



저레이놀즈수 레이놀즈응력모델을 이용한 난류선회류의 유동해석

Predictions of the Turbulent Swirling Flow
using Low-Re Reynolds Stress Model

김 재 한¹⁾, 김 광 용²⁾

J. H. KIM, K. Y. KIM

Numerical calculations are carried out in order to evaluate the performance of low-Re Reynolds stress model based on SSG model for a swirling turbulent flow in a pipe. The results are compared with those of $k-\epsilon$ model and GL model, and the experimental data. The finite volume method is used for the discretization, and the power-law scheme is employed as a numerical scheme. The SIMPLE algorithm is used for velocity-pressure correction in the governing equations.

1. 서 론

선회유동은 가스터빈 연소기 같은 연소시스템에 형성되며, 화염을 안정시키고 연료와 공기의 혼합을 촉진한다. 또한 난류강도를 증가시켜 열 및 물질전달의 효과를 증진시키므로 가스터빈의 연소기 외에도 열교환기 및 각종 산업용 터너 등의 공업분야에 폭넓게 응용되고 있다. 선회가 충분히 강할 경우 발달한 역압력 구배는 내부에 재순환 영역을 형성하고 이는 화염의 안정에 도움을 주며, 그 결과 유동의 선회는 연소 효율, 연소기 출구에서의 온도장과 연소로부터 발생하는 오염물질의 방출정도에 상당한 영향을 준다. 그러므로, 선회유동에 대한 전산유체역학적 예측 능력은 실제 연소 시스템의 성능 예측을 위해 꼭 필요하며, 이를 위해 지금까지 여러 가지 난류모델들이 개발되었다.

와점성계수(eddy-viscosity)모델들은 난류에 대한 유선의 휨, 회전 및 부력 등의 중요한 효과를 제대로 예측하지 못하고, 이를 위해 특별히 수정된 모델들도 특정 현상에만 적합한 것으로 알려져 있으나, 여전히 실제 공학적 응용에 많이 적용되고 있다. 반면에 레이놀즈응력모델과 같은 2차닫힘(second-order closure) 모델은 유선의 휨에 의한 효과를 보다 잘 예측하고, 따라서 선회류의 예측에 더 적합하다고 알려져 있다[1,2].

난류선회류에 대한 실험적 연구로는 동축의 관으로부터 대기상태로 분류와 선회류가 방출되는 선회분류에 대한 Whitelaw등[3]에 의한 연구와 선회강도를 달리

1) 인하대학교 대학원 기계공학과

2) 인하대학교 기계·항공·자동차 공학부

하며 속도와 응력성분등을 측정한 Morse등[4]의 연구가 있다. Hogg와 Leschziner[5]는 표준 $k-\epsilon$ 모델과 레이놀즈응력모델을 사용하여 난류 선회분류를 수치해석 하였다. 그들은 와점성계수(eddy viscosity)의 개념을 사용하는 $k-\epsilon$ 모델보다 레이놀즈응력모델이 우수함을 보였고 계산결과는 일반적으로 실험치와 잘 일치하였지만 접선방향의 속도는 잘 예측하지 못하였다. Jones와 Pascau[6]도 같은 계산을 수행하였는데 이들 역시 동일한 레이놀즈응력모델을 사용하고 ϵ -방정식을 수정하여 약간의 개선을 이루었으나 접선방향속도와 응력성분들은 여전히 잘 예측하지 못하였다.

최근에는 벽 근처 낮은 레이놀즈수 영역의 난류현상에 관한 난류모델들에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 과거의 난류모델들은 벽 근처 영역에서 대부분 실험적인 벽법칙을 적용하고 있으나, 이 벽법칙은 유선의 곡률이 크거나 압력구배가 큰 경우에는 수정이 필요하다고 알려져 있다. 선회류의 경우 곡률 효과를 고려한 새로이 수정된 벽법칙에 대한 연구[7]도 진행되고 있다.

