

요소가감법을 이용한 형상최적설계에 관한 연구

김영진*·임경호**

Study on Shape Optimization Using Finite Elements Addition and Removal

Young-Jin Kim, Kyeong-Ho Lim

Key Words: Shape Optimization, Self-Designing Structures, Finite Element Analysis, Evolution, Finite Elements Addition and Removal, Removal Rate, Hole in an Infinite Plate, Fillet

Abstract

In this study, finite elements addition and removal method by stress range is applied to optimize shapes in structures, without using classical and numerical optimization methods and search methods. The program based on this algorithm is developed and compared to theoretical results with considerable accuracy.

Classical methods need mesh generation for finite element analysis for every iteration, the developed method needs updated mesh data such as coordinates of nodes, elements connectivity, and loads on nodes. And other tools of finite element analysis can be in use as a black box to interface with this program.

1. 서론

구조최적화는 초기에는 설계조건을 만족시키면서 무게를 줄이려는 노력이 계속되었고 그것은 설계변수(Design Variables)의 최적값을 구하는 것으로 단순히 길이나 두께 등을 결정하는 것이었으나, 보다 효율적인 최적화를 위해서 전체형상 자체를 바꾸어 가는 것으로 최적화하는 방향으로 발전하여 왔으며, 수학적 방법에 의해서 목적함수의 최대 혹은 최소값을 구하는 것으로 그 해를 얻어내는 방법이 주로 연구되었다. 따라서 최적설계는 설계 문제를 수리적인 모델링을 이루어야 하고, 모델을 수리적인 방법을 통해서 해결을

해야 하는 어려움 때문에, 최근까지 학문적인 관심으로 남아 있었으나, 컴퓨터 기술의 발달과 설계변수와 제한 조건을 함께 다룰 수 있도록 하는 알고리즘의 개선으로 최근에 다시 주목을 받게 되었다.

기존의 최적설계 기법이 갖는 단점은 앞에서 설명한 수리적인 부분에서의 문제뿐만이 아니라, 구조해석의 문제에 있어서 요소의 분할에 의존적이기 때문에, 매 반복계산마다 요소를 재분할해야 하는 문제가 발생하게 된다. 그러한 점을 고려해서, 요소의 재분할하는 기법도 발전을 하고 있지만, 역시 그 점이 기존의 최적설계 기법의 한계라고 말할 수 있다.

최근에 많이 연구되고 있는 분야인 위상최적화는 1990년대에 들어서 Xie와 Steven이 성장법(Evolutionary Structure Optimization)을 제안한 후, 활발하게 연구되어 지고 있으며, 구조물의 응력 해석 결과에 따라서 응력이 적게 작용하는 부분

* (주) 씨에프텍

** 한국항공대학교 기계설계학과

을 제거함으로써 구조물의 위상을 최적화 시키는 방법이다.

본 논문에서는 이러한 방법을 응용하여 응력해석과 응력분포에 의한 응력의 높고 낮음에 따라서 응력을 제거, 추가하여, 구조물의 형상의 최적화하는 알고리즘을 완성하고, 형상최적설계프로그램을 개발하였다.

2. 기존의 요소가감에 관한 기존의 연구

기존에 연구되어 있는 요소 가감에 관련한 연구의 대부분은 요소를 제거하는 방법에 의하게 된다. 요소제거법(Element Killing Method)의 경우에는 응력에 의해서 재료의 성질을 바꿈에 의해서 구조물로부터 요소를 제거하게 된다.

2.1 Hard Kill Method (HK Method)

HK method는 Xie와 Steven에 의해 제안된 방법으로, HK method의 주된 특징은 초기 유한요소 모델을 결정과 모델의 반복해와 요소 분할된 구조에서 작은 응력을 갖는 요소의 제거라고 할 수 있다.

또, 이 방법에서 설계를 진행시켜 나가면서 요소의 제거는 일반적으로 요소의 물성치를 거의 0에 가까운 값을 갖도록 함으로써 이루어진다. 이러한 요소의 물성치의 전환은 요소의 응력이 최대응력과 이루는 비율, 제거율(Removal Rate)이 설계자가 결정한 값보다 작다면 그 요소의 물성치를 바꾸어 주는 것이다. 한층 더한 빠른 변환을 유도하기 위해서 제거율 외에 설계자에 의해서 정의되는 성장률(Evolutionary Rate, ER)이라는 상수를 추가 이용할 수 있다.

