ 와 동일값을 갖는 무차원 모드함수다.  $\Lambda$ 는  $(= \frac{FL^2}{EI})$  작용력의 무차원 크기를,  $\xi_G$ 는  $(= \frac{x_G}{L})$  제어각의 무차원 위치를 나타내고  $\alpha$ 는  $\theta_0$ 와 같은 값을 갖는 무차원 제어각으로 다음과 같다.

$$\alpha = \sum_{j=1}^{\mu_2} \psi_j(\xi_G) \eta_j + x \left( \theta + \sum_{j=1}^{\mu_2} \psi_j(\xi_G) \eta_j \right) \quad (25)$$

또한 식들 (21-24)에서 사용된 행렬들은 다음을 나타낸다.

$$M_{ij} = \int_0^1 \psi_i \psi_j d\xi \quad (26)$$

$$K_{ij} = \int_0^1 \psi_{i,\xi\xi} \psi_{j,\xi\xi} d\xi \quad (27)$$

$$K_{ij}^{GA} = \int_0^1 (1-\xi) \psi_{i,x} \psi_{j,x} d\xi \quad (28)$$

$$K_{ij}^{GB} = \frac{1}{2} \int_0^1 (\xi - \xi^2) \psi_{i,x} \psi_{j,x} d\xi \quad (29)$$

$$P_i = \int_0^1 \psi_i d\xi \quad (30)$$

$$Q_i = \int_0^1 \xi \psi_i d\xi \quad (31)$$

### 3. 안정성 해석

본 절에서는, 앞 절에서 유도한 무차원 운동방정식에서 작용력의 크기가 다음과 같이 주기적일 때, 그에 대한 동적 안정성 해석방법을 설명한다.

$$A = A_0(1 + \varepsilon \cos \omega \tau) \quad (32)$$

여기서  $A_0$ 는 상수이고,  $\varepsilon$  및  $\omega$ 는 맥동 성분의 진폭과 진동수를 각각 나타낸다.

#### 3.1 선형모델의 안정성 해석

식들 (21-24)를 선형화하기 위해, 먼저 식 (32)를 식 (21)에 대입하고 비선형 항들을 무시하면 다음과 같다.

$$\ddot{y}_1 = A_0(1 + \varepsilon \cos \omega \tau) y_1 \quad (33)$$

위 식을 식들 (22-24)에 대입하고 비선형 항들을 제거하면 다음과 같은 선형 시스템이 나타난다.

$$[\widehat{M}_{nm}]\{\ddot{y}_m\} + [\widehat{K}_{nm}(\tau)]\{y_m\} = 0 \quad (34)$$

여기서

$$\{y_m\} = \{\gamma_2, \theta, \eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{\mu_2}\}^T \quad (35)$$

그리고  $[\widehat{M}_{nm}]$ 은 상수행렬이며  $[\widehat{K}_{nm}(\tau)]$ 는 주기가  $\frac{2\pi}{\omega}$ 인 행렬이다. 식 (34)는 플로켓(Floquet) 이론에 따라 플로켓 승수(Floquet multiplier)들을 구하여 시스템의 동적 안정성을 판정할 수 있다. 즉, 플로켓 승수들 중 크기가 1보다 큰 값이 존재하면 시스템은 불안정하다.

#### 3.2 비선형 모델의 안정성 해석

식들 (21-24)의 비선형 모델에 대한 동적 안정성 해석방법은 시간 수치적분에 의한 직접적 방법과 섭동법에 근거한 해석적 방법이 있다. 직접

적 방법은 시스템 매개변수들 각각의 경우에 대해 수치적분을 하기 때문에 컴퓨터 연산시간이 많이 걸리나 해석결과가 정확하다는 장점을 갖는다. 해석적 방법은 맥동의 크기가 작고, 비선형성이 작은 진동시스템에 적용하는 방법이다. 식 (23)의 경우 비선형성이 작다고 단정하기 어렵기 때문에 해석적 방법을 적용하기가 부적절하다. 따라서 본 논문에서는 직접적 방법을 통하여 비선형 모델의 안정성을 판정한다.