본 연구에서는 So등[8]에 의해 개발된 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델을 선회류와 같이 복잡한 유동에 적용하여 그 성능을 검증하였다. 이를 위해 계산 결과를 벽법칙을 사용하는 Gibson과 Launder의 레이놀즈응력모델(GL모델)[9]과 $k-\epsilon$ 모델에 의한 결과와 So등[10]의 실험치와 비교하였다.

2. 난류모델

RANS(Reynolds-averaged Navier-Stokes)방정식에 사용되는 레이놀즈응력텐서($\overline{u_i u_j}$)에 관한 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial(U_k \overline{u_i u_j})}{\partial x_k} = D_{ij} + P_{ij} + \Pi_{ij} - \epsilon_{ij} \quad (1)$$

여기서, D_{ij} , P_{ij} , Π_{ij} 와 ϵ_{ij} 는 각기 확산, 생성, 압력-변형률 상관 및 소멸을 나타내는 항들이다. 이 항들 중 생성항을 제외한 나머지 항들은 모델링이 필요하며, 이를 위해 압력-변형률 상관항, 소멸항 그리고 난류운동에너지의 소멸률 ϵ 에 관한 방정식 등에 대해 So등[8]의 모델을 사용하였다. So등[8]은 유선이 흰 유동이나 회전유동에서 Launder등[11]의 레이놀즈응력모델 보다 나은 예측성능을 보인다고 알려진 Speziale등[12]의 높은 레이놀즈수 레이놀즈응력모델(SSG모델)을 벽 근처 저레이놀즈수 영역까지 확장한 다음과 같은 모델을 제시한 바 있다.

○ 압력-변형률 상관항

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & -(C_1 \epsilon + C_1^* \tilde{P}) b_{ij} + C_2 \epsilon (b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} \Pi \delta_{ij}) + C_5 k (b_{jm} e_{ikm} + b_{im} e_{jkm}) \Omega_k \\ & - \alpha_1 (P_{ij} - \frac{2}{3} \tilde{P} \delta_{ij}) - \beta_1 (D_{ij}^* - \frac{2}{3} \tilde{P} \delta_{ij}) - 2(\gamma_1 + \frac{C_3^*}{2} \Pi^{1/2}) k S_{ij} + f_w \Pi_{ij}^w \end{aligned}$$

$$\Pi_{ij}^w = (C_1 \varepsilon + C_1^* \tilde{P}) b_{ij} - C_2 \varepsilon (b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} \Pi \delta_{ij}) + \alpha^* (P_{ij} - \frac{2}{3} \tilde{P} \delta_{ij}) + 2\gamma^* k S_{ij}$$

여기서, Π 는 $\Pi = b_{mn} b_{mn}$ 로 정의되는 비등방텐서의 2차 불변항(invariant)이고, \tilde{P} 는 난류운동에너지의 생성률로 $\tilde{P} = \frac{1}{2} P_{ii}$ 로 정의된다. Π_{ij}^w 은 벽 근처 영역에서의 값을 보정해주기 위해 사용되었고, f_w 는 $f_w = \exp[-(Re_t/150)^2]$ 로 정의되며 높은 레이놀즈수 영역에서 Π_{ij}^w 의 영향을 제거하기 위해 사용된 감쇠함수로 국부 난류 레이놀즈수 ($Re_t = k^2/(\nu\varepsilon)$)를 매개로 한다. 모델상수 $C_1, C_2, C_1^*, C_3^*, C_5, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha^*$ 그리고 γ^* 는 각각 3.2, 4.2, 1.8, 1.3, 0.4, 0.4125, 0.2125, 0.01667, -0.32, 그리고 0.072이다.