이 방법의 경우에는 이미 결정된 요소 분할을 이용하여 유한요소해석을 수행하기 때문에 최적화 후의 형상에서 경계의 모양이 툽니처럼 나타나게 된다.

2.2 Interactive Design Refinement (IDR)

성장법 중 하나의 방법인데 이것은 HK method를 반자동으로 수행하는 것이다.

요소를 제거하는 것이 제거된 부분을 따라서 새로운 경계를 구성하게 되는 것을 사용자가 조

절하는 것으로 대체되는데 이것은 HK Method에 의해 요소가 제거가 되고 나서 툽니처럼 갖게 되는 경계를 부드럽게 만들어 나가는 것을 촉진시킬 수 있는 장점이 있다. 다른 IDR의 장점은 높은 응력의 주위로 경계 위상이나 형상을 재정의하는 것이 간단하다는 것이다. 사용자가 설계 지식을 구체화하는 것을 허용하는 것에 의해서 IDR 방법이 이런 점에서 HK method보다 우수함과 동시에 반자동방법은 빠르게 해를 구한다거나 자동으로 설계를 진행시키고자 하는 점에 있어서는 단점이 될 수 있으며 3차원 설계에서는 이 방법을 사용하는 것은 확실하지 않다.

3. 요소가감법의 알고리즘

Fig. 1의 Boundary Adaptivity는 초기유한요소모델에서 추가, 제거가 되어질 부분의 경계를 보다 세밀하게 계산하기 위해서 요소의 크기를 줄여 나가는 것을 의미한다.

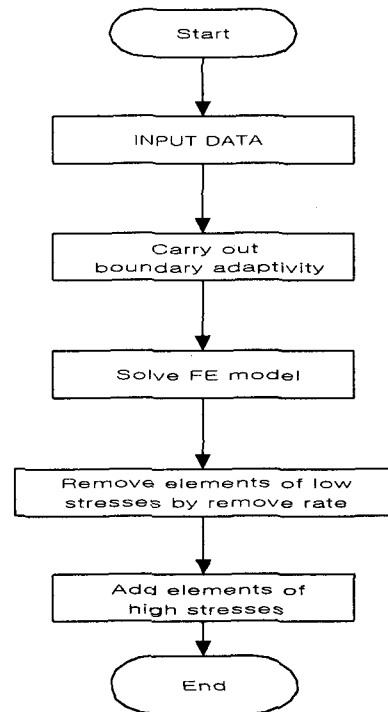


Fig. 1
Algorithm of Finite Elements
Addition and Removal

3.1 요소의 추가와 제거 조건

요소가감법에서는 두 가지 응력을 고려하여야 하는데, 하나는 최대 응력 한계선이고 하나는 제거 응력의 한계선, 즉, 요소를 추가하기 위한 한계응력과 제거하기 위한 한계 응력이 존재하게 되는데 최대 응력 한계선은 최종 구조물에서의 응력값이 이 값을 넘지 못하도록 하는 고정된 한계 응력을 말하고, 제거 응력의 한계보다 작은 응력이 구조물에 작용할 경우 이것을 제거하기 위한 응력을 말한다.

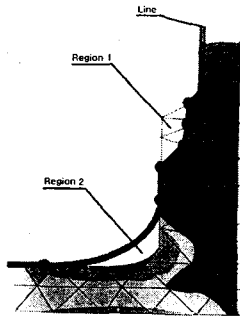


Fig. 2
The Condition of Adding and Removing

Fig. 2에서 Line이 설계자가 설정한 제거, 추가 응력의 분포에 따른 선이라고 하면, 구조물에서 영역 1은 한계선이 내부에 존재를 하게 된다. 그것은 영역 1의 경우에는 제거 응력보다 적은 응력이 작용하고 있다는 것을 보이고 있는 것이다. 반대로 영역 2의 경우에는 구조물의 형상의 경계를 이루는 요소의 응력이 한계 응력보다 높게 나타나고, 동시에 제거, 추가 응력의 분포선의 등고선에 의해서 이루어지는 영역의 내부에 존재를 하게 된다.

따라서, 영역 1의 경우에는 요소가 제거가 되어지고, 영역 2의 경우에는 요소를 추가하게 되어지는 것이다.

