

2차원과 3차원에서의 비정렬 동적 적응격자 형성법에 관한 연구

A Dynamic Adaptation Technique on 2-D and 3-D Unstructured Meshes

○ 박영민¹⁾, 오우섭²⁾, 권오준³⁾

Y. M. Park, W. S. Oh and O. J. Kwon

Two and Three dimensional dynamic adaptation code is developed for transient computations. This code involves mesh refinement and coarsening to either add points in high gradient regions of flow or remove points where they are not needed, for high spatial accuracy. Temporary cell algorithm is used to maintain the original grid quality. To show the assessment of the accuracy and efficiency, two dimensional steady and unsteady flows are computed. Also, three dimensional steady computations are made to assess the refinement using temporary cell algorithm. The result shows the high spatial accuracy primarily in discontinuity regions in steady and unsteady computation..

1. 서론

최근 수치적인 기법의 발달과 함께 동적 적응 계산 기법 또한 비약적으로 발전하였다. 이러한 적응 격자 기법은 수치 계산 과정에서 보다 높은 공간 정확도를 확보할 수 있도록 하므로 보다 효율적인 수치 계산이 가능하도록 하는 장점이 있다[1]. 일반적인 격자계에서는 고정된 계산 영역 안에서 격자 해상도가 높을수록 수치적 정확도는 더욱 증가한다. 그러나 격자점의 증가는 계산 시간의 증가와 더불어 계산에 소요되는 메모리의 증가를 수반하므로 기법을 적용하는 과정에서 제약이 따른다. 그러므로, 주어진 유동 해에 맞는 적응 격자를 효율적으로 수행하기 위해서는 전체 유동 영역보다 유동구배의 변화가 심한 곳과 같은 국부적인 영역에 대한 격자 적용이 유리하다. 비정렬 격자에서의 적응 격자 기법은 일반적으로 격자 재생성(mesh regeneration), 격자분포 조절(mesh movement), 격자점의 추가(mesh enrichment) 3가지로 분류된다.

격자 재생성 과정은 지배 방정식의 계산 과정에서 적응 격자를 수행하지 않고 격자의 생성과정에서 격자의 분포를 조절하는 방법이다. 이 방법은 주어진 유동해를 바탕으로 격자의 재생성과정에서 이산오차(discretization error)가 큰 영역에서 격자의 밀도를 높일 수 있도록 한다[2]. 격자의 분포 조절 방법은 유동 영역에서의 격자점의 수를 고정하고 유동변수의 구배가 큰 영역에 격자점을 밀집하는 방법으로 보통 spring network analogy[3]를 이용한다. Spring network analogy는 격자의 연결 상태를 선형 용수철의 연결 상태로 간주하고 힘의 평형을 만족하도록 하여 격자를 재분배한다, 이 때, 용수철 상수는 유동해의 구배에 비례한다고 가정한다.

격자점 추가 방법은 유동해의 오차가 큰 영역에 국부적으로 격자점을 추가하여 격자 해상도를 높이는 방법으로 적응 격자 후에도 초기의 격자 상태를 간직하므로 격자재생성 과 격자분포조절 방법과는 달리 비정상 유동에 보다 효과적으로 이용될 수 있다[4]. 또한 국부적으로 오차가 있는 영역 위주로 격자점을 추가/제거하므로 위의 두 가지 방법에 비해 매우 빠른 속도 특성을 갖는다. Euler/Navier-Stokes 방정식을 이용한 유동계산 과정에서 이산오차는 충격파, 전단류, 경계 층 등에서 대부분 나타나며 위의 적응 격자 기법 등을 이용하면 효과적으로 유동 해를 구할 수 있다.

