

## S-duct 내부유동의 출구경계조건 및 난류모델의 영향검토

## Effects of Outflow Boundary Conditons and Turbulent Models on an S-duct Flow

홍 승규<sup>1)</sup>, 이 광섭<sup>1)</sup>

S. K. Hong, K. S. Lee

An S-duct flow is subjected to an entrance flow of Mach 0.6. The duct turns  $30^\circ$  and reverses its turn by  $30^\circ$ , followed by a straight section. Such an internal flow induces a secondary flow due to curvature effect. Goal of this paper is to show the sensitivity of outflow boundary conditions on the quality of numerical solutions as well as to show curvature effect on the flow field. The often-used Baldwin-Lomax turbulence model is shown to be less functional on the concave region when the secondary flow has its strong influence.

## 1. 서론

많은 항공기에서 엔진작동에 필요한 공기를 흡입관을 통하여 공급받고 있으며, 이 흡입관은 보통 S자 모양의 관으로 구성된 직사각형이나 타원 또는 원형 단면형상을 가진다. 이러한 엔진흡입관을 장착하는 항공기의 예로 Boeing727, Lockheed Tristar(L-1011), GM F-16, MD F-18 등이 있고 일부 유도탄에도 이와 같은 흡입관이 사용된다. 흡입관의 형상에 따라서 엔진성능이 영향을 받게되므로 흡입관설계에 많은 비용과 시간을 투자하여 풍동실험을 수행하는 것으로 알려져 있다. 최근 전산유체역학(CFD)의 응용기술이 발달하여 흡입관에 대한 유동해석 및 설계과정에도 적절히 활용되고 있다. 이와 같은 관 내부 유동에 대한 실험이나 계산은 주로 낮은 마하수 영역인 비압축성 흐름에 대해서 수행되어져왔으나 항공기 흡입관은 압축성 유동해석이 요구된다. 따라서 관 입구 마하수가 0.6인 S-duct 유동해석[1]의 형상에 대하여 유동현상에 대한 고찰을 시도하였으며 계산결과가 특히 출구면에서 경계조건의 선택에 따라 영향을 받는지 알아보았다.

내부 유동해석에서는 출구면의 경계조건이 내부 유동의 해에 영향을 많이준다. 많은 논문들과 상용코드에서는 출구면 경계조건으로 변수의 외삽(extrapolation)과 압력고정(pressure specify)을 경계조건으로 적용하는 것이 보편화되어 있다. 그러나 실제적인 문제에서 출구 압력값을 모르는 경우가 많으며 출구 압력에 따라서 관 내부유동의 유량 및 유동현상이 많은 영향을 받게 된다. 따라서 본 연구에서는 특성방정식을 경계면(boundary plane)에서 flux-splitting 방법에 연계(coupling)시키는 수치해석 결과를 제시하고자 한다. 이 연구에서 사용하는 특성방정식의 기본 개념은 Navier-Stokes(N-S) 방정식이 내포하고 있는 특성치를 분석하고 이의 특성을 이해하여 계산 경계면에 들어오고 나가는 characteristics (또는 wave)를 일부 사용하고 일부는 모델링을 하여 가능한 한 원래의 N-S 방정식이 갖고 있는 형태를 최대한 활용하여 경계조건의 불확실성을 최소화하는데 목적이 있다.

1) 국방과학연구소(3체계-2-1)



관이 곡률을 가지면 오목면(concave)과 볼록면(convex)의 압력구배에 따라서 2차유동(secondary flow)이 형성된다. 이러한 2차유동이 현상이 심화되면 진보된 난류모델의 적용이 필요하다고 지적되고 있다[1]. 난류모델로는 대수식을 사용하는 Baldwin-Lomax(B-L)[2]과 1-Eq.을 사용하는 Baldwin-Barth(B-B)[3]를 사용하였다. 따라서 본 연구의 목적은 천음속으로 비행하는 S-duct 내부 유동의 곡률 영향을 해석하고 이를 위하여 진보된 경계조건 방법과 난류모델의 영향을 보여주고자 함에 있다.