○ 소멸항

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon (1 - f_w) + f_w \varepsilon_{ij}^w + \varepsilon_{ij}^*$$

$$\varepsilon_{ij}^w = \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i u_j}$$

$$\varepsilon_{ij}^* = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) - \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) \right]$$

○ ε -방정식

$$U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_\varepsilon \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tilde{P} - C_{\varepsilon 2} f_\varepsilon \frac{\varepsilon^2}{k} + C_{\varepsilon 3} \nu \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_k} \right)^2 \tag{2}$$

여기서, f_ε 는 $f_\varepsilon = 1 - 0.22 \exp[-(Re_t/6)^2]$ 로 정의되고, 모델상수 $C_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$, 그리고 $C_{\varepsilon 3}$ 는 각각 0.12, 1.5, 1.9, 그리고 2.95이다.

확산항에 대해서는 Daly와 Harlow[13]의 단순구배모델을 사용하였다.

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_i} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right]$$

여기서, 모델상수 C_s 는 0.22이다.

경계조건으로 유동의 입구에서는 축방향과 접선방향 평균속도성분들(U,W) 그리고 난류응력성분들($\overline{u^2}, \overline{w^2}$)을 실험치로 주었고, 반경방향 응력성분은 접선방향 응력성분과 동일하게 가정하였다. 그리고 난류운동에너지의 소멸률과 전단응력성분들은 관련되는 식들에 의해 계산되었다. 유동의 출구에서는 축방향 속도성분만 실험치로 주고, 나머지 성분들에 대해서는 구배를 0으로 주었다.

지배방정식들은 미소검사체적을 적분하여 대수방정식을 얻는 유한체적법에 의

하여 차별화되었고, 대류항의 처리에는 멱승도식(power-law scheme)이 사용되었다. 속도-압력보정에는 운동량방정식에서 속도를 구하고 연속성을 고려하여 압력을 구하는 SIMPLE 알고리즘을 사용하였다. 격자계로는 엇갈림 격자계를 사용하였다. 이산화된 방정식들은 TDMA를 이용한 반복해법으로 계산하였다.

3. 결과 및 검토

본 연구에서는 SSG모델[12]을 바탕으로 하는 So등[8]의 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델의 성능을 검증하기 위해 원관 내의 난류선회류를 수치해석 하였고, 그 결과를 GL모델과 $k-\epsilon$ 모델의 결과 그리고 So등[10]의 실험치와 비교하였다. 본 연구에서 해석된 유동장은 반경이 $R=62.5\text{mm}$ 인 관의 중심부에 위치한 작은관(직경 $d=8.7\text{mm}$)에서 25.4m/s 의 분류가 분출되고 그 주위로 선회류가 유입되는 유동이다. $x/d=1$ 에서의 실험치를 입구조건으로 주었다.

Fig. 1은 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델과 GL모델, 그리고 $k-\epsilon$ 모델에 의한 축방향 평균속도성분의 예측결과를 비교한 것이다. 각 위치에서 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델은 GL모델에 비해 벽근처 유속을 예측하는 데 있어서 비교적 우수한 결과를 보였으나 실험치와 비교한 전반적인 예측성능은 큰 차이를 나타내지 않는다. 그러나, 두 레이놀즈응력모델은 모두 $k-\epsilon$ 모델보다 우수한 예측능력을 보여주었다. 레이놀즈응력모델들에 의한 계산결과는 주로 두 유동이 혼합되는 유체층에서 실험치와 차이를 나타내고 있다.

Fig. 2는 축방향 난류응력성분에 대한 계산결과를 보여주는데, 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델이 벽근처 영역을 비롯해 전반적으로 GL모델에 비해 실험치에 더 접근하는 결과를 보여주고 있으나 그 차이는 미소하게 나타나고 있다. Fig. 3은 접선방향 난류응력성분에 관한 결과를 나타내는데, Fig. 2에서 보다 더 두드러지게 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델이 벽근처 영역에서 우수한 성능을 나타내고 있다. 단, 하류에서는 오히려 GL모델이 벽근처에서 보다 나은 성능을 보이고 있어 So등의 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델은 벽근처 난류응력의 축방향 감쇠율을 실험치보다 크게 예측함을 알 수 있다.