격자점의 추가 방법을 이용한 적응격자기법은 분할 방법에 따라 여러 가지로 분류 될 수 있다. 일반적인 형태의 격자 분할은 2차원에서 1:2, 1:4 분할 과정이 있으며(그림1), 3차원에서는 1:2, 1:4, 1:8 분할 과정이 있다(Biswas & Strawn[5], Raush et al[6], Lohner and Baum[7]). 이 외의 방법으로, Sharov[8]는 1:2 분할만을 허용하는 이분할 방법(bisection method)을 제안하여 정상 충격파 유동을 해석하였다. 또한 Kallinderis[9]는 기존의 분할법 외에 격자 중심에 새로운 격자점을 추가

- 1) 한국과학기술원 항공우주공학전공 대학원 (042-869-3760)
- 2) 한국과학기술원 항공우주공학전공 대학원 (042-869-5760)
- 3) 한국과학기술원 항공우주공학전공



하여 생성하는 방법을 이용하였다. 이 방법은 격자의 중심에 새로운 점을 추가함으로써 주변 buffer cell의 생성을 억제한다. 두 가지 방법은 알고리즘이 간단하여 적용 격자 기법의 코드화가 쉽다는 장점이 있지만 격자의 질이 저하되는 단점이 있다. 본 논문에는 위의 방법 중에서 격자의 질을 최적 상태로 유지할 수 있는 1:4, 1:8 분할법과 임시 격자 분할 방법(temporary cell)을 이용하였다.

일반적인 격자의 분할 과정에서 2차원의 1:2 분할, 3차원의 1:2, 1:4 분할은 주 분할 격자와 미분할 영역을 연결하는 buffer cell로 격자의 질에 큰 영향을 미친다. 이는 주 분할 격자의 경우, 격자의 질 저하 현상은 발생하지 않고 체적 감소 현상만 나타나나, buffer cell의 경우는 체적 감소와 더불어 격자의 질이 저하되기 때문에 나타나는 현상이다. 이러한 격자의 질 저하 현상을 방지하기 위하여 Lohner 와 Batina 등은 임시 격자(temporary cell)방법을 이용하였다. 임시 격자 방법은 이전 단계의 buffer cell이 분할 격자로 선택되면 미리 주 분할 격자로 분할한 다음 미분할하는 과정으로 격자의 질이 저하되는 현상을 제거한다(그림2). 2차원의 경우 Lohner와 Batina 등이 임시 분할법을 이용하여 비정상 충격파와 진동하는 익형의 비정상 유동을 계산하였으며, 3차원의 경우, Batina는 "임시 분할법을 이용한 적용 격자 기법을 이용하여, 비정상 shock tube의 유동을 해석하고 ONERA M6 날개의 정상 공기력을 계산하였다.

본 논문에서는 비정상 유동 해석을 위한 동적 적용 격자 기법으로 Batina의 임시 격자분할법을 이용하여 2차원 정상/비정상 유동 및 3차원 정상 유동을 해석하였다. 계산에 사용된 solver는 시간 적분 과정으로 Jacobi Gauss/Seidel 내재적 기법을 이용하였고 공간 적분 과정으로는 Roe의 FDS를 이용하였다. 제어 체적은 2차원의 경우 격자점 중심기법을 이용하였고 3차원의 경우 격자 중심기법을 이용하였다. 적용 격자 기법의 적용성을 검증하기 위하여, 정상 유동의 경우 2차원 NACA0012 익형과 3차원 ONERA M6 날개에 대한 공기력 계산을 수행하였으며, 2차원 진동하는 익형에 대한 유동 계산을 수행하여 비정상 유동에 적용하여 실험 결과와 비교하였다.

2. 수치적 방법

계산에 사용된 유동 해석 코드는 비점성 비정상 유동을 해석할 수 있으며 격자점 및 격자 중심의 유한체적법을 이용한다. 시간 적분법은 벡터화되어 있는 Jacobi Gauss/Seidel 내재적 방법으로 비교적 적은 메모리로 빠른 수렴 특성을 갖는다. 공간 적분법은 Roe의 Flux Difference Splitting 방법을 이용하였다. 정상 상태의 수렴 속도 향상을 위해서는 국부 시간 전진 기법(local time stepping)을 이용하였고, 비정상 계산에서의 선형 오차를 제거하기 위하여 이중 시간 적분법(dual time stepping)을 이용하였다.