3.2 해석 문제의 모델링

먼저 설계자는 구조적인 형태를 결정을 하고 기하학적인 형상을 그린다. 일단 구조형상을 결정하였으면 요소분할을 나누고 재질의 성질 등을

결정한다. 마지막으로 작용하는 하중과 구속조건을 결정하고 유한요소해석 프로그램을 이용하여서 해석한 데이터를 저장한다.

3.3 요소의 추가와 제거

해석 뒤에 높은 응력이 작용하는 부분에서 수선거리에 경계에 동심이나 구조물의 주변을 재설정하는 것에 의해 재료를 추가한다. 이 거리는 공학적 판단에 의해서 결정되어 진다. 만약 판단의 에러를 설정한다면 반복계산에서 자동적으로 바뀌게 된다. 예로 너무 많은 재료가 추가가 되면 그것을 충분히 응력을 받지 않은 경향이 있을 수 있고 그러므로 제거가 될 수도 있다. 또한 그 반대도 존재한다.

응력이 작게 작용을 하는 재료는 응력 범위에 접하고 최소값에 접한 부분을 따라서 구조물의 주변을 재설정하는 것에 의해서 제거하게 된다.

제거율은 2차원 구조물의 전체 면적과 제거되는 면적과의 비율로 정하였으며, 이는 설계자가 임의로 정의하게 된다.

따라서, 제거되어야 할 응력은 그 비율에 의하여 결정하도록 하였는데, 최하위의 응력을 갖는 요소를 순서대로 나열하고 그 요소들의 면적을 더해, 제거율에 비해서 크게 되는 순간의 응력을 제거 응력으로 결정하였다.

4. 적용 예 및 결과

실제의 예로의 적용은 구멍이 뚫린 평판의 경우와 평판에서 필렛이 존재하는 경우를 들어서 최적화를 구현하였다.

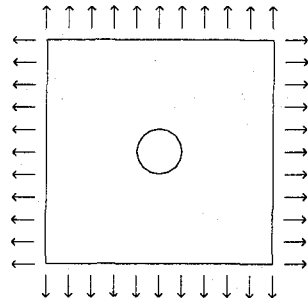


Fig. 3
The Plate with a Circular Hole

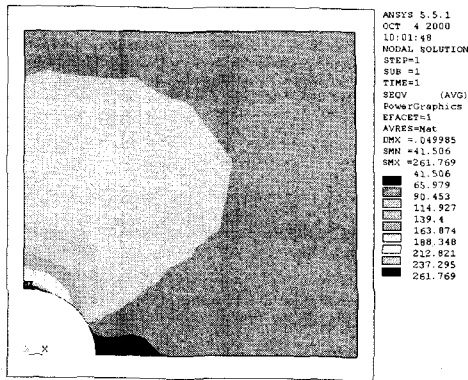


Fig. 4 The Initial Stress Distribution

4.1 구멍 뚫린 평판의 문제

하중은 X방향이 100Mpa, Y방향이 50Mpa이 환경은 20mm, 각 변의 길이는 100mm이다. 평판의 두께는 1.0mm이고 탄성계수와 프아송의 비는 각각 200GPa과 0.3으로 하여 계산하였다.

초기 모델에서 발생하는 최대 von Mises 응력은 261MPa 이고 Fig. 4는 von Mises 응력 분포를 나타내는데 앞에서 기술한 바와 같이 응력 집중이 발생하는 것을 알 수 있다. 따라서, 발생하는 응력집중을 제거하도록 구멍 주위에서의 응력이 균일하게 분포하도록 하는 것을 목적함수로 하여, 형상을 변화 시켰다.

Fig. 5는 최종형상의 von Mises 응력 분포를 나타낸 것이다.

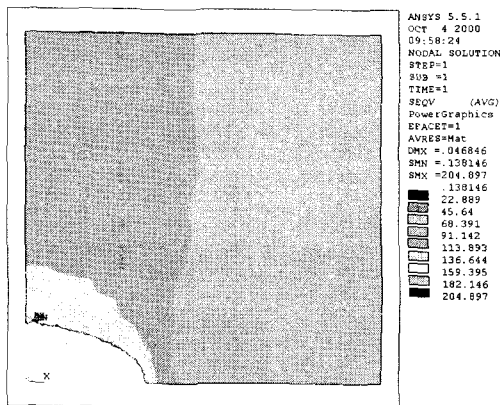


Fig. 5 The Final Stress Distribution

이 결과에서 최대 von Mises의 분포가 비교적 균일하게 나타나는 것을 알 수 있다. 그러나 국부적으로는 응력이 여전히 높게 나타나는 것을 보이는데 이것은 형상의 경계가 매끄럽게 나타나지 않았기 때문이다.