### 4. 수치해석 결과

수치 해석시 사용한 모드함수들은 양단 자유보의 고유 진동모드 중 강제운동 모드를 제외한 모드들이며 세 번째 모드까지 사용하였다.

#### 4.1 방향 제어를 하지 않는 경우 ( $x=0$ )

중동력이 작용하는 경우로, Fig. 2는 선형 모델에 대한 안정성 해석결과를 보여준다. 맥동 진동수에 따른 최대 플로켓 승수를 도시한 그림으로서 1보다 큰 값을 갖는 영역이 불안정 영역을 나타낸다. 불안정 영역은 맥동 진동수가 고유진동수의 합 또는 차( $\omega_2 - \omega_1$ ,  $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$  그리고  $\omega_3$ ) 근처에서 나타나며, 이 영역의 최대 플로켓 승수는 맥동 진동수에 대해서는 반비례하고 맥동 진폭( $\varepsilon$ )에 대해서는 비례하고 있음을 보여준다. 참고로 이 결과는 참고문헌 (1)의 결과와 일치하는데 해석 대상의 되는 모델이 동일하기 때문이다.

Fig. 3은 Fig. 2의 불안정 영역에 속하는 경우일 때 선형 모델과 비선형 모델의 동적 반응을 비교한 그림으로 비선형 효과의 영향을 확연히 보여준다. 동적 해석시 급함 진동을 발생토록 하기 위해, 초기조건을  $\eta_1 = 0.01$ , 그 외는 모두 0.0으로 설정하여 보 끝단 급함변형이 0.02가 되도록 하였다. 선형 모델의 동적 반응은 지수적으로 발산한다. 반면 비선형 모델의 동적 반응은 안정된 모양으로 주기성을 보이는데 이는 강제운동의 비선형 효과에 의한 것이다. 그런데 안정된 모양의 주기적 동적 반응이라 하더라도 그 최대값이 초기치의 5배 정도로 공진의 영향을 무시할 수 없다.

Fig. 4는 비선형 모델에서 맥동 진동수의 변화에 따른 급함 진동 최대값의 변화를 도시한 그림이다. Fig. 2의 결과와 비교해보면, 맥동 진동수가 저주파  $\omega_2 - \omega_1$ 과  $2\omega_1$ 에서는 최대값이 초기치의 5배 정도로 공진에 의한 최대값의 상승을 보이는

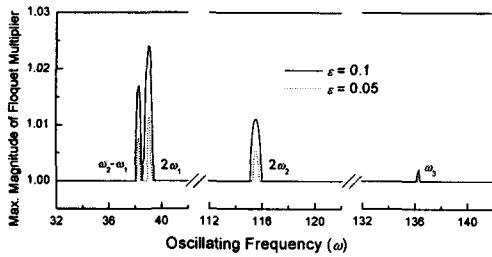


Fig. 2 The variation of the maximum Floquet multiplier when  $\Lambda_0 = 20.0$ ,  $x = 0.0$

데 반해 고주파  $2\omega_2$ 와  $\omega_3$ 에서는 최대값의 상승을 거의 찾아볼 수 없다. 즉 고주파 불안정 영역들은 최대 플로켓 승수의 값이 작은 경우로 이런 경우는 비선형 효과에 의해 공진의 영향이 거의 나타나지 않는다.

#### 4.2 방향 제어를 하는 경우 ( $x=1.$ )

Fig. 5는 방향제어가 있을 때의 선형 모델에 대한 안정성 해석결과이다. 제어가 없는 경우 Fig. 2보다 불안정 영역이 많이 나타나고 그에 상응하는 최대 승수도 크게 나타나고 있다. 이는 진행 방향을 제어함으로써 강체 회전 각변위  $\theta$ 에 대한 고유진동수가 새로이 나타나기 때문이고, 또한 그 고유진동수 값이 작아 상대적으로 큰 맥동이 가해지기 때문에 최대 플로켓 승수도 큰 값을 갖는다. 강체 회전과 관련된 불안정 영역들  $2\omega_\theta$ ,  $\omega_\theta + \omega_1$  및  $\omega_\theta + \omega_2$  등이 다른 영역보다 훨