3. 적용격자 알고리즘

3.1. 오차 지시자

오차값을 결정하는 과정은 적용격자 기법의 적용 과정에서 가정 먼저 실행되는 과정으로 유동장 전 영역에 대하여 이산 오차가 큰 영역을 감지하여 후에 분할 할 수 있도록 해당 격자를 기억한다. 비점성 유동의 경우 이러한 영역은 주로 충격파, 정체점(stagnation point) 등에 지배적으로 나타나며 밀도 구배를 이용하여 이를 감지한다. 정상 유동과 비정상 유동에 이용되는 오차지시자는 식(1)과 식(2)에 나타나 있다.

$$|\nabla \rho| \times V^n \tag{1}$$

식 (1)에서 V는 체적을 의미하며 격자 적용에 따른 미소 격자 생성을 방지하기 위하여 이용되며 n은 1~2의 값을 이용한다. 비정상 계산에 사용된 오차 지시자는 아래의 식(2)와 같으며 2차원의 경우 식(3)과 같이 간단한 형태로 표현될 수 있다.

$$\epsilon_o = \frac{h^2 \left| \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|}{\left(h \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| + \alpha \bar{u} \right)} \tag{2}$$



$$\epsilon_i = \frac{|u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}|}{(|u_{i+1} - u_i| + |u_i - u_{i-1}| + \alpha(|u_{i+1}| + |2u_i| + |u_{i-1}|))} \quad (3)$$

위의 식에서 계산된 오차지시자는 0~1사이의 값을 가지며 아래와 같은 기준값을 이용하여 격자점을 추가/제거한다.

$$\epsilon_{ref} = 0.1 \sim 0.2, \quad \epsilon_{coar} = 0.01 \sim 0.05 \quad (4)$$

3.2. 격자점 추가 (Mesh Enrichment)

격자점의 추가는 상대적으로 성긴 격자에서 시작하여 유동을 해석해 나가면서 특정한 간격으로 수행한다. 이러한 격자점의 추가가 이루어지는 곳은 충격파와 같은 불연속면이 존재하는 영역이 대부분이며, 격자 분할이 계속적으로 발생하기 때문에 격자 질이 저하될 수 있다. 이러한 격자의 질 저하를 방지하기 위하여 임시 분할 격자를 이용하여 buffer cell 이 재 분할되는 것을 방지한다. 2차원의 경우, 1:2, 1:4 분할 격자는 먼저 1:8로 분할되어 격자의 질을 회복하고 재분할하게 된다. 3차원의 경우 이러한 과정은 다소 복잡하게 나타나며 1:2 분할 격자는 1:8형태의 격자로 분할된 후 다시 필요한 부분을 재분할하게 된다. 이러한 분할 과정을 통해 발생할 수 있는 분할 경우는 1:2 분할 형태의 경우 4가지가 존재하게 된다. 1:4 분할 격자 역시 1:8 형태로 분할된 후 필요한 영역을 재분할한다. 이러한 과정은 1:4 격자의 15개의 edge 중에서 단 하나의 edge가 격자점 추가로 결정되면 수행되며 총 33개의 형태로 분할될 수 있다.

격자점의 추가로 인한 격자의 재구성은 먼저 격자선(edge) 분할, 격자면(face) 분할, 격자(cell) 분할 순서로 이루어진다. 격자점의 추가 과정에서 유의해야 할 점은 곡면의 물체 표면에서의 격자점 추가 과정이며 2차나 3차의 curve fitting을 통해 물체 경계면과 일치하는 위치에 새로운 격자점을 추가해야 한다.

3.2. 격자점의 제거 (Mesh Coarsening)

격자의 제거 과정도 격자의 분할과정과 함께 동시에 적응격자 과정에서 수행된다. 즉 앞 절에서 설명한 오차 지시자를 계산하여 미리 지정된 제거 오차의 한계 내에 있는 격자면을 제거하게 된다. 격자면을 제거한 후 격자면 제거 정보를 이용하여 격자를 제거한다. 격자의 제거는 앞에서 언급한 바와 같이 분할된 격자에 대해서만 수행을 하며, 초기 격자는 더 이상 제거하지 않는다. 격자의 제거는 분할의 역 과정이고 제거의 과정에서 격자의 질 저하 현상이 나타나지 않기 때문에 분할 과정보다 비교적 간단하다(그림3).