### 2. 지배 방정식

무차원화된 방정식을 일반곡선 좌표계(ξ, η, φ)로 변환하면 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \widehat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \widehat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \widehat{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \widehat{H}}{\partial \phi} = \frac{\sqrt{\gamma} M_\infty}{Re} \left[ \frac{\partial \widehat{F}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \widehat{G}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \widehat{H}_v}{\partial \phi} \right] \quad (1)$$

보존량 벡터  $\widehat{Q}$ 와 플럭스 벡터  $\widehat{F}$ ( $\widehat{G}$ ,  $\widehat{H}$  유사함)는 아래와 같이 정의된다.

$$\widehat{Q} = \frac{1}{J} Q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad \widehat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ \rho w U + p \xi_z \\ (e + p) U \end{bmatrix} \quad (2)$$

U, V, W는 각각 ξ, η, φ-방향의 대한 contravariant velocity를 나타낸다.

### 3. 수치 기법

본 해석에서는 풍상차분법(upwind)인 Roe[4]의 플럭스분할 기법을 기본으로 하고 이의 변형인 Conservative Supra-Characteristics Method(CSCM)[5,6]을 이론적으로 재정립하고 향상시킨 소위 Characteristic Flux Difference Splitting(CFDS) 방법을 적용한다. CFDS 기법은 지배방정식을 보존변수에서 특성변수 또는 원시변수로의 변환을 통하여 궁극적으로 경계면에서 특성경계조건 적용을 용이하게 하기 위한 변환기법을 채택한다.

편의상 1차원 지배방정식을 이산공간(discrete space)에 대해서 나타내면 다음과 같다.

$$J^{-1} \delta Q + \Delta F = 0 \quad (3)$$

여기서  $\Delta F = \overline{M T \Lambda} \overline{M}^{-1} \overline{T}^{-1} \Delta Q$  이고  $\overline{\Lambda}$ 의 부호에 따라서  $\overline{\Lambda} = \overline{\Lambda}^+ + \overline{\Lambda}^-$  로 분리되며, 보존변수  $\Delta Q$ 에 대해서 원시변수  $\Delta \tilde{Q}$ 와 특성변수  $\Delta \tilde{\tilde{Q}}$ 는 각각  $\Delta \tilde{Q} = \overline{M}^{-1} \Delta Q$  와  $\Delta \tilde{\tilde{Q}} = \overline{M}^{-1} \overline{T}^{-1} \Delta Q$  의 관계가 있다.  $\overline{T}^{-1}$ 와  $\overline{T}$ 는 grid 관련된 metric 함수로써 참고논문 [7]에 발표될 예정이다. 이산화된 N-S 방정식은 시간에 대해 후방차분을 취하고  $\Delta F$ 의 정의를 N-S 방정식에 적용하여 3차원으로 확장하면 다음과 같은 차분식을 얻을 수 있다.

$$J \frac{\delta Q}{\Delta t} + \tilde{A}^+ \nabla_\xi Q + \tilde{A}^- \Delta_\xi Q + \tilde{B}^+ \nabla_\eta Q + \tilde{B}^- \Delta_\eta Q + \tilde{C}^+ \nabla_\phi Q + \tilde{C}^- \Delta_\phi Q = 0 \quad (4)$$

$$Q^{(n+1)} = Q^{(n)} + \delta Q \quad (5)$$

여기서  $\tilde{A} = \overline{M T \Lambda} \overline{M}^{-1} \overline{T}^{-1}$  이다.

이는 또한 delta form으로 나타내면

$$\left( \frac{J}{\Delta t} I + \tilde{A}^+ \nabla_{\xi} + \tilde{A}^- \Delta_{\xi} + \tilde{B}^+ \nabla_{\eta} + \tilde{B}^- \Delta_{\eta} + \tilde{C}^+ \nabla_{\phi} + \tilde{C}^- \Delta_{\phi} \right) \delta Q = RHS \quad (6)$$

$$RHS = - \left( \tilde{A}^+ \nabla_{\xi} Q + \tilde{A}^- \Delta_{\xi} Q + \tilde{B}^+ \nabla_{\eta} Q + \tilde{B}^- \Delta_{\eta} Q + \tilde{C}^+ \nabla_{\phi} Q + \tilde{C}^- \Delta_{\phi} Q \right)$$

지배방정식에 대한 시간적분은 DDADI AF 기법을 사용하여 다음과 같은 세단계의 계산을 통하여  $\delta Q$ 를 계산한다.