4. 결론

저레이놀즈수 레이놀즈응력모델의 성능을 평가하기 위해 원관 내에서 중심의 분류가 주변의 선회류와 혼합되는 난류선회류에 대한 유동해석을 수행하였다. $k-\epsilon$ 모델은 레이놀즈응력모델에 비해 유선의 휨의 영향을 제대로 반영하지 못하여 특히 중심영역에서 실험치와 큰 차이를 보였다. 저레이놀즈수 레이놀즈응력모델은 벽근처 영역에서 평균속도와 난류응력성분들의 예측에 있어 GL모델보다 우수한 성능을 보여주었으나, 전반적인 예측성능에서는 큰 차이를 나타내지 못하였다.

참고문헌

- [1] Irwin, H. P. A. H., and Arnot-Smith, P. A., "Prediction of the Effects of Streamline Curvature on Turbulence," *Phys. Fluids*, Vol. 18 (1975), p.624-630.
- [2] Gibson, M. M., Jones, W. P., and Younis, B. A., "Calculation of Turbulent Boundary Layers on Curved Surfaces," *Phys. Fluids*, Vol. 24 (1981), p.386-395.
- [3] Whitelaw, J. H. and Ribeiro, M. M., "Coaxial jets with and without swirl," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 96 (1980), p.769-795.
- [4] Morse, A. P., Ph. D. Thesis, University of London (1980).
- [5] Hogg, S. and Leschziner, M. A., "Computation of highly swirling confined flow with a Reynolds stress turbulent model," *AIAA J.*, Vol. 27 (1989), p.57-63.
- [6] Jones, W. P. and Pascau, A., "Computation of confined swirling flows with a second moment closure," *ASME Trans., J. of Fluids Eng.* (1989), p.248-255.
- [7] Kim, N. and David L. Rhode, "Law of the wall from perturbation analysis for swirling axial flows," *ASME Fluids Eng. Conf.* (1999).
- [8] So, R. M. C. and Yuan, S. P., "A near-wall Reynolds-stress closure without wall normals," Arizona state university (1997).
- [9] Gibson, M. M. and Launder, B. E., "Ground effects on pressure fluctuation in the atmospheric boundary layer," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 86 (1978), p.491-511.
- [10] So, R. M., Ahmed, S. A. and Mongia, H. C., "An experimental investigation of gas jets in confined swirling air flow," NASA CR-3832.
- [11] Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W., "Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 68 (1975), p.537-566.
- [12] Speziale, C. G., Sarkar, S. and Gatsky, T. B., "Modeling the pressure-strain correlation of turbulence : an invariant dynamical systems approach," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 227 (1991), p.245-272.
- [13] Daly, B. J. and Harlow, F. H., "Transport equations of turbulence," *Phys. Fluids*, Vol. 68 (1970), p.491-511.
- [14] Lumley, J. L., "Computational modelling of turbulent flows," *Advances in applied Mechanics* 18, Academic Press, p.123-178.