4. 결과 및 고찰

앞 절에서 설명한 동적 적응격자 방법의 정확성 및 효율성을 판단하기 위하여 2차원 NACA0012 익형에 대하여 계산을 수행하였다. 정상 및 비정상 유동의 경우에 대하여 각각 계산을 수행하고 실험 결과와 비교하였다. 3차원 유동해석의 경우 ONERA M6 날개의 유동에 대하여 정상 유동을 해석하였다.

4.1 NACA0012 익형의 정상유동 해석

정상유동 해석은 NACA0012 익형에 대하여 수행하였으며, 자유류의 속도는 $M_\infty = 0.8$ 로 천음속 영역이고 받음각은 1.25도 이다. 그림 4는 초기 격자의 형상으로 격자점 1,662개, 격자 3,208 개이며, 그림 5 는 초기 격자로 100회 반복계산 후 매 50회 반복계산마다 4단계에 걸쳐 격자의 분할을 수행한 결과로 최종 격자는 격자점 5,383개이며, 격자수 10,534 이다. 그림 6은 그림 5의 경우와 동일한 방법으로 격자분할 및 격자제거를 반복 수행한 결과이다. 최종격자는 격자점 4,614개이



며, 격자수 9,023 이다. 결과적으로 격자 제거를 격자 분할과 함께 수행하는 경우 5 ~ 10% 정도의 계산 시간이 절약될 수 있다. 이 경우 그림7의 등 압력선도에서 볼 수 있듯이 익형 윗면에 비교적 강도가 큰 충격파가 62% 시위 부근에서 발생하며, 밑면에는 상대적으로 강도가 약한 충격파가 33% 시위 부근에서 발생한다. 그림 8은 격자적용의 진행에 따른 익형 표면의 압력계수 변화를 나타낸 것이다. 2차의 격자 적용 후에 거의 최종 형상과 동일한 표면압력계수를 갖게된다.

4.3 ONERA M6 날개의 정상 유동 해석

3차원 유동의 계산 예로 ONERA M6날개 주위의 유동을 계산하였다. 정상 계산에 사용된 유동 조건은 비점성 계산에 자주 이용되는 받음각 3.06° , 마하수 0.86이다. 계산에 사용된 초기 격자는 44,575개의 격자와 8,873개의 격자점으로 구성되어 있으며 이 중 2,659개의 격자점이 격자 경계면을 구성한다. 초기 유동해는 CFL 수 10에서 시작하여 1번의 반복계산마다 1씩 증가하도록 계산하였고 국부시간 전진기법과 함께 CFL수가 310이 되면 계산을 중단하였다. 그림 9는 초기의 성긴 격자면을 나타낸 그림이다. 초기 격자를 이용한 유동해의 경우 성긴 격자로 인해 충격파의 형상이 선명하지 않으나 2 단계 후의 격자는 비교적 선명하게 충격파를 나타내고 있다. 격자 적용은 매 300번째 반복 계산에서 2번 수행하였으며 최종 격자는 119,374개의 격자와 23,269개의 격자점으로 구성되어 있다. 그림 10과 그림 11 은 3단계 적용 격자 후의 격자 모양과 등압력 선도를 나타내며 충격파 주위에 밀집된 격자 분포를 확인할 수 있다.