$$\begin{aligned} (-\tilde{A}^+_{j-1}, D, \tilde{A}^-_j) \delta Q^{**} &= RHS \\ (-\tilde{B}^+_{k-1}, D, \tilde{B}^-_k) \delta Q^* &= D \delta Q^{**} \\ (-\tilde{C}^+_{l-1}, D, \tilde{C}^-_l) \delta Q &= D \delta Q^* \end{aligned} \quad (7)$$

#### 4. 출구면의 특성경계조건(Outflow Characteristic Boundary Condition)

본 경계조건의 배경은 1982년 AIAA에 발표된 Lombard et al.[8]의 이론을 근간으로 이를 3차원 code에 확장시킨 것이다. 즉,  $\xi$ -방향 내부 점들에서 적용된 부분적으로 1차원으로 분리된 방정식은 출구면(j=N)에서 다음과 같다.

$$\frac{J}{\Delta t} \delta \tilde{q}_N + \overline{A}^+ \nabla \delta \tilde{q}_N = -\overline{A}^+ \nabla \tilde{q}_N \quad (8)$$

위식은 5개의 서로 독립된 방정식이며 출구면의 속도가 아음속이면 4개는 특성치는 왼쪽에서 오른쪽으로 이동하므로 원래의 방정식들을 변형 없이 사용한다. 5번째 특성치는 오른쪽에서 왼쪽으로 이동하므로  $\lambda^+_5 = 0$  이며, 이때는  $\frac{J}{\Delta t} \delta \tilde{q} \Big|_{5th} = 0$  로 간략화 된다. 이때 5번째 특성은 계산영역 오른쪽(외부)에서 j=N 으로 들어오는 것으로 이것이 무엇인지 우리는 알지 못한다. 다만 경험적으로 5번째 특성에 해당하는 변수를  $\delta \tilde{q} \Big|_{5th} = \delta b$  로 압력을 정한다. 이를 위하여 원래 혹은 모델화 되어진 방정식을 오른쪽 경계에서 푸는 방법은  $\lambda_5^-$ 에 해당되는  $T^{-1} \Big|_{5th}$ 를  $\left[ 0 \quad -\frac{\tilde{\xi}_x}{\rho c \xi} \quad -\frac{\tilde{\xi}_y}{\rho c \xi} \quad -\frac{\tilde{\xi}_z}{\rho c \xi} \quad \frac{1}{\gamma P} \right]$ 에서  $\left[ 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{\gamma P} \right]$ 로 바꾸는 것이다.

여기서 압력대신  $\delta \tilde{q} \Big|_{5th} = \delta(c^2)$ 과 같이 음속의 제곱항을 사용하면  $T^{-1} \Big|_{5th}$ 는  $T^{-1} \Big|_{5th} = \left[ -\frac{P}{\rho^2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{\rho} \right]$  와 같이 표현된다.

벽면의 경계조건은 no-slip과 단열조건을 만족하는 특성경계조건을 적용하였고, 입구조건은 마하수 0.6으로 고정시켰다.

#### 5. 수치해석 결과 및 검토

S-duct 입구가 마하수 0.6, Reynolds 수  $1.76 \times 10^6$  인 흐름에 놓인 관유동에 대해 출구경계조건 변화에 대한 결과를 검토하였다. 출구면에 대한 경계조건 특성변수로는 일반적으로 정압력(p)를

선택하나 몇 가지 변수에 대한 결과를 검토하기 위하여 음속( $c^2$ )과 원래의 P-Compatibility 방정식을 선택하여 그 결과를 서로 비교하였다.