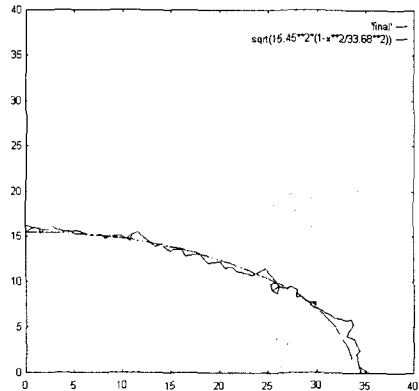


Fig 6 . The Final Shpae

Fig. 6는 타원과 비교한 그림이다. 이 그림에서 보여주는 장단축의 비는 약 2.23 : 1이 된다. 이 경우에 구멍이 뚫린 무한평판의 경우에 이론치는 응력비와 같은 2:1로 나타나는 것이 옳지만 이 경우에는 초기형상에서 평판의 각변의 길이와 구멍의 반경과의 비가 무한평판에 비교할 정도로 크게 나타난 것이 아니기 때문에 이론치와는 약간의 차이를 보이고 있다.

4.2 필렛 문제

필렛 문제의 경우에는 단면이 급격하게 변하는 모서리부분에서의 응력집중이 심하게 발생할 하게 된다.

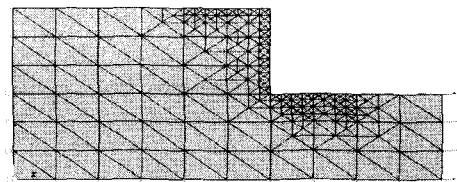


Fig. 7 The FE Model in the Case of Fillet

X축 방향으로 작용하는 하중은 45MPa이고 필렛의 단면이 넓은 부분은 90mm, 좁은 부분은 45mm고 전체 길이는 200mm이다. 물성치는 앞의 문제와 동일하다.

이와 같은 조건에서의 최대 von Mises 응력 분포는 Fig. 8과 같다.

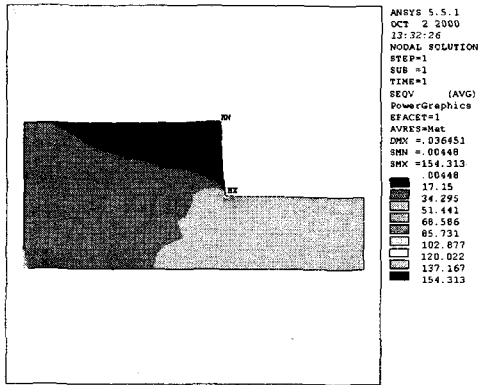


Fig. 8 The Initial Stress Distribution

그러나 필렛 문제는 앞의 예에서처럼 평균 응력이 고르게 분포하는 경우는 아니기 때문에 그 작용하는 응력집중을 최소화하도록 한다. 따라서 특정값을 중심으로 해서 응력이 분포하도록 해야 한다. 따라서 이 경우에는 특정값을 초기치에 얻어지는 최대응력을 기준으로 하여 허용응력의 하한치와 상한치를 각각 최대응력의 50%와 70%로 설정하여 요소가감법을 수행하였다.

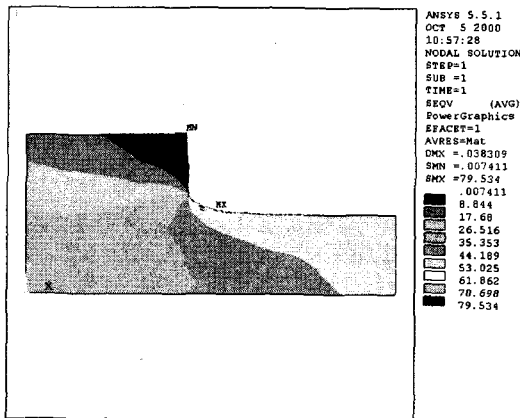


Fig. 9 The Final Stress Distribution

최적형상의 결과로 얻어지는 유한요소 해석이 결과는 Fig. 9와 같다.