4.2 NARA0012 익형의 비정상 유동해석

비정상 유동해석은 앞에서 제시한 격자 제거 및 분할 방법을 이용하여 날개단면의 받음각이 $\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(2kM_\infty t)$ 식에 따라 1/4 코드를 기준으로 진동하는 경우의 유동을 해석하였다. 운동조건은 $\alpha_0 = 0.016^\circ$, $\alpha_1 = 2.51^\circ$ 로 실속 현상이 일어나지 않는 범위의 문제이다. 마하수는 $M_\infty = 0.755$ 로 천음속 영역이고, 감쇠 주파수는 $k = 0.0814$ 이다. 해석에 사용된 날개단면은 실험값이 가장 널리 알려진 NACA0012 이다. 진동하는 날개단면의 초기 상태를 얻기 위해서 날개단면의 움직임이 없는 정상 상태의 계산을 실행하였다. 초기격자는 정상유동의 초기 격자와 동일하다. $t = 0$ 일 때 받음각 $\alpha = 0.016^\circ$ 의 상태를 초기 조건으로 계산하였으며, 국소시간전진 기법을 이용하였고 CFL=10-110으로 반복 계산을 하여 초기 조건을 얻었다. 비정상 유동 해석은 계산의 정확도를 높이기 위해서 시간적 및 공간적으로 모두 2차의 정확도를 갖도록 계산하였다. 진동하는 날개단면을 따라서 전체의 격자계가 함께 움직이는 방법으로 격자를 처리하였고, 무차원 시간간격은 0.01로 계산하였으며, 각속도는 $\omega = 2M_\infty k$ 이므로 한 주기운동이 이루어지는데 필요한 무차원 시간은 $T=51.12$ 가 된다. 따라서 5,112번의 반복 계산을 하면 한 주기를 계산할 수 있게 된다.

그림 12는 양력계수와 모멘트 계수의 받음각에 대한 변화를 나타낸 것이다. 그림에서 점선으로 나타낸 격자 적용을 수행하지 않고 계산한 결과이고 실선은 매 10회의 반복계산 마다 1회의 격자 적용(추가 및 제거)을 수행하며 계산한 결과이다. 두 그래프 거의 일치하며 실험값과 모두 대략적으로 일치하는 경향을 보이고 있으며 다른 참고문헌[10]의 연구 결과들과도 거의 같은 결과를 나타낸다. 모멘트 계수의 값이 약간의 차이가 발생하는 것은 격자적용에 따라서 충격파의 위치가 조금 달라졌기 때문이다. 실험값은 중심축에 대하여 비대칭이며 이것은 평균 받음값에 약간의 오차가 있었던 것으로 알려져 있다. 그림 13은 받음각의 변화에 따른 격자형상의 변화, 등압력 선도 ($\Delta p = 0.02$) 그리고 압력계수 분포를 나타낸 것이며 충격파 전후에서 격자를 잘 밀집시키는 것을 볼 수 있다. 아래 그림은 각 받음각에 대한 세 번째 주기에서의 표면압력분포를 나타내고 실험값과 비교한 것이다. 그림에서 가는 실선, 점선으로 나타낸 격자적용을 수행하지 않고 계산한 결과이고 굵은 실선, 점선은 매 10회의 반복계산 마다 1회의 격자적용(추가 및 제거)을 수행하며 계산한 결과이다. 격자적용에 따라 충격파의 위치를 정확하게 계산할 수 있게 된다.

5. 결론

2차원과 3차원에 대한 비정렬 적응격자 코드를 개발하였다. 2차원의 경우 격자점의 추가/제거 과정을 수행하는 동적 적응 격자 기법을 이용하였으며 3차원의 경우 정상 유동 해석을 위한 격자 기법을 개발하였다. 적응격자 기법은 모두 임시 분할 방법에 기초한 격자 분할법을 이용하였고, 비정상 계산에서 격자의 질의 저하됨이 없이 효과적으로 쓰일 수 있음을 알 수 있었다. 본 연구에서 개발된 2차원 적응 격자 기법의 경우 충격파의 운동이나 와류 흐름 등의 비정상 유동 해석에 효과적으로 이용될 수 있다. 또한 3차원 정상 유동에 대한 적응 격자 기법은 정상 유동에서의 해를 구하는데 효율적으로 이용될 수 있으며 후에 격자점의 동적 적응 격자로 개발될 수 있다.