원형 단면의 S-duct에 대한 형상과 격자계는 그림1과 같고, 위치  $x=0$ 에서 관이 굽어지기 시작하여 30도를 지나면 다시 반대방향으로 30도 굽어진다. S-duct의 구성은 관 입구(4.6D), S-duct 구간(30deg. - 30 deg.), 관 출구(10D)로 구분되며, 여기서 D는 관의 직경으로 16.51cm 이다. 그림1의 격자계는 대칭면으로 관의 일부만을 보여주고 있으며 전체 격자계는 77x33x49 이다. 풍동 실험[9]에서 측정된 부분은  $x/D=-2$ (I),  $2^\circ$ (II),  $15^\circ$ (III),  $32^\circ$ (IV),  $45^\circ$ (V),  $60^\circ$ (VI)이며 (I)지점을 기준점으로 한다. 그림1의 형상에서 윗표면이  $\phi=0.0^\circ$ , 중간이  $\phi=90^\circ$ , 그리고 아래 표면이  $\phi=180^\circ$ 이다. 그림2의 (a)는 S-duct 곡면의 대칭면에 대한 등 마하수 분포이고 (b)는 등압력분포이다. 그림2(b)에서 오목한 곡면은 압력이 높고 볼록한 곡면에서는 압력이 낮아지는 것을 알 수 있다. 첫 번째 30도 굽힘에서는 곡면의 외부영역(concave region)의 높은 압력이 유동을 벽면에서 느려지게 한다. 또한 두 번째 굽힘에서는 그 반대방향의 외부영역의 높은 압력이 유체를 벽면에서 밀어내어 2차유동(secondary flow)을 유발시킨다.

그림3에는 출구경계조건으로 세 종류의 특성경계조건을 적용한 수치해석 결과와 참고문헌[1] 및 실험자료의 압력분포를 서로 비교하였다. 출구면 경계조건은  $\delta(p)=0$ ,  $\delta(c^2)=0$ , P-compatibility equation(원래 형태의  $T^{-1}]_{sb}$ ) 으로 차례로 BC1, BC2, BC3로 명명하였다. BC1과 BC2의 결과는 서로 유사하고 BC3의 결과는 이들과 약간의 차이를 보인다. 그림3의 (a),(b),(c)는  $\phi=0.0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  표면의 압력분포이다. 그림(a)에서 수치해석 결과는 오목한 면(x좌표 1-3구간)에서 실험치와 차이를 보이는 반면 볼록면(x 좌표 3-5구간)에서는 실험치와 잘 일치하는 경향을 보이고, Harloff[1]의 결과는 오목면에서 실험치와 잘 일치하고 볼록면에서 실험치와 차이를 보이는데 그림(c)에서도 이러한 경향을 볼 수 있다. 점선의 사각형으로 표시된 계산결과를 중첩하였다. 이 결과는 중앙차분을 사용하는 계산결과로써 관입구와 출구의 경계조건으로 자유류의 압력을 사용한 결과이다. 출구의 압력값에 따라서 CFDS의 경우 경계조건 BC1, 또는 BC2를 적용한 것이 전반적으로 실험치와 근사한 수치해를 보여주고 있다. 그림3의 CFDS와 참고문헌[1]의 수치계산에서는 B-L 난류모델이 사용되었다. 경계조건의 민감성을 나타내는 예로 그림3(a)에 duct 면을 따르는 압력분포가 민감하게 얻어지는 것을 볼 수 있다.

그림3의  $\phi=180^\circ$ 일 경우 오목(concave)한 곡면위의 계산치와 실험치의 차이가 크게 나타나고, 이곳이 난류유동의 영향을 많이 받는 곳으로 간주되어 그림2-3의 결과에 사용한 Baldwin-Lomax 모델 이외에 1-Equation 난류모델인 Baldwin-Barth[3] 모델을 적용해보았다. 그림4에 B-B 난류 모델을 적용한 결과와 B-L 난류모델을 적용한 결과를 실험치와 서로 비교하였다. 그림4의 (a)에서 B-B 모델의 결과가 오목한 면에서도 실험치에 잘 일치함을 보이고, 그림(b),(c)에서도 B-B 모델의 결과가 B-L모델의 결과보다 실험치에 더 잘 맞음을 보여준다. 그러므로 복잡한 유동해석에서는 더욱 진보된 난류모델의 적용이 올바른 물리량의 예측에 도움이 될 수 있음을 보여주고 있다.

그림5에는 지점V(45도)의 전압력계수를 나타냈으며, 여기서의 2차유동이 실험치만큼 강하지는 않았는데 그 이유로 점성에 의한 와류가 적절히 고려되지 못한 때문으로 생각된다. 여기서 전압력계수 1.025지점이 경계층의 두께로 볼수있다[1]. 그림6은 관의 굽힘이 끝나는 지점VI(60도)에서의 속도벡터와 유선(stream-line)를 나타낸다. 그림에서 반시계방향의 강한 2차유동 현상을 볼 수

있다. 그러나 실험치와 비교하면 계산된 2차 유동현상이 실험치보다 후방에서 나타난다. 지점I를 기준으로 S-duct 곡면을 지난 흐름은 전압력 회복정도가 88%이었다.