Fig. 9에서 나타나는 응력 분포를 보면 초기의 응력 분포에 비해서 응력이 고르게 분포되는 것을 알 수 있다. 그러나, 최대 응력의 경우를 보면 오히려 더 커진 것으로 판명이 되는데, 이는 형상의 경계가 매끄럽게 나타나지 않기 때문에 형상의 단면이 변화하는 부분에서 국부적으로 응력이 과다하게 작용한다. 따라서, 응력분포에서 응력이 과다하게 작용하는 정도의 면적을 비교하면, 앞에서 기술한대로 최종 형상의 응력분포는 초기의 응력 분포보다는 균일하게 분포하고 있다고 판단할 수 있다.

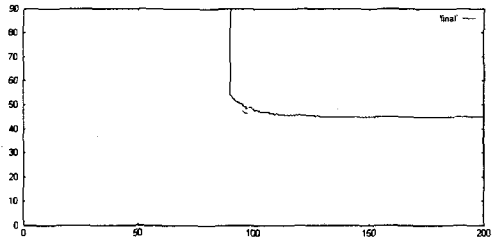


Fig. 10 The Final Shape

5. 결론

이상과 같이 응력의 고저에 따라서 요소를 추가, 제거함으로써 형상최적화 알고리즘을 구현하였으며 형상최적화를 수행하였다.

이 요소가감법을 이용한 형상최적설계는 다른 기존 방식의 형상최적설계와는 차이를 보이고 있다.

- 1) 일반적으로 수리적인 기법에서는 복잡한 수학 문제를 해결하기 위해서 수치해석적인 부분을 고려하여야 하지만 요소가감법의 경우에 응력의 고저에 따라 요소를 추가, 제거를 실행하므로 수리적 기법에 비해서 간단히 최적 형상을 얻을 수 있고,
- 2) 유한요소해석에 의한 기존의 탐색적 방법이나 수리적 방법의 형상최적 설계에서는 최적 설계 기법을 적용한 수치 해석적인 부분과 형상데이터에 관련한 부분이 따로 존재를 하여야 하지만, 요소가감법은 수치 해석적인

부분을 제거하여 구현프로그램의 구조를 보다 간단히 할 수 있고,

- 3) 기존의 형상최적설계가 매 반복계산마다 형상의 요소분할을 해야 하거나, 요소분할을 하지 않고, 기존의 유한요소 데이터를 이용해야 하는데, 기존의 데이터를 이용할 경우에는 요소의 새장비 등에 의해서 해석결과의 신뢰도에 관한 부분이 문제가 될 수 있지만, 요소가 감법의 경우에는 이전 단계의 계산에서 사용된 요소의 데이터 뿐만이 아니라, 새롭게 생성되는 데이터를 추가하기 때문에 새로운 요소분할을 필요로 하지 않으며,
- 4) 요소가감법은 구조해석에 사용되는 유한요소 해석 프로그램의 종류에 상관없이 블랙박스로 이용할 수 있다.

그러나, 앞의 최종형상에서 나타난 것처럼 경계가 매끄럽게 형성되지 못한 것 때문에 국부적으로 응력집중이 발생하였는데 이것은 경계를 구성하는 절점과 절점으로 구성되는 변의 각도의 크기를 조절하는 것으로 개선할 수 있다.

참고문헌

- (1) Arora,J.S. "Introduction to optimum design", McGraw-Hill,1989
- (2) G.N. Vanderplaats, " Numerical optimization techniques for engineering design",McGraw-Hill,1984
- (3) Rao,S.S."Engineering Optimization", Wiley Interscience,1996
- (4) Xie,Y.M. and Steven,G.P.(1993) "A simple evolutionary procedure for structural optimisation", Computers and Structures, Vol.49 No.5,pp.885-96
- (5) Nha,C.D, Xie,Y.M and Steven,G.P(1997) "An evolutionary structural optimization method for sizing problems with discrete design variables", Computer and Structures, Vol.68 pp.419-31
- (6) W.C.Christie, P.Bettess and J.W. Bull(1998) "Self-designing structures : a practical approach", Engineering Computations, Vol.15 No.1,pp35-48
- (7) 김현강, NURBS를 이용한 형상최적설계,