참고문헌

[1] Thompson, J. F., " A Survey of Dynamically-Adaptive Grids in the Numerical Solution of Partial Differential Equations," AIAA Paper No. 84-1606.
 [2] Peraire, J., Vahdati, M., Morgan, K., and Zienkiewicz, O. C., " Adaptive Remeshing for Compressible Flow Computations," Journal of Computational Physics, Vol. 72, pp. 449-466, 1987.
 [3] Nakahashi, K., and Deiwert, G. S., "Self-Adaptive Grid Method with Application to Airfoil Flow," AIAA Journal, Vol. 25, pp. 513-520, Apr. 1987.
 [4] Lohner, R., " An Adaptive Finite Element Scheme Transient Problems in CFD," Compu. Meths. Appl. Mech. Eng, Vol. 61, pp323-338, 1987.
 [5] Biswas, R., Strawn. R., "A New Procedure for Dynamic Adaptation of Three-Dimensional Unstructured Grids," AIAA Paper 93-0672 Jan, 1993.
 [6] Rausch, R. D., Batina, J. T., and Yang, H. T. Y., "Spatial Adaptation Procedures on Tetrahedral Meshes for Unsteady Aerodynamic Flow Calculations," AIAA Paper 93-0670, 1993.
 [7] Lohner, R., Baum J. D., "Numerical Simulation of Shock Interaction with Complex Geometry Three-dimensional Structures Using a New Adaptive h-refinement Scheme on Unstructured Grids," In 28th Aerospace Science Meeting, 1990.
 [8] Sharov, D., Fujii, K., "Three-Dimensional Adaptive Bisection of Unstructured Grids for Transient Compressible Flow Computations," AIAA Paper 95-1708, 1995.
 [9] Kallinderis. Y., Vijayan., P. "Adaptive Refinement-Coarsening Scheme for Three-Dimensional Unstructured Meshes," AIAA Journal, Vol. 31, pp. 513-520, 1993.
 [8] Kleb, W., Batina, J. T., and Williams, M., "Temporal-Adaptive Euler/Navier Stokes Algorithm for Unsteady Aerodynamics Analysis of Airfoil Using Unstructured Dynamic Meshes" AIAA Paper 90-1650, 1990.

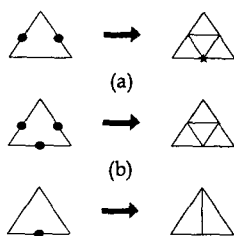


Fig. 1 Diagram of general cell division types (2-Dimension)

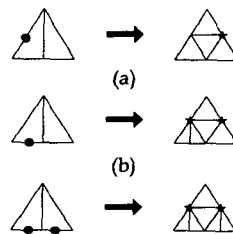


Fig. 2 Diagram illustrating details of further enrichment of buffer cell.



Fig. 3 Diagram illustrating mesh coarsening.

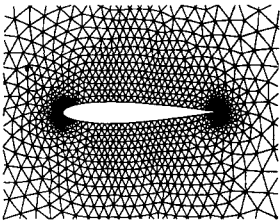


Fig. 4 Original mesh (NACA0012)

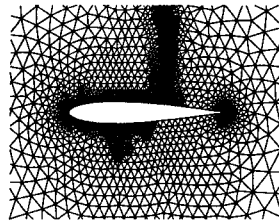


Fig. 5 Solution adaptive mesh after refinement.

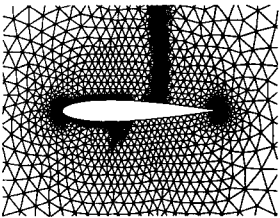


Fig. 6 Solution adaptive mesh after refinement/coarsening.

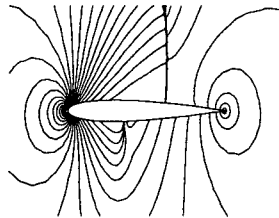


Fig. 7 Iso-pressure contour lines after refinement/coarsening.
($M_\infty = 0.8, \alpha = 1.25^\circ$)

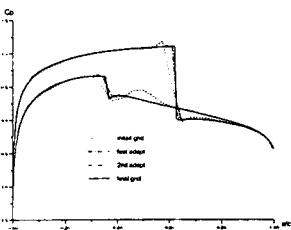


Fig. 8 Surface pressure distribution after dynamic 3-level adaptation.