## 6. 결 론

S-duct 내부유동의 출구면 경계조건으로 세 가지 정압력(p), 음속(c), P-compatibility을 특성변수로 적용한 결과와 난류모델의 영향을 검토하였으며 그 결론은 다음과 같다.

1. Baldwin-Lomax모델을 사용할 때 정압력과 음속을 사용하는 출구경계조건이 실험치와 더 접근하는 결과를 주었다.
2. Baldwin-Lomax 대수모델보다 Baldwin-Barth 1-Eq. 난류모델의 계산결과가 실험치와 더 잘 일치하였으며, 따라서 난류모델의 선정이 유동의 물리적 현상에 영향을 주고있음을 보여주었다.
3. S-duct를 지난 흐름의 전압력 회복률은 88%였다.
4. 오목면과 볼록면의 압력구배로 인한 secondary flow의 강도가  $30^{\circ}$ - $30^{\circ}$  구배일 경우에는 미약(mild)하여 박리가 생성되지 않는다.

## 참고문헌

- [1] G. J. Harloff, C.F. Smith, J.E. Bruns, and J.R. DeBonis, "Navier-Stokes Analysis of Three-Dimensional S-Ducts," Sverdrup Technology, Inc., Brook Park, Ohio 44142, Journal of Aircraft Vol.30, No. 4, July-Aug. 1993.
- [2] Baldwin, B. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic model for Separated Turbulent Flows," AIAA-78-257, Jan. 1978.
- [3] B. S. Baldwin and T. J. Barth, "A One-Equation Turbulence Model for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows," AIAA-91-0610, 29th Aerospace Science Meeting, 1991.
- [4] Roe, P. L., "The Use of Riemann Problem in Finite Difference Schemes," Lecture Notes in Physics, Vol. 141, 1981, pp. 354-359, Berlin, Springer Verlag.
- [5] Lombard, C. K., "CSCM for Splitting the Hyperbolic Systems of Gasdynamics for Real and Perfect Gases," NASA-CR-166307, 1982.
- [6] Lombard, C. K. and Bardina, J., "Multi-Dimensional Formulation of CSCM - An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations", AIAA-83-1895, AIAA 6th CFD Conference, July 1983.
- [7] 홍승규, 이광섭, "CFDS 기법에 연계된 특성경계조건의 응용성에 대한 소개", 한국전산유체공학회지 발간예정(2000년 6월)
- [8] Bardina, J. and Lombard, C. K., "Three Dimensional Hypersonic Flow Simulations with the CSCM Implicit Upwind N-S Method," AIAA-87-1114-CP, June 1987.
- [9] Vakili, A., Wu, J.M., Hingst, W.R., and Towne, C. E., "Comparison of Experimental and Computational Compressible Flow in a S-Duct," AIAA Paper 84-0033, Jan. 1984.



Fig. 1. Geometry and grid system for circular S-duct(77x33x49)

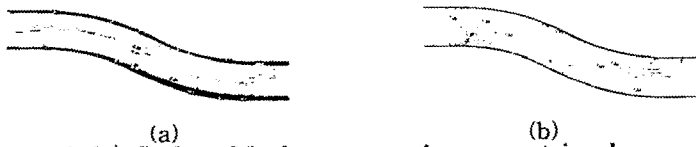


Fig. 2 (a) S-duct Mach contours in symmetric plane  
(b) S-duct pressure contours in symmetric plane