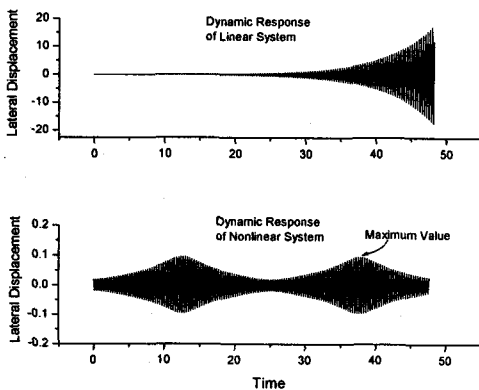


Fig. 3 The comparison of dynamic responses between linear model and nonlinear when  $\Lambda_0 = 20.0$ ,  $\omega = 39.5$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $x = 0.0$

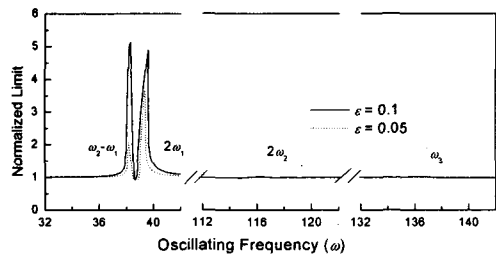


Fig. 4 The variation of the maximum value of dynamic response when  $\Lambda_0 = 20.0$ ,  $x = 0.0$

씬 큰 값을 가짐을 볼 수 있는데 이는 그만큼 불안정성이 큼을 의미한다.

Fig. 6은 Fig. 5의 불안정 영역에 속하는 경우에 비선형 모델의 동적 반응들을 도시한 것으로 강체 회전 진동과 굽힘 진동을 각각 나타낸다. 둘 다 안정된 모양의 주기적인 동적 반응을 보이고 있다. 그런데 회전 진동이 굽힘 진동보다 그 진폭이 훨씬 크게 나타나 강체 회전운동의 비선형 효과는 무시될 수 없음을 확인시켜준다. 발산하는 선형 모델의 동적 반응은 생략하였다.

Fig. 7은 맥동 진동수에 따른 비선형 모델에서의 굽힘 진동 최대값의 변화를 보여준다.  $2\omega_\theta$  및  $\omega_\theta + \omega_1$ 에서는 최대값이 각각 초기치의 18배와 12배 정도이며 그리고  $2\omega_1$ ,  $\omega_\theta + \omega_2$  및  $\omega_1 + \omega_2$ 에서는 4배, 8배 및 7배 정도로 굽힘 진동의 크기가 상당히 증가하고 있음을 볼 수 있다. 특히 방향 제어시스템이 존재할 때 새롭게 나타나는 강체 회전  $\theta$ 와 관련된 영역들에서 굽힘 진동이 상당히 크게 증가하고 있다. Fig. 5의 결과와 비교해보면, 최대 플로켓 승수가 1.01 이상인 경우에는 최대값 상승이 뚜렷이 나타나지만 1.01이하인 경우에는 최대값 상승이 크게 나타나지 않고 있다. 이와 같은 현상은 제어가 없는 경우에도 마찬가지로 나타나고 있어 플로켓 승수가 1.01 이하 범위에서는 매개변수 공진 효과는 강체운동의 비선형 효과의 영향에 의해 거의 나타나지 않음을 알 수 있다.

## 5. 결론

맥동력을 받아 비행하는 보 구조물에서 강체운동 비선형 효과가 동적 안정성에 미치는 영향에 관하여 고찰하였다. 이러한 연구는 기존 연구에

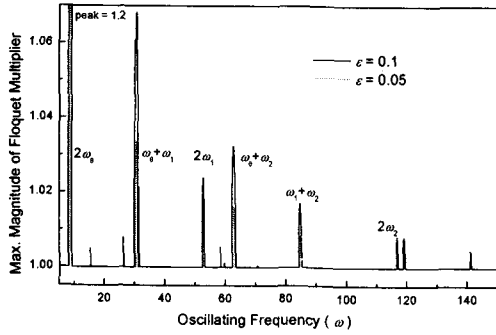


Fig. 5 The variation of the maximum Floquet multiplier when  $A_0=20.0, \alpha=1.0, \xi_G=0.3$