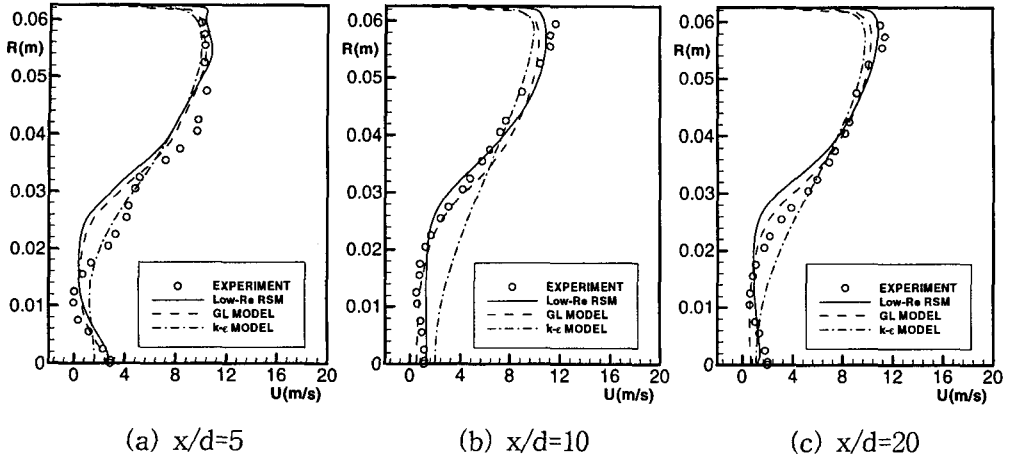


Fig. 1 Axial mean velocity profiles

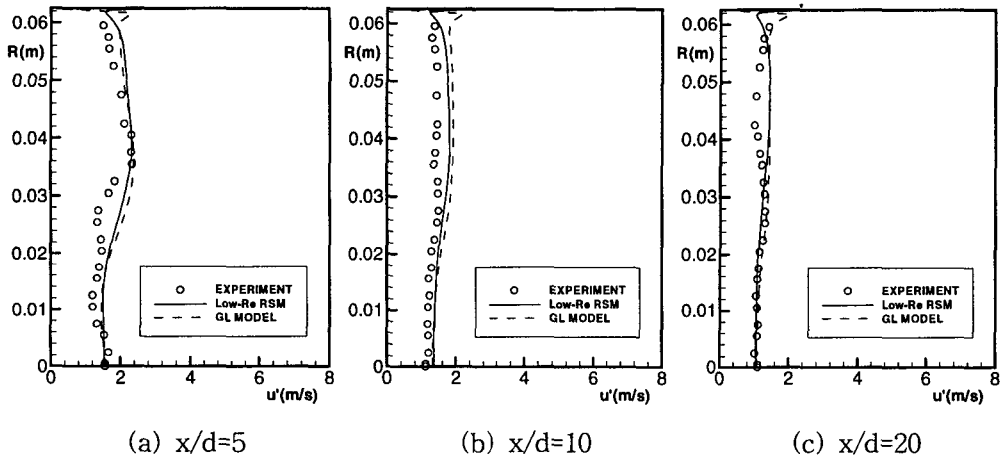


Fig. 2 Axial turbulent intensity profiles

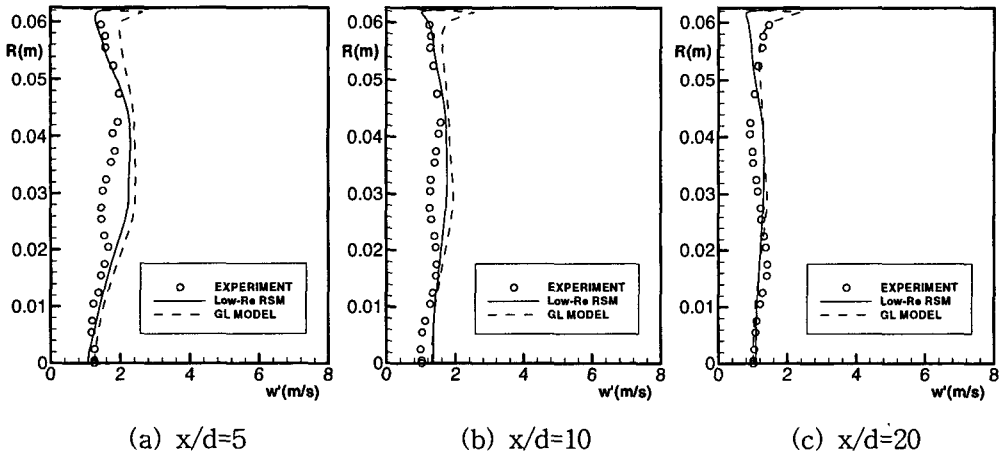


Fig. 3 Tangential turbulent intensity profiles