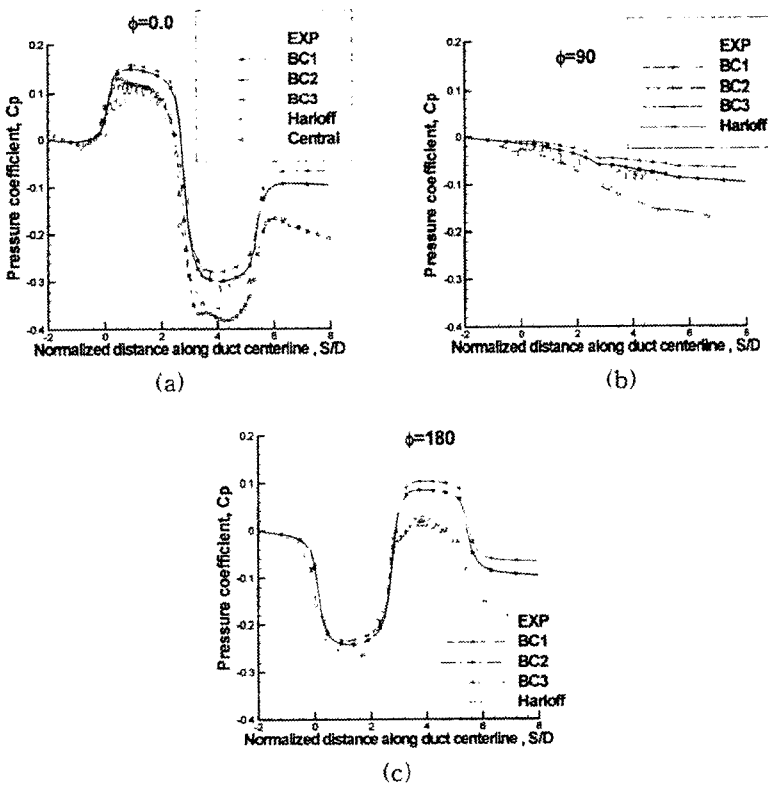


Fig. 3. S-duct surface pressure distributions for three different characteristic boundary conditions, (a)  $\phi=0$  (b)  $\phi=90$  (c)  $\phi=180$

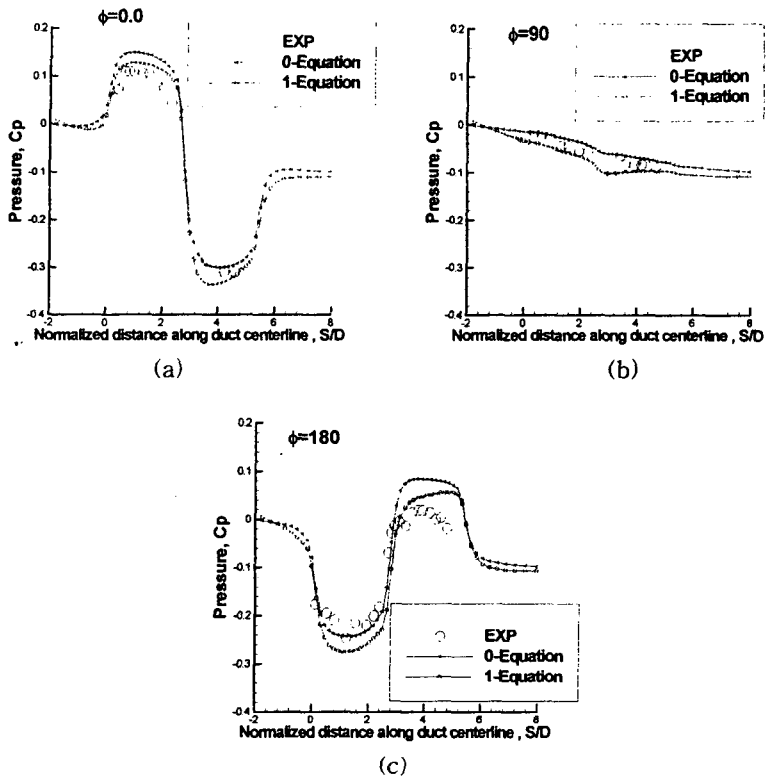


Fig. 4. Comparison of S-duct surface pressure distributions between computations and measurement. (a)  $\phi=0$  (b)  $\phi=90$  (c)  $\phi=180$ .

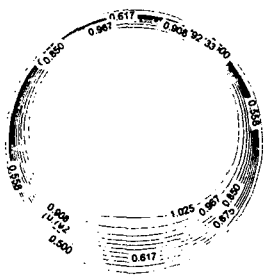


Fig. 5. Total pressure coefficients at station V

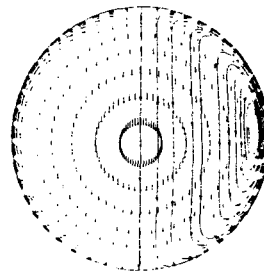


Fig. 6. Velocity vectors ( $v,w$ ) at station VI