서는 다루어지지 않은 것으로 강체운동 비선형 효과를 고려하기 위해 새로운 모델링 방법을 사용하여 운동방정식을 유도하였다. 진행 방향 제어가 없는 경우,  $\omega_2 - \omega_1$ 와  $2\omega_1$ 에서 동적 반응의 최대치는 초기치의 5배 정도로 공진 효과가 나타나며 나머지 선형 모델의 불안정 영역들에서는 비선형 효과로 인해 최대치가 크게 나타나지 않음을 확인하였다. 제어가 있는 경우는 강체 회전과 관련된  $2\omega_\theta$ ,  $\omega_\theta + \omega_1$  및  $\omega_\theta + \omega_2$ 에서 동적 반응의 최대치가 가장 크게 나타나고,  $2\omega_1$  및  $\omega_1 + \omega_2$ 에서도 공진 효과에 의해 최대치가 상승한다. 그러나 그 외 불안정 영역들에서는 매개변수 공진에 의한 최대치의 상승이 나타나지 않음을 확인하였다.

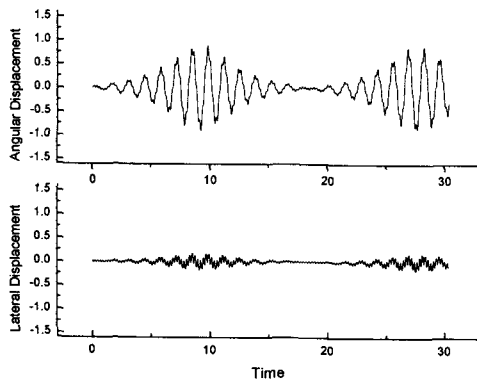


Fig. 6 Dynamic responses of the nonlinear system when  $A_0=20.0, \omega=31.0, \epsilon=0.1, \alpha=1.0, \xi_G=0.3$

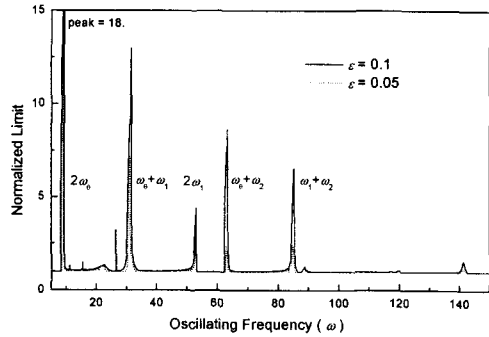


Fig. 7 The variation of the maximum value of dynamic response when  $A_0=20.0, \alpha=1.0, \xi_G=0.3$

## 후기

이 논문은 한국과학재단 지정 한양대학교 최적 설계 신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) T. Beal, 1965, "Dynamic Stability of a Flexible Missile under Constant and Pulsating Thrusts," J. of AIAA, 3, pp.486-494.
- (2) J. H. Kim and Y. S. Choo, 1998, "Dynamic Stability of a Free-Free Timoshenko Beam Subjected to a Pulsating Follower Force," J. of Sound and Vibration, 216(4), pp. 623-636.
- (3) T. R. Kane, R. R. Ryan, and A. K. Banerjee, 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," J. of Guidance, Control, and Dynamics, 10, pp. 139-151.
- (4) H. H. Yoo, R. R. Ryan, and R. A. Scott, 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," J. of Sound and Vibration, 181(2), pp.261-278.
- (5) H. H. Yoo, and S. H. Shin, 1998, "Vibration Analysis of Rotating Cantilever Beams," J. of Sound and Vibration, 212(5), pp.807-828
- (6) S. H. Hyun and H. H. Yoo, 1999, "Dynamic Modeling and Stability Analysis of Axially Oscillating Cantilver Beams," J. of Sound and Vibration, 228(3), pp.543-558.
- (7) 서 석, 유홍희, 1999, "자유 비행 보의 동적 해석," 대한기계학회 논문집, 제23권 제4호, pp.697-717.