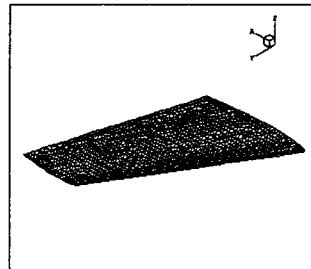


Fig. 9 Original upper surface mesh for ONERA M6 wing.

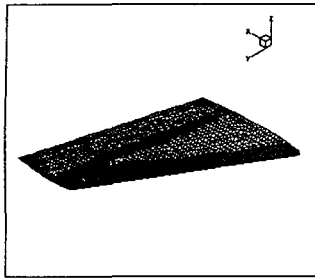


Fig. 10 Upper surface mesh with 2-level adaptation.

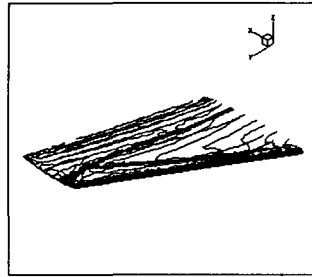
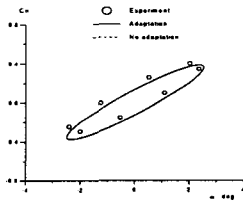
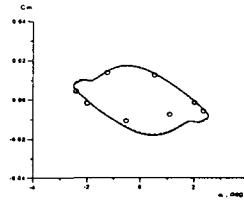


Fig. 11 Iso-density contour plot.
($M_\infty = 0.84, \alpha = 3.06^\circ$)

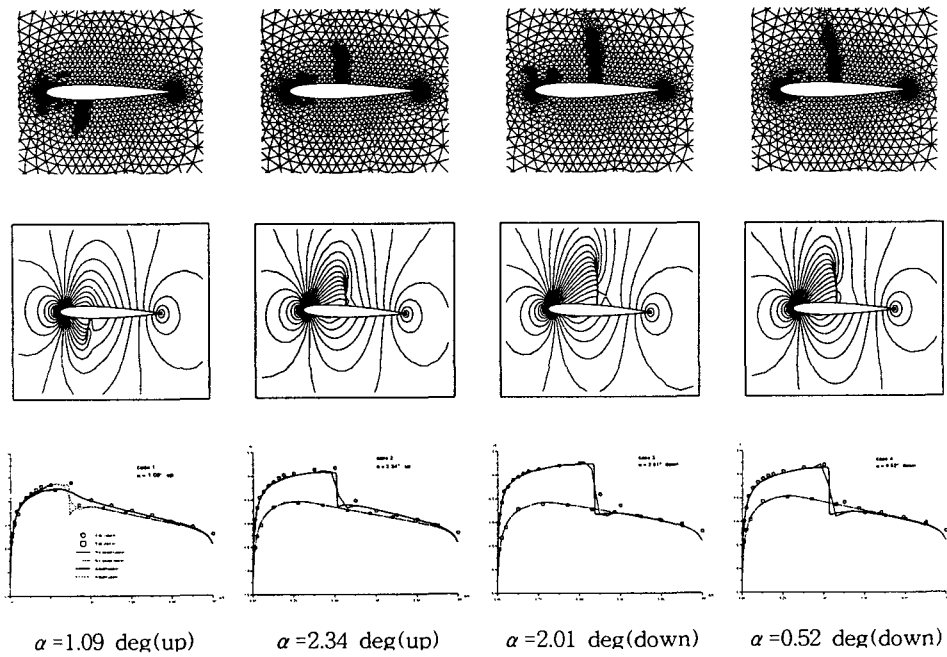


(a) Lift coefficient



(b) Moment coefficient

Fig. 12 Comparison of aerodynamic coefficients for NACA002 airfoil pitching $M=0.755$ and $k=0.0814$



$\alpha = 1.09 \text{ deg (up)}$ $\alpha = 2.34 \text{ deg (up)}$ $\alpha = 2.01 \text{ deg (down)}$ $\alpha = 0.52 \text{ deg (down)}$

Fig. 13 Instantaneous meshes, pressure contour line($\Delta p=0.02$) and C_p distribution.